

Exercice 5 : correction

Soit (X, Y) un couple de VA continues de densité conjointe p_{XY}

On suppose dans un premier temps que le couple est uniforme sur le domaine

$$\mathcal{C} = \{(x, y) \in [-1, 1] \times [-1, 1] / x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

1. $p_{XY}(x, y) = 1/\pi$ sur \mathcal{C} et $p_{XY}(x, y) = 0$ ailleurs.
2. $p_Y(u) = p_X(u) = 2\sqrt{1-u^2}/\pi$ sur $[-1, 1]$ et $p_Y(u) = p_X(u) = 0$ ailleurs.
3. On a clairement $p_Y(y)p_X(x) \neq p_{XY}(x, y)$. X et Y ne sont donc pas indépendantes. Il aurait fallu, par exemple, que \mathcal{C} soit défini comme un "carré" de \mathbb{R}^2 : $\mathcal{C} = \{(x, y) \in [-1, 1] \times [-1, 1]\}$.

On suppose maintenant que X et Y suivent des lois normales centrées réduites indépendantes.

1.

$$p_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

2. Voir TD3
3. Voir TD3
4. Voir TD3
5. Par symétrie on trouve aussi une loi uniforme de même forme.
6. Voir TD3