Cours Ondes Electromagnétiques

- 9 * 2h de cours = 18 h

- 9 * 2h de TD = 18 h + 3h pour les contrôles !

- 3 * 4h de TP :
  - Effet Doppler
  - Interférences en ondes visibles
  - Interférences en ondes centimétriques

POLYTECH PARIS-SUD

université PARIS-SACLAY

Plan du cours

1. Compléments mathématiques.
2. Equations locales de l’électromagnétisme en régime statique.
3. Conducteurs , courants.
4. Induction.
5. Equations de Maxwell en régime variable.
6. Equation d’onde - Structure d’une OEM.
7. Polarisation de la lumière.
8. Energie.
9. Propagation dans les milieux conducteurs.

Ondes électromagnétiques

Ondes : vues au 1er semestre
propagation d'une vibration dans un milieu

Electro : phénomènes électriques
effets dus aux charges

Magnétiques : phénomènes magnétiques
effets dus aux courants

Compléments mathématiques

I. Vecteur gradient

$$V(\vec{r}) = V(x, y, z) \text{ : fonction scalaire}$$

$$\overrightarrow{G} = \overrightarrow{\nabla} V(\vec{r}) = \overrightarrow{grad}\, V(\vec{r})$$

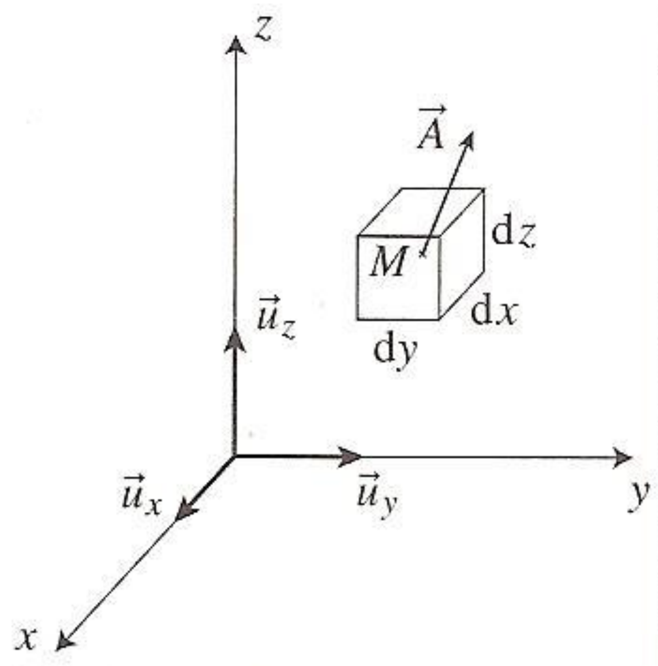
$$\overrightarrow{G} = \frac{\partial V(x,y,z)}{\partial x}\,\vec{u}_x + \frac{\partial V(x,y,z)}{\partial y}\,\vec{u}_y + \frac{\partial V(x,y,z)}{\partial z}\,\vec{u}_z$$

Le gradient est une grandeur vectorielle indiquant la façon dont une grandeur physique (scalaire : P, T, …) varie dans l'espace .

$$\mathcal{C}_{A\to B} = \int_A^B \overrightarrow{G}\,.\overrightarrow{dr} = \int_A^B dV(\vec{r}) = V(B) - V(A)$$

I. Divergence d'un champ de vecteur

$$d\Phi_x = \frac{\partial A_x}{\partial x}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z$$



$$\begin{aligned} d\Phi &= d\Phi_x + d\Phi_y + d\Phi_z \\ &= \left(\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}\right)\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z \\ &= \mathrm{div}\,\overrightarrow{A}\,d\tau \end{aligned}$$

$$d\Phi = \mathrm{div}\,\overrightarrow{A}\,d\tau = \overrightarrow{\nabla}.\overrightarrow{A}\,d\tau$$

- Expression de la divergence :

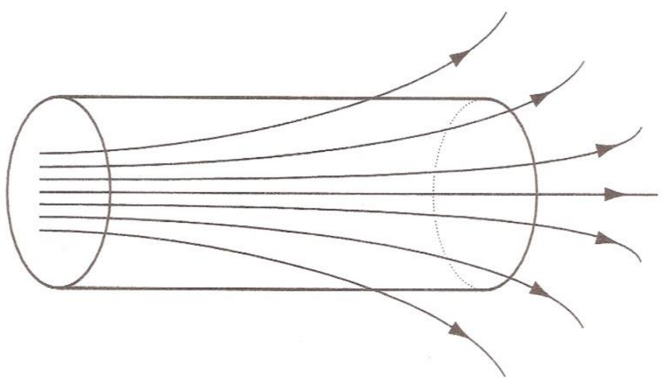
$$d\Phi = \mathrm{div}\,\overrightarrow{A}\,d\tau = \overrightarrow{\nabla}.\overrightarrow{A}\,d\tau$$

$$\overrightarrow{\nabla}.\overrightarrow{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\mathrm{div}\,\overrightarrow{A} = \overrightarrow{\nabla}.\overrightarrow{A} = \lim_{V \to 0} \oiint \overrightarrow{A}.\overrightarrow{dS}$$

La divergence d'un champ de vecteurs mesure la différence entre le flux entrant et le flux sortant à travers la surface élémentaire fermée dS. Elle peut avoir deux sources :

- Lignes de champ parallèles : variation de la norme.
- Ecartement des lignes de champ (elles divergent)



L’opérateur divergence transforme un champ vectoriel en un champ scalaire

Signification physique : notion de flux.

Un champ « diverge en un point si son, flux à travers une surface entourant un volume élémentaire est non nul.

Autrement dit: $\mathrm{div}\vec{A} = 0 \leftrightarrow$ le flux de $\vec{A}$ à travers une surface fermée est conservatif

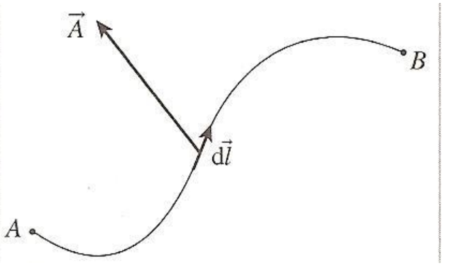
Exemples : champ orthoradial et champ radial

II. Circulation et Rotationnel d'un vecteur

1. Circulation

- Circulation d'un vecteur :

$$\mathcal{C}_{A\to B} = \int_A^B \overrightarrow{A}.\overrightarrow{dl}$$



- Circuit fermé :

$$\mathcal{C} = \oint \overrightarrow{A}.\overrightarrow{dl}$$

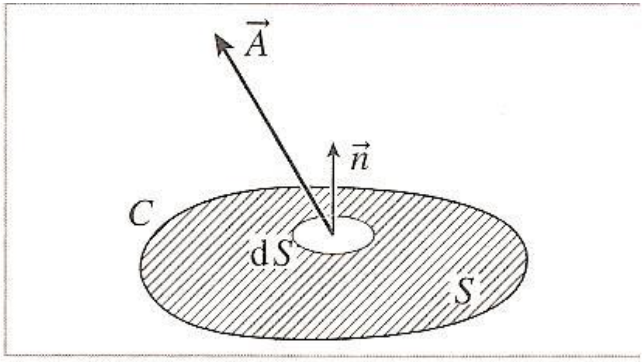
2. Rotationnel d'un vecteur

- Définition

dC est la circulation élémentaire de **A** le long du contour fermé associé à **dS.**
L'opérateur rotationnel en M est défini par la relation **:**

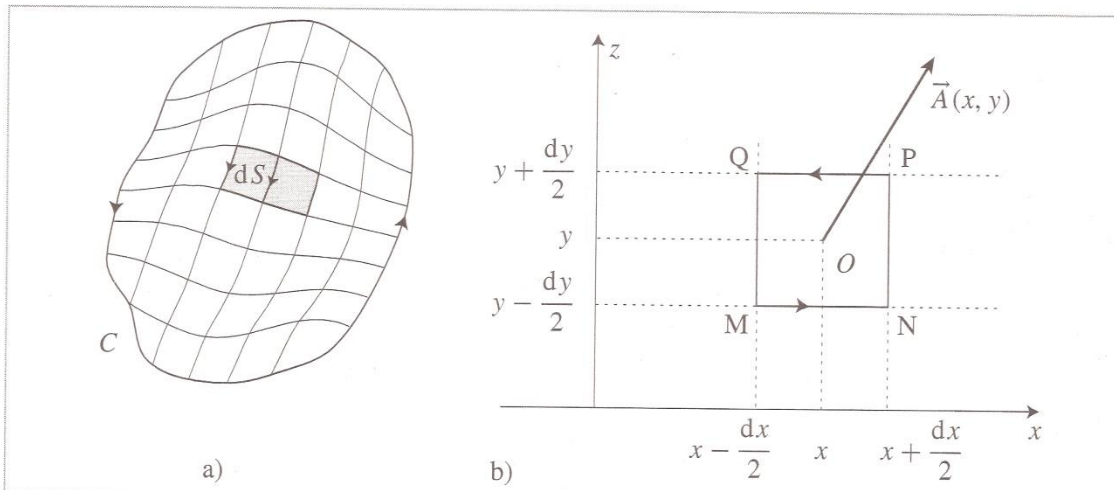
$$dC = \overrightarrow{rot}\,\overrightarrow{A}.dS\,\overrightarrow{n} \qquad\qquad \overrightarrow{n}.\overrightarrow{rot}\,\overrightarrow{A} = \lim_{S\to 0}\frac{1}{S}\oint \overrightarrow{A}\,\overrightarrow{dl}$$

On remarque que cette définition implique qu'un rotationnel non nul indique que le vecteur $\vec{A}$ présente une composante tournante non nulle puisque la circulation est non nulle.



- sur MN : $$A_x\left(x, y-\frac{\mathrm{d}y}{2}\right)\mathrm{d}x = \left(A_x - \frac{\partial A_x}{\partial y}\frac{\mathrm{d}y}{2}\right)\mathrm{d}x$$
- sur NP : $$A_y\left(x+\frac{\mathrm{d}x}{2}, y\right)\mathrm{d}y = \left(A_y + \frac{\partial A_y}{\partial x}\frac{\mathrm{d}x}{2}\right)\mathrm{d}y$$
- sur PQ : $$-A_x\left(x, y+\frac{\mathrm{d}y}{2}\right)\mathrm{d}x = -\left(A_x + \frac{\partial A_x}{\partial y}\frac{\mathrm{d}y}{2}\right)\mathrm{d}x$$
- sur QM : $$-A_y\left(x-\frac{\mathrm{d}x}{2}, y\right)\mathrm{d}y = -\left(A_y - \frac{\partial A_y}{\partial x}\frac{\mathrm{d}x}{2}\right)\mathrm{d}y$$

$$\begin{aligned}\vec{\nabla}\wedge\vec{A} &= \left(\frac{\partial A_z}{\partial y}-\frac{\partial A_y}{\partial z}\right)\vec{e}_x \\ &+ \left(\frac{\partial A_x}{\partial z}-\frac{\partial A_z}{\partial x}\right)\vec{e}_y \\ &+ \left(\frac{\partial A_y}{\partial x}-\frac{\partial A_x}{\partial y}\right)\vec{e}_z\end{aligned}$$



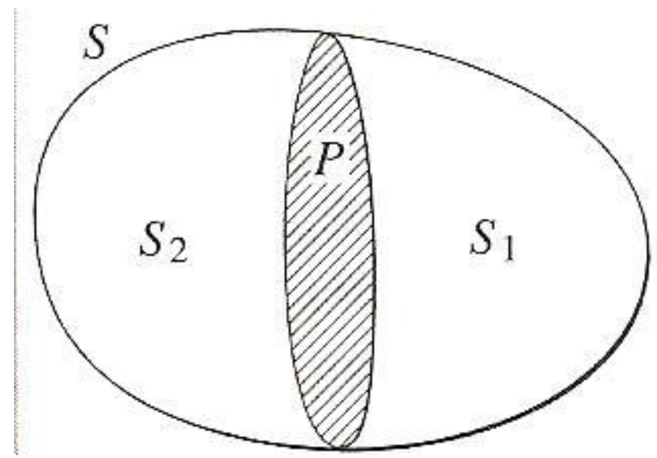
Exemples :

- Champ radial
- Champ orthoradial

III. Relations intégrales

1. Relation de Green-Ostrogradski.

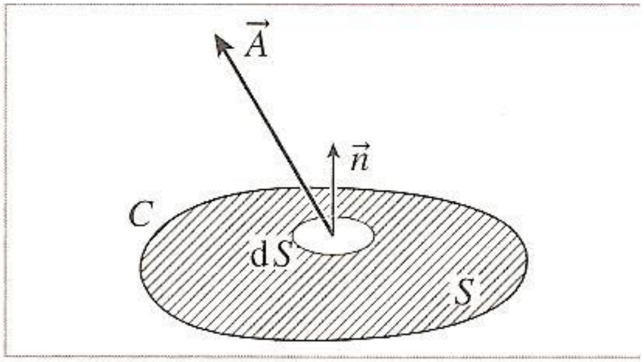
$$d\Phi = \mathrm{div}\,\overrightarrow{A}\,d\tau = \overrightarrow{\nabla}.\overrightarrow{A}\,d\tau$$

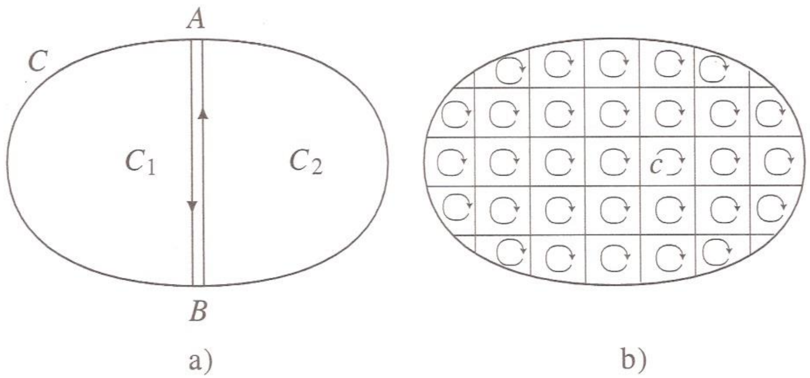


$$\Phi = \oiint \overrightarrow{A}.\overrightarrow{dS} = \iiint \overrightarrow{\nabla}.\overrightarrow{A}\,d\tau$$

2. Relation de Stokes :

$$d\mathcal{C} = \overrightarrow{rot}\,\overrightarrow{A}.dS\,\overrightarrow{n}$$





$$\oint \overrightarrow{A}\,\overrightarrow{dl} = \iint (\overrightarrow{\nabla} \wedge \overrightarrow{A}).\overrightarrow{dS}$$