

## Exercice 4 : Combinaison de VA uniformes

Soient  $X$  et  $Y$  deux variables aléatoires continues indépendantes et  $a$  un réel strictement supérieur à 1. On pose  $Z = aX + Y$  avec  $\mathbb{E}[X] = m_X$ ,  $\mathbb{V}[X] = \sigma_X^2$ , et  $\mathbb{E}[Y] = m_Y$ ,  $\mathbb{V}[Y] = \sigma_Y^2$ .

1. Donnez l'espérance et la variance de  $Z$  en fonction de celles de  $X$  et  $Y$ .
2. On suppose que  $X$  suit une loi uniforme sur  $[0, A]$ , où  $A > 0$ , et  $Y$  une loi uniforme sur  $[0, B]$ , où  $A > B > 0$ . Représentez graphiquement les densités de probabilité de  $X$  et  $Y$ , notées respectivement  $p_X$  et  $p_Y$ .
3. Donnez la densité de probabilité de la VA définie par  $U = aX$  et représentez-la.
4. En déduire celle de  $Z$ .