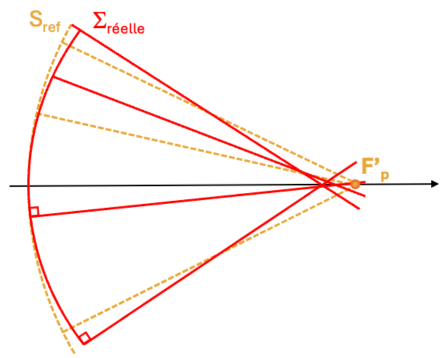
TD 1 : Analyse de front d'onde – aberration sphérique

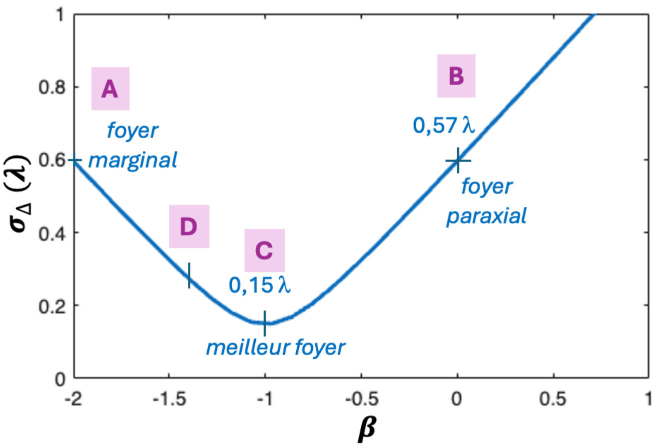
I. Mise en place et définitions

1. Tache d'Airy, de diamètre au 1er anneau $\varnothing_A = \frac{1{,}22\times\lambda}{\sin\alpha'_m} = 7{,}8$ µm.
2. Le rapport de Strehl est par définition le rapport entre le maximum d'éclairement dans la réponse percussionnelle aberrante et le maximum qu'il y aurait en limite de diffraction. Dans le cas de faibles aberrations ($\sigma_\Delta \leq 0{,}20\,\lambda$), on peut utiliser l'approximation $R_S = \exp(-\frac{4\pi^2}{\lambda^2}\sigma_\Delta^2)$.
3. $\overline{\Delta^2} = \Delta_m^2\left(\frac{1}{5}+\frac{\beta}{2}+\frac{\beta^2}{3}\right)$ et $\overline{\Delta}^2 = \Delta_m^2\left(\frac{1}{9}+\frac{\beta}{3}+\frac{\beta^2}{4}\right) \Rightarrow \sigma_\Delta^2 = \Delta_m^2\left(\frac{4}{45}+\frac{\beta}{6}+\frac{\beta^2}{12}\right)$
4. Le critère de Maréchal indique qu'un système peut être considéré en limite de diffraction si $\sigma_\Delta \lesssim 0{,}07\,\lambda$, ce qui correspond à $R_S \geq 80\%$

II. Écart normal d'aberration sphérique



1. Mise au point au foyer paraxial
   a. Avec $\Delta_m > 0$, la surface d'onde réelle est en avance par rapport à la sphère de référence centrée sur l'image paraxiale ; c'est une sphère déformée.
   b. $\sigma_\Delta = \sqrt{\frac{4}{45}}\Delta_m$
   c. $\sigma_\Delta = 0{,}60\lambda$ → le critère de Maréchal n'est pas vérifié
   d. Front d'onde B (forme en u^4)
   e. Puisque $\sigma_\Delta \gg 0{,}07\,\lambda$, on peut déjà prévoir que la réponse percussionnelle (RPI) sera très différente d'une tache d'Airy, et en particulier le maximum d'éclairement sera faible et l'énergie lumineuse sera étalée sur un grand diamètre. Au foyer paraxial, la RPI est caractérisée par un disque lumineux central et un fond diffus sans structure annulaire → RPI 4
2. Mise au point au meilleur foyer
   a. Le rapport de Strehl est maximum lorsque σ_Δ est minimum : cela correspond donc à la meilleure RPI possible
   b. En différentiant σ_Δ par rapport à β : σ_Δ est minimal en $\beta = -1 \Rightarrow \sigma_\Delta = \frac{\Delta_m}{6\sqrt{5}}$
   c. $\sigma_\Delta = 0{,}15\lambda$; le critère de Maréchal n'est toujours pas vérifié, mais on peut estimer le rapport de Strehl à $R_S \cong 0{,}41$
   d. Dans ce plan de mise au point, $\Delta(u) = \Delta_m(u^4 - u^2) \Rightarrow$ forme qui correspond au front d'onde C (et la valeur de σ_Δ est bien compatible).
   e. Le défaut de mise au point à appliquer est donc $\epsilon = -2\frac{\Delta_m}{\alpha_m'^2} = -253$ µm.
   f. La RPI se rapproche d'une tache d'Airy, avec un rapport de Strehl $R_S \cong 0{,}41$; cela correspond à la RPI 1. Par rapport à une tache d'Airy, on peut tout de même prévoir que l'énergie à l'intérieur du 1er anneau noir a diminué.



Évolution de l'écart-type de l'écart normal aberrant σ_Δ avec le défaut de mise au point β

3. Le front d'onde A correspond à un profil de la forme $\Delta(u) = \Delta_m(u^4 - 2u^2)$, avec une surface d'onde aberrante qui tangente la sphère de référence en $u = 1$: par définition, cela correspond au foyer marginal ($\beta = -2$) et $\sigma_\Delta = 0{,}60\lambda$; la RPI est très dégradée, avec une structure d'anneaux très étalée → RPI 3.
   Le front d'onde D correspond à une position intermédiaire quelconque entre le meilleur foyer et le foyer marginal ; avec $\sigma_\Delta \cong 0{,}28\,\lambda$, l'approximation exponentielle n'est plus valable (la valeur du rapport de Strehl estimé est sous-estimée) ; la RPI associée est RPI 2
4. Si l'ouverture numérique est réduite d'un facteur $\sqrt{2}$, l'écart normal *maximal* d'aberration sphérique du 3ème ordre au bord de la pupille est réduit dans le facteur $\left(\sqrt{2}\right)^4 = 4 \Rightarrow \Delta'(u) = \frac{2\lambda}{4}u^4$ pour une mise au point paraxiale, avec $\Delta'_m = \frac{\lambda}{2}$. Avec les résultats obtenus précédemment, on obtient qu'au foyer paraxial $\sigma'_\Delta = 0{,}15\,\lambda$, donc le critère de Maréchal n'est toujours pas vérifié.
   Par contre au meilleur foyer $\sigma'_\Delta = 0{,}04\,\lambda$: le critère de Maréchal est vérifié, et la RPI devient très proche d'une tache d'Airy ($R_S \cong 0{,}95$) dont le diamètre a augmenté d'un facteur $\sqrt{2}$ par rapport à la configuration étudiée précédemment.