

## Exercice 8 : Simulation d'une V.A. avec une V.A. uniforme

On considère une variable aléatoire continue  $X$  caractérisée par sa densité de probabilité  $p_X(x)$ . On suppose en outre que  $p_X(x) > 0$  pour tout  $x \in \mathbb{R}$ .

1. On a  $F'_X(x) = p_X(x) > 0$  Donc  $F_X$  est strictement croissante.
2. En appliquant la théorème du changement de variable, on a

$$p_Y(y) = \frac{p_U(u)}{|g'(u)|}$$

$U$  étant une variable aléatoire uniforme sur  $]0, 1[$  et  $g'(u) = (F_X^{-1})'(u) = 1/p_X(F_X^{-1}(u)) > 0$ , on obtient le résultat voulu.

3.  $g'(u) = (F_X^{-1})'(u) = 1/p_X(F_X^{-1}(u)) = 1/p_X(F_X^{-1}(F_X(y))) = 1/p_X(y)$  d'où  $p_Y(y) = p_X(y)$
4.  $p_X$  est ici la dérivée de la fonction arctangente multipliée par la constante  $a$ . Il suffit alors définir la VA  $Y = \tan(U/a)$  où  $U$  est la VA uniforme dont on génère des réalisations avec la fonction rand.