

Exercice 8 : Simulation d'une V.A. avec une V.A. uniforme

On considère une variable aléatoire continue X caractérisée par sa densité de probabilité $p_X(x)$. On suppose en outre que $p_X(x) > 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

1. On a $F'_X(x) = p_X(x) > 0$ Donc F_X est strictement croissante.
2. En appliquant la théorème du changement de variable, on a

$$p_Y(y) = \frac{p_U(u)}{|g'(u)|}$$

U étant une variable aléatoire uniforme sur $]0, 1[$ et $g'(u) = (F_X^{-1})'(u) = 1/p_X(F_X^{-1}(u)) > 0$, on obtient le résultat voulu.

3. $g'(u) = (F_X^{-1})'(u) = 1/p_X(F_X^{-1}(u)) = 1/p_X(F_X^{-1}(F_X(y))) = 1/p_X(y)$ d'où $p_Y(y) = p_X(y)$
4. p_X est ici la dérivée de la fonction arctangente multipliée par la constante a . Il suffit alors définir la VA $Y = \tan(U/a)$ où U est la VA uniforme dont on génère des réalisations avec la fonction rand.