

Objectif de microscope à miroirs concentriques de Schwarzschild

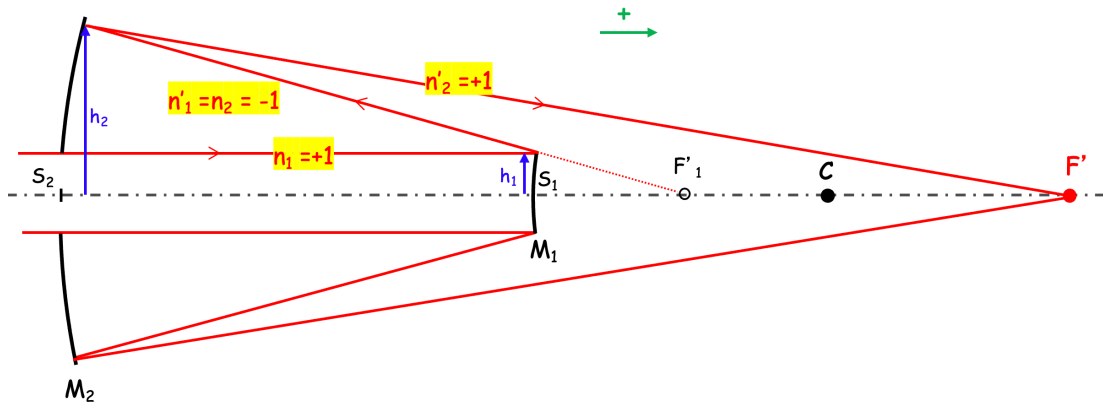
Questions préliminaires – positionnement géométrique

1. $z_2 = \overline{S_2 F'_1} = \overline{S_2 C_2} + \overline{C_1 F'_1} = R_2 - \frac{R_1}{2} = \frac{R_1(2-\rho)}{2\rho}$
2. Focale de l'ensemble $F' = -g_{y_2} \times F'_1$ à partir de $y' = -f \times \tan \theta$.
3. $g_{y_2} = -\frac{\overline{S_2 F'_1}}{\overline{S_2 F'_1}}$ soit $g_{y_2} = \frac{1}{\rho-1}$ en écrivant la conjugaison $F'_1 \rightarrow F'$ par le miroir M_2 ; $g_{y_2} < 0$ et on déduit $F' = \frac{R_1}{2(1-\rho)}$

1. Résolution transverse

- a. Critère de Rayleigh : résolution = rayon de la tache d'Airy $\Rightarrow R_A = 1,22\lambda/(2 \times \alpha'_m) = 2,1 \mu\text{m}$ à $\lambda = 0,588 \mu\text{m}$.
- b. La RPI en limite de diffraction n'est plus une tache d'Airy, mais une tache qui comporte plus d'énergie dans les anneaux. Ici, graphique tracé avec 20% d'obturation centrale (en surface).

2. Correction de l'aberration sphérique de l'objectif



$$R_1 = \overline{S_1 C} > 0 \text{ et } R_2 = \overline{S_2 C} > 0$$

- a. Application du théorème de Gouy ($n'_t \Delta'_t = \sum n'_i \Delta'_i$), en choisissant les indices de part et d'autre des miroirs selon la convention ci-dessus $\Rightarrow \Delta'_t = -\Delta'_1(h_1) + \Delta'_2(h_2)$ avec les hauteurs h_1 et h_2 évaluées sur les rayons paraxiaux sur M_1 et M_2 respectivement.
- b. Pour chacun des miroirs étudié séparément, pour un point objet sur l'axe :
 - conjugaison non-stigmatique (pour un miroir sphérique, seules conjugaisons stigmatiques : C et S)
 - les surfaces d'onde sont déformées par rapport à une sphère ; M_1 : surface d'onde réelle en retard par rapport à une surface de référence paraxiale ; M_2 : surface d'onde réelle en avance $\Rightarrow$ avec la convention de signe choisie, $\Delta'_1(h_1) \geq 0$ et $\Delta'_2(h_2) \geq 0$, et il peut y avoir une compensation de l'aberration sphérique du 3^{ème} ordre :

$$\text{pour } M_1 : \text{conjugaison } \infty \rightarrow F'_1 \Rightarrow -\Delta'_1(h_1) = -\frac{h_1^4}{4 \times R_1^3} \Rightarrow \Delta'_1 \geq 0$$

$$\text{pour } M_2 : \text{conjugaison } F'_1 \rightarrow F' \Rightarrow \Delta'_2(h_2) = -\frac{h_2^4}{4 \times R_2} \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{z_2} \right)^2 \Leftrightarrow \Delta'_2(h_2) = \frac{h_2^4}{4 \times R_1^3} \rho(2-\rho)^2$$

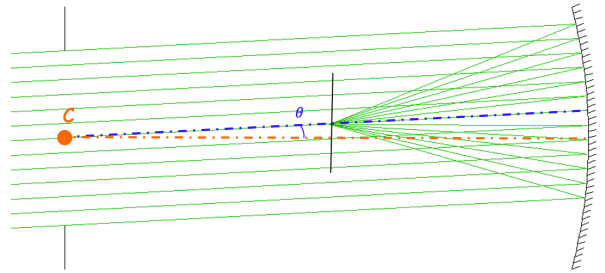
$$\text{avec } h_2 = h_1 \frac{2z_2}{R_1} \Rightarrow \Delta'_2 \geq 0$$

$$\text{c. } \Delta'_t(h_1) = -\Delta'_1(h_1) + \Delta'_2(h_1) = \frac{h_1^4}{4 \times R_1^3} \times (\rho^3 - 4\rho^2 + 4\rho - 1)$$

- d. Racines de $(\rho^3 - 4\rho^2 + 4\rho - 1) = 0 : \rho = 1, \rho = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} \Rightarrow$ seule solution possible $\rho = \frac{3 - \sqrt{5}}{2} \cong 0,382$
- e. D'après les questions préliminaires, $R_1 = F'(\sqrt{5} - 1) \cong 49,4 \text{ mm}$, $R_2 = F'(\sqrt{5} + 1) \cong 129,4 \text{ mm}$. Remarquons que $\overline{CF'} = F'$: les plans principaux H et H' sont confondus avec C pour un système concentrique.
 M_1 est la pupille : $\emptyset_1 = F'/N = 13,3 \text{ mm}$; pour laisser passer tous les rayons issus d'un point-objet sur l'axe, $\emptyset_2 \geq 2h_{2\max} = \emptyset_1 \frac{(2-\rho)}{\rho} = 56,5 \text{ mm}$ $\eta\phi$

3. Aberrations de champ

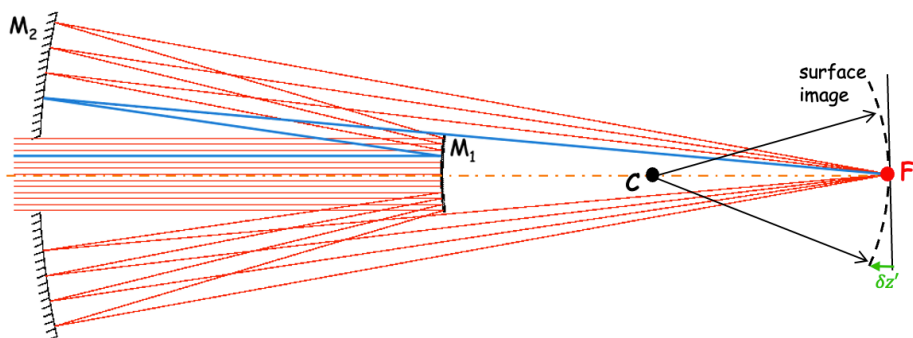
- a. La pupille d'entrée étant au centre de courbure commun, elle est imagée sur elle-même par chaque miroir. Dans ces conditions, chacun des miroirs est totalement dénué de toute aberration qui n'est pas à symétrie de révolution (cf. cours) : quel que soit le champ θ considéré, le rayon passant par le centre de la pupille constitue un axe de symétrie de la sphère portant le miroir.



Ainsi, le front d'onde aberrant reste à symétrie de révolution (en l'absence de vignettage). En particulier, le système ne présente ni coma ni astigmatisme – à tous les ordres – car aucun des miroirs n'en présente.

- b. Deux approches pour évaluer la courbure de champ (= courbure de la surface image) du microscope :

- Approche géométrique : le centre de courbure constitue un centre de symétrie du dispositif, l'image se forme à la distance $\overline{CF'} = F'$ quel que soit le champ $\theta \Rightarrow$ le rayon de la surface image est $R_{surf} = -F'$ et la courbure $C'_{surf} = -1/F' = 25 \text{ m}^{-1}$.



- Approche analytique : le système global ne présente pas d'astigmatisme, la courbure de champ est égale à la courbure de Petzval $C'_{surf} = P'_t$, grandeur qui se déduit des contributions individuelles des miroirs $\frac{P'_t}{n'_t} = \sum \frac{P'_i}{n'_i} \Rightarrow P'_t = -P'_1 + P'_2$. Le Petzvalien (=courbure de Petzval) P'_i de chaque miroir est indépendante de la conjugaison et de la position de la pupille : $P'_i = \frac{2}{R_i} \Rightarrow P'_t = -\frac{2}{R_1} + \frac{2}{R_2} = -\frac{2}{R_1} (1 - \rho) = -\frac{1}{F'}$ dans le cas étudié.

$\Rightarrow$ défaut de mise au point associé $\delta z' = \frac{|C'_{surf}|}{2} y'^2 = 6 \mu\text{m} \ll$ la profondeur de foyer en limite de diffraction $\lambda/\alpha'_m{}^2 = 21 \mu\text{m}$: l'effet de la courbure est négligeable. On peut également évaluer le rayon de la tache de diffusion associé au défaut de mise au point $\delta z' \times \alpha'_m = 1 \mu\text{m} < R_{Airy}$

- c. L'aberration sphérique ne dépend pas de la position de la pupille : elle reste donc nulle ; la coma ne dépend de la position de la pupille qu'en présence d'aberration sphérique : ici, la

coma du 3^{ème} ordre reste nulle. Mais chaque miroir présente séparément de la coma, qui se compense exactement : à partir de la relation donnée pour l'écart normal de coma d'un miroir portant la pupille, appliquée à M_1 , on trouve $\Delta'_1 = \frac{h_1^3}{R_1^2} \tan \theta \times \cos \varphi$ soit $|\Delta'_1|_{max} = 2,1 \mu\text{m} = |\Delta'_2|_{max}$

- d. RPI à symétrie de révolution : RPI D $\rightarrow$ point objet sur l'axe (rapport de Strehl = 1) ; RPI B : point objet dans le champ