

Matière

Conception de Systèmes Optiques

Cursus/option : 2A-P
Date de mise à jour : Septembre 2025
Année scolaire : 2025/2026

ÉTUDE D'UNE LENTILLE DÉFORMABLE

On s'intéresse dans ce problème aux propriétés d'une lentille déformable constituée d'une membrane élastique en polymère, remplie d'un liquide d'indice de réfraction $n = 1,33$ à la longueur d'onde $\lambda = 800 \text{ nm}$. Le courant électrique circulant dans une bobine permet de contrôler électromécaniquement la pression du liquide contenu dans la membrane et donc de déformer celle-ci afin de modifier la puissance dioptrique $P_L = 1/f'_L$ de la lentille (cf. figure 1).

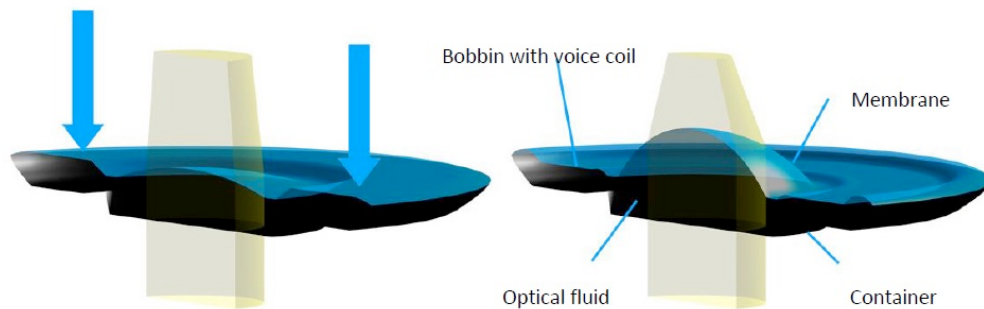


Figure 1 : Principe de fonctionnement d'une lentille déformable

La lentille déformable est une lentille plan-convexe de diamètre $2h_{max} = 10 \text{ mm}$. Le fabricant a analysé le front d'onde émergent de la lentille, éclairée par un faisceau collimaté provenant d'un point source à l'infini sur l'axe de la lentille. Il garantit que l'écart normal RMS¹ est inférieur à $0,25 \lambda$ pour $P_0 = 10 \delta$ et pour une mise au point au meilleur foyer.

1. Quelle est l'ouverture numérique $\sin \alpha'_m$ à laquelle travaille la lentille ?
2. Écart normal d'aberration sphérique du 3^{ème} ordre
 - a. Quelle est la forme de la surface d'onde aberrante, derrière la lentille plan-convexe (face convexe vers l'infini), relativement à la surface d'onde paraxiale, pour une conjugaison $\infty \rightarrow \text{foyer}$ et un point objet sur l'axe ?
 - b. Évaluez l'écart normal en bord de lentille (en unités de λ) d'aberration sphérique du 3^{ème} ordre Δ_{SA3} . Précisez le signe de l'écart normal aberrant.
3. Analyse de la lentille pour un axe optique vertical
 Nous analysons dans un premier temps les résultats de la figure 3 obtenus lorsque l'axe optique de la lentille est vertical, c'est-à-dire parallèle à l'accélération de pesanteur terrestre $\vec{g}$.
 - a. L'analyseur de Shack-Hartmann décompose le front d'onde sur la base des polynômes de Zernike. Pourquoi cette base est-elle bien adaptée à l'analyse du front d'onde ?
 - b. L'analyse a-t-elle été faite au meilleur foyer ?
 - c. Ces résultats de l'analyse sont-ils compatibles avec l'écart normal RMS maximal garanti par le fabricant ?
 - d. Le terme de la décomposition de Zernike associé à l'aberration sphérique (P8) est-il compatible avec votre évaluation précédente de l'écart normal Δ_{SA3} ?
 - e. Évaluez le rapport de Strehl correspondant pour une mise au point au meilleur foyer. Que pouvez-vous en conclure quant à la forme et la dimension de la réponse percussionnelle ?
4. Analyse de la lentille pour un axe optique horizontal

Lorsque l'axe optique de la lentille est perpendiculaire à $\vec{g}$, la lentille se déforme sous l'effet de la pesanteur. En première approximation, tout se passe comme si le faisceau incident se décale

¹ Root Mean Square = racine carrée de la moyenne des carrés – en d'autres termes, $\Delta_{RMS} = \sigma_{\Delta}$ est l'écart-type de l'écart normal aberrant.

transversalement d'une hauteur h_0 par rapport à l'axe de la lentille (cf. figure 2) : le décalage de la pupille conduit à l'apparition de nouvelles contributions aux aberrations, associées à ce défaut d'excentrement. L'analyse du front d'onde émergent conduit alors aux résultats de la figure 3. L'expression de l'écart normal aberrant $\Delta'_H(u', \varphi')$ lorsque l'axe est horizontal se déduit la contribution d'aberration sphérique de la lentille « axe vertical » par un simple changement de variable des coordonnées pupillaires.

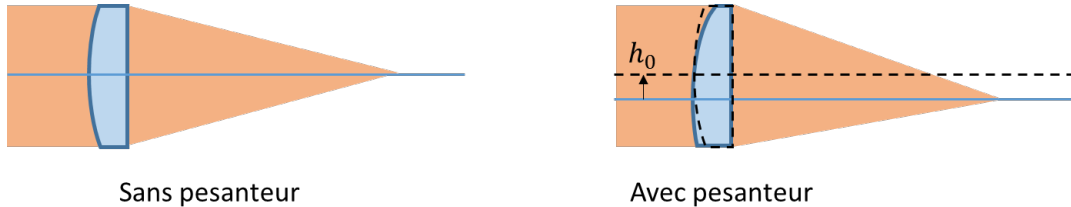
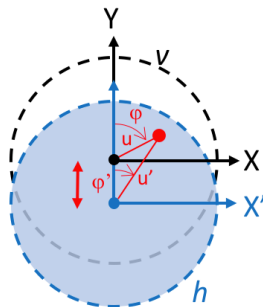


Figure 2 : Effet de la pesanteur sur la lentille déformable lorsque l'axe optique est horizontal.



Changement de variable

$$\begin{cases} u' \cos \varphi' = u \cos \varphi - u_0 \\ u' \sin \varphi' = u \sin \varphi \end{cases} \text{ avec } u_0 = h_0/h_{\max}$$

Décomposition de l'écart normal d'aberration sphérique du 3^{ème} ordre (Seidel)

$$\Delta_0 u^4 = \Delta_0 \times \begin{pmatrix} u'^4 - 4u_0 u'^3 \cos \varphi' \\ +4u_0^2 u'^2 + 2u_0^2 u'^2 \cos 2\varphi' \\ -4u_0^3 u' \cos \varphi' + u_0^4 \end{pmatrix}$$

- Identifiez les différentes aberrations dans la décomposition de Seidel de l'écart normal aberrant $\Delta'_H(u', \varphi')$ donnée ci-dessus.
- Identifiez les termes qui ont varié par rapport à la situation précédente, dans la décomposition sur les polynômes de Zernike (figure 3). À quelles aberrations de Seidel correspondent-ils ?
- Déduisez de la contribution selon Z_3^1 (P6) ou Z_2^2 (P4) l'amplitude de l'excentrement h_0 .
- Les spécifications du constructeur sont-elles encore respectées ici ?
- Que devient le rapport de Strehl ? Que pouvez-vous en conclure sur la qualité de l'imagerie dans ces conditions ?

5. Évolution de l'écart normal aberrant avec la focale

On souhaite à présent varier continûment la position du point de focalisation derrière la lentille, en faisant varier la puissance dioptrique de la lentille variable entre 5 et 15 δ . On considère à nouveau la lentille avec un axe vertical.

- Comment varie l'ouverture numérique $\sin \alpha'_m$ à laquelle travaille la lentille sur cette plage ?
- Montrez que l'écart normal d'aberration sphérique du 3^{ème} ordre, exprimé dans la décomposition de Seidel, pour une focale f'_L quelconque, se déduit de la valeur Δ_{SA3} évaluée précédemment pour une focale $f'_0 = 100$ mm. Le signe de cet écart normal est-il modifié sur la plage de puissances dioptriques considérée ?
- Tracez l'évolution de cet écart normal aberrant Δ'_{SA3} avec f'_L , et commentez la plage des valeurs prises.
- Comment pouvez-vous justifier par des arguments physiques basés sur la trajectoire des rayons la dépendance avec la focale ?

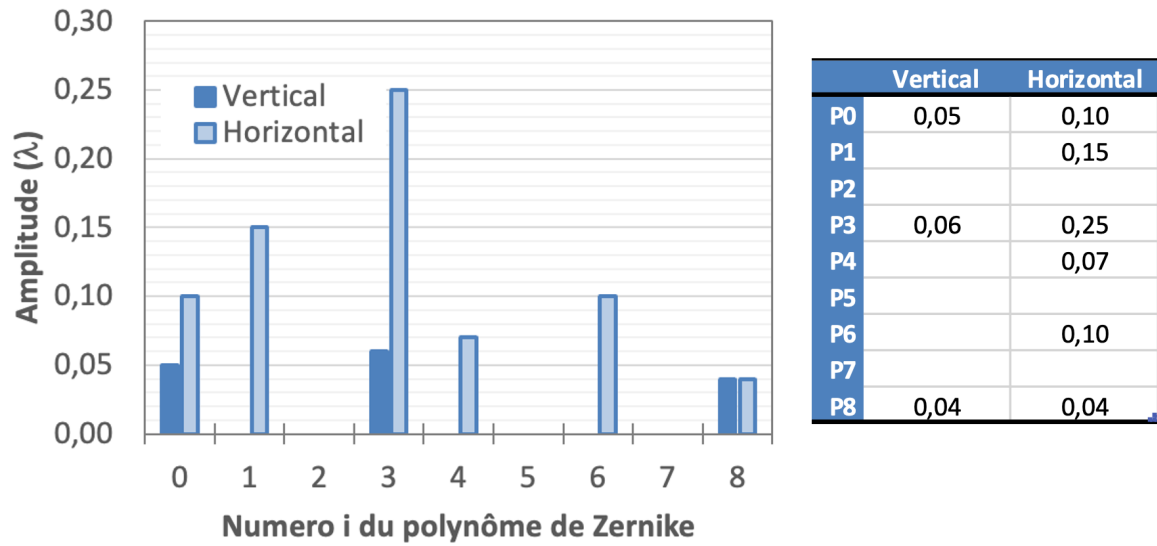


Figure 3 : Résultats de l'analyse du front d'onde émergent d'une lentille déformable selon l'orientation de son axe optique ($P = 10 \delta$ et $\lambda = 800 \text{ nm}$)

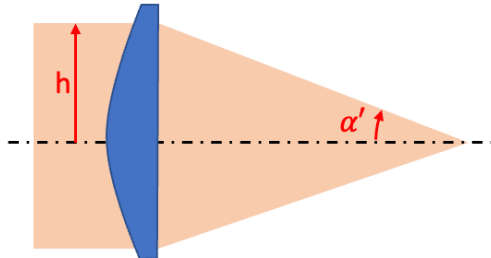
Éléments de réponse (applications numériques)

- 1 $\sin \alpha'_m = 0,05$
- 2 b. $\Delta_{SA3} \cong 0,55 \lambda$
- 3 e. $R_S \cong 93\%$
- 4 c. $h_0 \cong 2 \text{ mm}$
- 4.e. $R_S \cong 52\%$
- 5.c. entre $0,23 \lambda$ et $1,87 \lambda$

ANNEXE

I. Écart normal aberrant d'une lentille mince plan-sphérique de focale f' pour un point objet à l'infini – face plane vers le foyer

On donne les expressions de l'écart normal aberrant d'une lentille plan-sphérique, pour l'aberration sphérique du 3^{ème} ordre et une mise au point paraxiale, en fonction de l'indice de la lentille et de la focale de la lentille f :



Écart normal d'aberration sphérique --
développement de Seidel au 3^{ème} ordre

$$\Delta(h) = \frac{(n^3 - 2n^2 + 2)}{2n(n - 1)^2} \times \frac{h^4}{4f'^3}$$

II. Polynômes de Zernike

On rappelle la définition des 16 premiers polynômes de Zernike.

i	n	m	$Z_n^m(u, \varphi)$
0	0	0	1
1	1	1	$2u \cos \varphi$
2	1	-1	$2u \sin \varphi$
3	2	0	$\sqrt{3}(2u^2 - 1)$
4	2	2	$\sqrt{6} u^2 \cos 2\varphi$
5	2	-2	$\sqrt{6} u^2 \sin 2\varphi$
6	3	1	$\sqrt{8}(3u^3 - 2u) \cos \varphi$
7	3	-1	$\sqrt{8}(3u^3 - 2u) \sin \varphi$
8	4	0	$\sqrt{5}(6u^4 - 6u^2 + 1)$
9	3	3	$\sqrt{8} u^3 \cos 3\varphi$
10	3	-3	$\sqrt{8} u^3 \sin 3\varphi$
11	4	2	$\sqrt{10}(4u^4 - 3u^2) \cos 2\varphi$
12	4	-2	$\sqrt{10}(4u^4 - 3u^2) \sin 2\varphi$
13	5	1	$\sqrt{12}(10u^5 - 12u^3 + 3u) \cos \varphi$
14	5	-1	$\sqrt{12}(10u^5 - 12u^3 + 3u) \sin \varphi$
15	6	0	$\sqrt{7}(20u^6 - 30u^4 + 12u^2 - 1)$

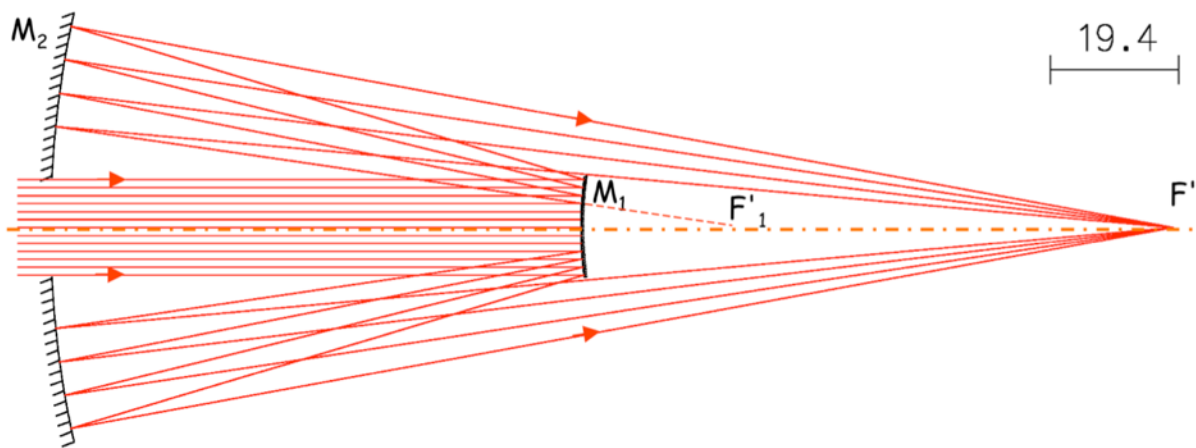
Dans ce tableau, u et φ représentent la hauteur (normalisée au bord de la pupille) et l'angle d'azimut du point d'impact d'un rayon lumineux dans la pupille du système optique.

Objectif de microscope à miroirs concentriques de Schwarzschild

Les objectifs de microscope réfléchissants construits à partir de deux miroirs sphériques concentriques, selon la configuration de télescope proposée par *Schwarzschild* en 1905, sont très utilisés dans les systèmes nécessitant une bonne qualité d'imagerie sur une large gamme spectrale ou dans des plages d'absorption des verres, tels que pour la spectroscopie de fluorescence, l'ellipsométrie ou la photolithographie. Par ailleurs, ces objectifs bénéficient d'une frontale élevée. Utilisés avec un tube d'objectif secondaire, ces objectifs de microscope sont en général conçus pour une imagerie $F \rightarrow \infty$.

On cherche à concevoir un objectif de Schwarzschild de distance focale $F' = 40 \text{ mm}$, et d'ouverture numérique $\sin \alpha'_m = 0,17 (F/3)$. Le champ considéré est de 1° , soit $y' = \pm 0,7 \text{ mm}$ dans le plan de l'objet visé. Cet objectif sera étudié dans le sens $\infty \rightarrow F$ par souci de simplicité.

Le miroir primaire M_1 est convexe, de rayon de courbure R_1 ; le miroir secondaire M_2 est concave, de rayon de courbure $R_2 = R_1/\rho$ où $\rho \in]0; 1[$ est une valeur que l'on déterminera par la suite. On note $z'_1 = \overline{S_1 F'_1}$ la position de l'image intermédiaire F'_1 par rapport à M_1 , et $z_2 = \overline{S_2 F'_1}$ la position de cette même image par rapport à M_2 .



Questions préliminaires à préparer avant la séance de TD – positionnement géométrique

1. Déterminez une relation entre $z_2 = \overline{S_2 F'_1}$, R_1 et ρ découlant de la concentricité des miroirs.
2. Exprimez la focale F' du système à miroirs en fonction de R_1 et du grandissement transverse g_{y_2} du miroir secondaire.
3. Exprimez g_{y_2} en fonction de ρ ; quel est le signe de ce grandissement ?

1. Résolution transverse

- a. Quelle est la résolution spatiale maximale (selon le critère de Rayleigh) que l'on peut atteindre avec cet objectif à $\lambda = 0,55 \mu\text{m}$?
- b. Analysez la réponse percussionnelle idéale du dispositif calculée au verso : quelles sont les différences que vous mettez en évidence entre la réponse percussionnelle idéale de ce microscope et celle d'un système de même ouverture numérique sans obturation centrale ?

2. Correction de l'aberration sphérique de l'objectif

- a. Justifiez qu'il est possible d'évaluer l'aberration sphérique globale du dispositif à partir des contributions de chaque élément considéré séparément. Exprimez la relation entre l'écart normal d'aberration sphérique de l'objectif et celui induit par chacun des miroirs Δ'_i .
- b. Pour chacun des miroirs étudié séparément, pour un point objet sur l'axe :
 - le miroir travaille-t-il dans une configuration rigoureusement stigmatique ?

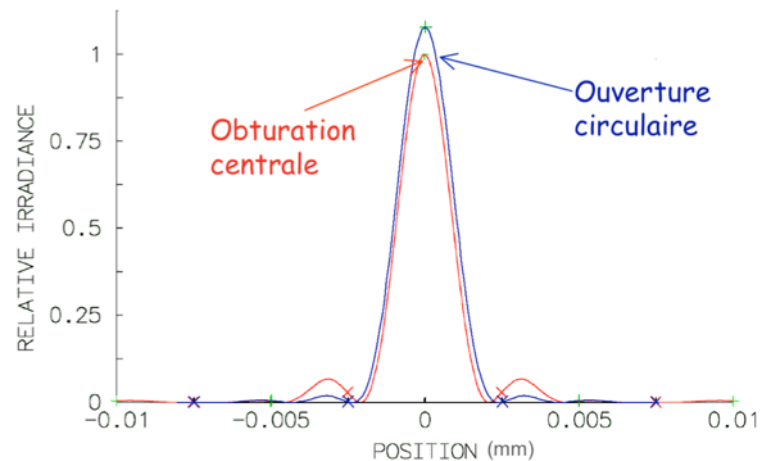
- quelle est l'allure de la surface d'onde aberrante, et le signe de l'écart normal aberrant associé à l'aberration sphérique du 3^{ème} ordre ?
 - exprimez le chemin optique aberrant $n'\Delta_i'$ du miroir à l'aide des relations données en annexe.
- c. Montrez que l'écart normal total du dispositif s'écrit simplement :

$$\Delta'_{tot}(h_1) = \frac{h_1^4}{4R_1^3}(\rho(2-\rho)^2 - 1)$$

- d. Montrez qu'un choix judicieux du rapport ρ des rayons de courbure que vous évaluerez permet de corriger l'aberration sphérique du système dans son ensemble.
- e. Déduisez-en les valeurs des rayons de courbure R_1 et R_2 permettant d'obtenir le système de focale $F' = 40$ mm, ainsi que les diamètres des miroirs pour que son ouverture soit de 0,17.
- f. Donnez les valeurs numériques de Δ_1' et Δ_2' au bord de la pupille dans ces conditions.

3. Aberrations de champ

- a. La pupille étant placée au centre de courbure commun aux deux miroirs, le système présente-t-il de la coma ? de l'astigmatisme ? Détaillez votre réponse.
- b. Le système reste-t-il aplanétique lorsque la pupille est sur le miroir M_1 ? Détaillez votre réponse en quantifiant la contribution à l'écart normal de coma de chacun des miroirs, pour un angle de champ de 1° .
- c. Parmi les réponses percussionnelles représentées en annexe, retrouvez celle correspondant à un point objet sur l'axe, et celle à un point au bord du champ.



Simulation de la réponse percussionnelle de l'objectif étudié pour un point objet sur l'axe, à pleine ouverture, et comparaison avec celle d'un objectif de même ouverture sans obturation centrale.

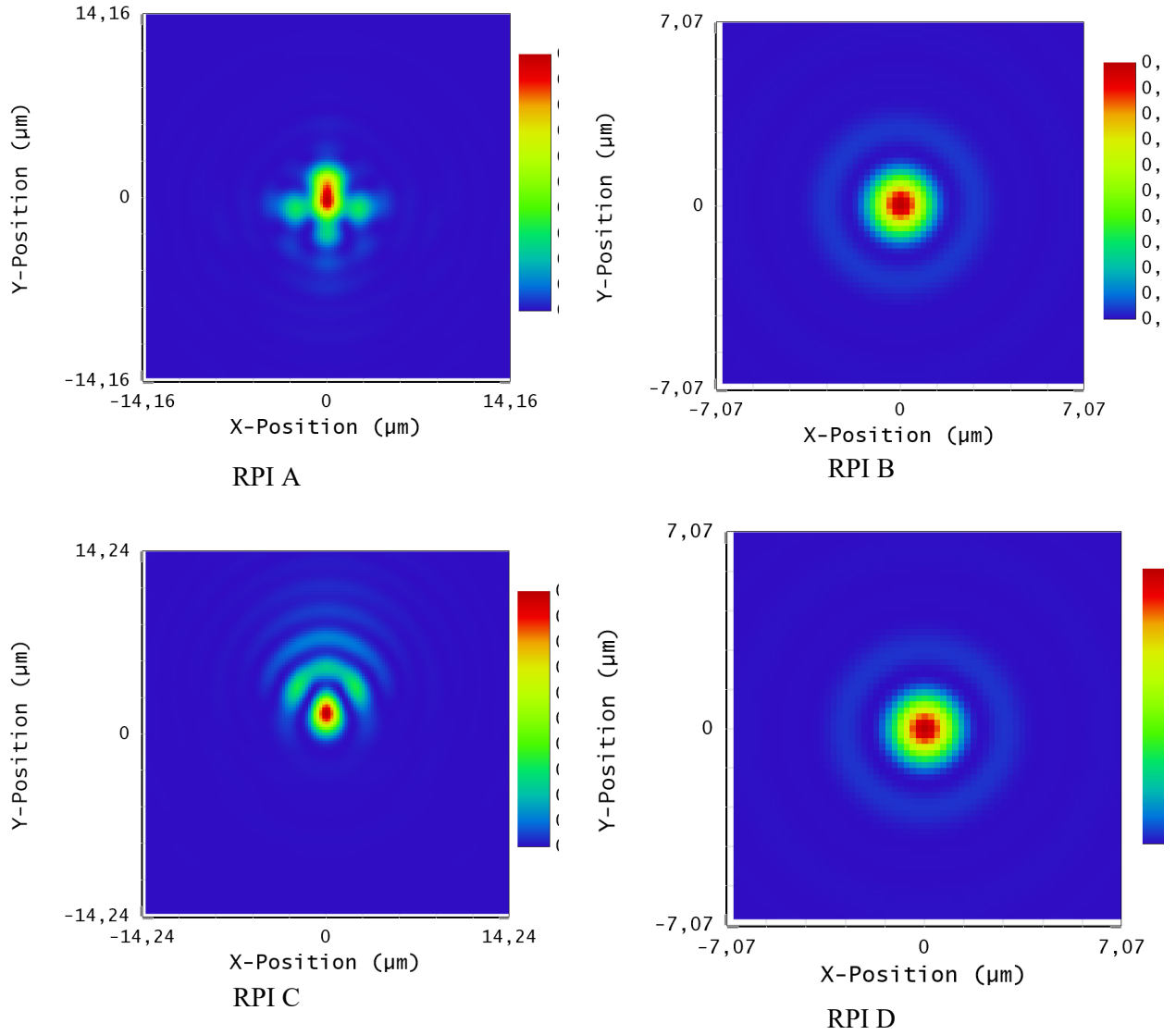
Écart normal d'aberration sphérique du 3^{ème} ordre d'un dioptre sphérique de rayon de courbure R en conjugaison $z \rightarrow z'$

$$n'\Delta'(h) = \frac{h^4}{8} \times n^2 \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z} \right)^2 \times \left(\frac{1}{n'z'} - \frac{1}{nz} \right)$$

Écart normal de coma du 3^{ème} ordre d'un dioptre sphérique de rayon de courbure R en conjugaison $z \rightarrow z'$ portant la pupille

$$n'\Delta'(h, \varphi) = \frac{h^3}{2} \times n \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z} \right) \times \frac{ny}{z} \times \left(\frac{1}{n'z'} - \frac{1}{nz} \right) \times \cos \varphi$$

ANNEXE



Éléments de réponse

Positionnement géométrique : $z_2 = \frac{R_1}{2} \times \frac{2-\rho}{\rho}$; $F' = -g_{y_2} \times \frac{R_1}{2}$; $g_{y_2} = \frac{1}{\rho-1} < 0$

1.a. Rayon de la tache d'Airy $2,1 \mu\text{m}$

2.b. pour M_1 : $-\Delta'_1(h_1) = -\frac{h_1^4}{4 \times R_1^3}$; pour M_2 : $\Delta'_2(h_2) = \frac{h_2^4}{4} \times \frac{\rho^5}{R_1^3(2-\rho)^2}$

2.d. $\rho = (3 - \sqrt{5})/2$

2.e. $R_1 \cong 49,4 \text{ mm}$ et $R_2 \cong 129,4 \text{ mm}$; $\emptyset_1 \geq 13,3 \text{ mm}$, $\emptyset_2 \geq 56,5 \text{ mm}$

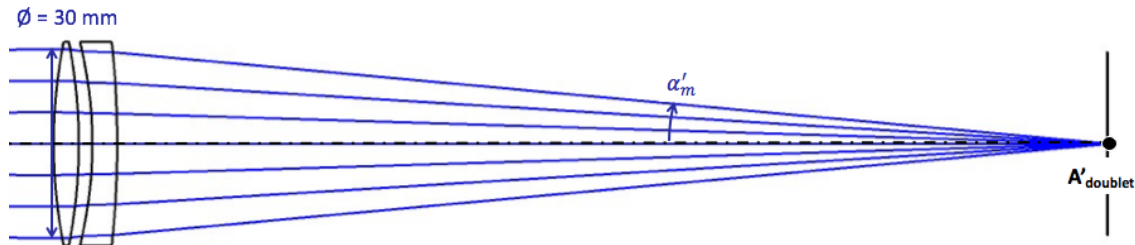
2.f. $\Delta'_1 = -\Delta'_2 = 4 \mu\text{m}$

3.b. $\Delta'_1 = -\Delta'_2 = -2,1 \mu\text{m}$

Doublet IR

On s'intéresse ici à un doublet décollé achromatique et aplanétique (corrigé à la fois du chromatisme, de l'aberration sphérique et de la coma) travaillant dans l'infrarouge ($\lambda = 1,65 \mu\text{m} - 3,0 \mu\text{m}$). Le doublet est utilisé pour faire l'imagerie d'un objet étendu à distance finie, dans une conjugaison de grandissement transverse $|g_y| = 0,10$.

La focale du doublet est $f' = 150 \text{ mm}$ à $\lambda_2 = 2,30 \mu\text{m}$, et son diamètre utile est $\varnothing = 30 \text{ mm}$. Pour toutes les analyses ci-dessous, le doublet sera supposé mince.



Surface	Radius (mm)	Thickness (mm)	Glass	Clear Diam (mm)	
STO	82,83	4	CaF ₂	30	$F'_1 = 100 \text{ mm}$
3	-82,83	2,15		30	
4	-66,82	4	INFRASIL	30	$F'_2 = -300 \text{ mm}$
5	-147,72	157,81		30	

	$\lambda_1 = 1,65 \mu\text{m}$	$\lambda_2 = 2,30 \mu\text{m}$	$\lambda_3 = 3,00 \mu\text{m}$
CaF ₂	1,4256	1,4223	1,4178
INFRASIL	1,4429	1,4335	1,4194

Questions de préparation

1. Mise en place géométrique

- À quelle distance $z = \overline{HA}$ en amont du doublet doit-on positionner l'objet pour atteindre le grandissement voulu ? Quelle est la distance du doublet à l'image $z' = \overline{H'A'}$?
- Pour quelle ouverture numérique image $\sin \alpha'_m$ travaille le doublet, dans cette conjugaison ?
- Quelle est la forme et la dimension de la réponse percussionnelle en limite de diffraction à λ_2 ?

2. Chromatisme du doublet

- Évaluez, à partir des indices des verres aux longueurs d'onde d'intérêt, la constringence v_{IR} des verres utilisés sur cette gamme spectrale.
- Justifiez qu'il est possible d'évaluer le chromatisme global du doublet à partir des contributions à l'écart normal des deux lentilles qui le constituent considérées séparément. Exprimez l'écart normal aberrant de chromatisme longitudinal du doublet. Précisez quelle est la surface de référence choisie.
- Vérifiez que la conception du doublet (focale, verres) assure une correction satisfaisante du chromatisme.
- Commentez le graphique en annexe (Fig. 1). Le chromatisme secondaire résiduel est-il gênant ? Expliquez.

3. Analyse des aberrations géométriques du doublet sur l'axe

- Commentez les graphes d'aberrations transverses (dy'_T, dx'_S) données en annexe (Fig. 2) :
 - Quel est le plan de mise au point choisi ?
 - Quelle est l'aberration mise en évidence, en particulier pour les courbes à $\lambda_2 = 2,30 \mu\text{m}$? Commentez l'allure et l'amplitude de la courbe $dy'_T(u)$.
 - Cette aberration est-elle visible ? Détaillez votre réponse.
 - Analysez les résultats de la Fig.1.
- Rappelez le lien entre le rayon de la tache-image dy'_{max} et l'amplitude de l'écart normal d'aberration sphérique du 3^{ème} ordre pour une mise au point paraxiale Δ_{max} .
- En supposant que l'aberration mise en évidence en Fig. 2 est du 3^{ème} ordre, donnez une estimation de l'amplitude de l'écart normal aberrant associé. Comparez au critère de Maréchal. Ce doublet est-il en limite de diffraction pour un point-objet sur l'axe à cette longueur d'onde ?

4. Analyse des aberrations géométriques du doublet hors d'axe

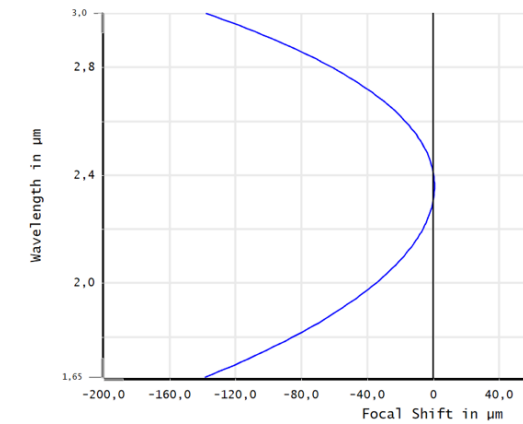
On considère à présent un point de l'objet situé hors de l'axe optique, vu sous un angle $\theta = 5^\circ$ depuis le doublet – soit à une distance $y = z \times \tan \theta \cong 144 \text{ mm}$ de l'axe optique.

- Rappelez l'expression de l'écart normal aberrant associé à la courbure de champ et l'astigmatisme, au 3^{ème} ordre. Quel est le sens physique de ces défauts ? Comment évoluent-ils avec le champ ?
- En appliquant le théorème de Gouy, montrez que la courbure de champ C du doublet est la somme des courbures de chacune des lentilles. De même pour les courbures sagittales C_S et tangentielles C_T . Ces grandeurs dépendent-elles de la conjugaison ?
- Évaluez théoriquement les courbures de champ C_S et C_T du doublet. Précisez les valeurs numériques des courbures C et des rayons de courbure associés $1/C$.
- Comment pouvez-vous vérifier la compatibilité de ces valeurs avec les résultats du graphique en Fig. 3. Détaillez votre réponse et concluez.
- Déduisez de ces résultats une estimation de la forme et de la dimension de la tache-image pour un point-objet au bord du champ dans le plan de mise au point paraxiale. Ces aberrations sont-elles visibles ?
- Commentez les graphes des aberrations transverses (dy'_T, dx'_S) données en annexe pour un point objet dans le champ (Fig. 4). Ces courbes sont-elles en bon accord avec vos prédictions précédentes ? Pouvez-vous justifier que le doublet est effectivement dénué de coma ?
- Un changement de plan de mise au point permettrait-il de minimiser l'impact de ces aberrations ?

Éléments de réponse

- $z = -1650 \text{ mm}$; $z' = 165 \text{ mm}$; $\sin \alpha'_m = 0,09 \Rightarrow \emptyset_{\text{Airy}} \cong 31 \mu\text{m}$
- $v_{IR} = \frac{n_2 - 1}{\Delta n} \Rightarrow CAF_2 : v_{IR} = 54 / \text{INFRASIL } v_{IR} = 18$
 - Écart normal de chromatisme $\Delta = \frac{h^2}{2f'v}$
 - $\Delta_1 = -\Delta_2 \cong 9 \lambda_2$
 - $2 \times \delta z'_{max} \times \alpha'_m \cong 26 \mu\text{m} < \emptyset_{\text{Airy}}$
- $b \& c. dy'_{max} \cong \frac{4\Delta_{max}}{\alpha'_m} \rightarrow \Delta'_{max} \cong 0,23 \lambda_2$
- À partir de l'invariant de Lagrange $y\alpha = y'\alpha'$
 - $C_S = \frac{1}{-88 \text{ mm}}, C_T = \frac{1}{-40 \text{ mm}}$
 - défaut de mise au point associé $\delta z_{S,T}' = C_{S,T} \frac{y'^2}{2} \Rightarrow 1,2 \text{ mm (S) et } -2,6 \text{ mm (T)}$
 - tache elliptique « verticale » (selon T) de dimensions $2 \times \delta z_{S,T}' \times \alpha'_m \cong 220 \mu\text{m} \times 470 \mu\text{m}$
 - meilleur foyer (milieu de S - T) dans le champ : $\emptyset_{tache} \cong 2 \frac{C_S - C_T}{4} y'^2 \alpha'_m \gg \emptyset_{\text{Airy}}$

Annexes : Caractéristiques du doublet infrarouge dans la conjugaison étudiée



Chromatic Focal Shift	
Air Spaced Achromatic Doublet, 150 mm EFL, 1.65-3.0 μm	
06/10/2020	
Maximum Focal Shift Range: 139,5503 μm	
Diffraction Limited Range: 277,831 μm	
Pupil Zone: 0,0000	

Figure 1 : Évolution de la position de l'image paraxiale A' avec la longueur d'onde

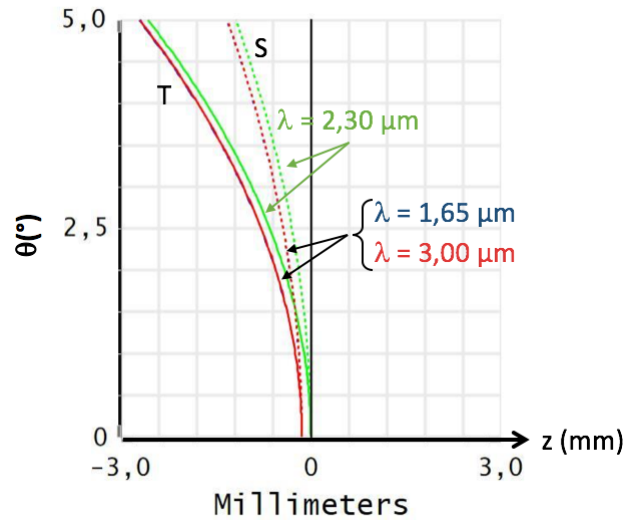


Figure 3 : Position longitudinale des images associées aux rayons sagittaux et tangentiels, selon le champ objet (exprimé en degrés)

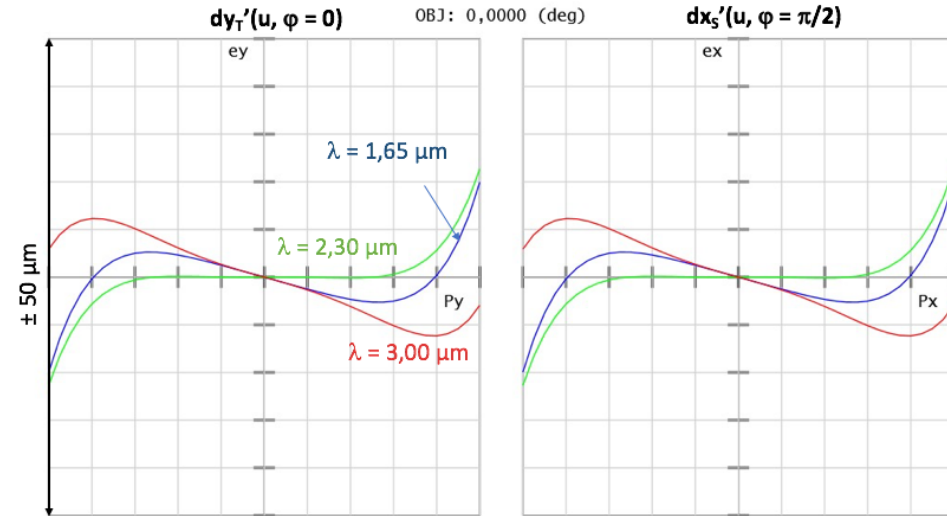


Figure 2 : courbes d'aberrations transverses pour un point objet sur l'axe – à droite dans le plan tangentiel $dy'(u, \varphi = 0)$, à gauche dans le plan sagittal $dx'(u, \varphi = \frac{\pi}{2})$

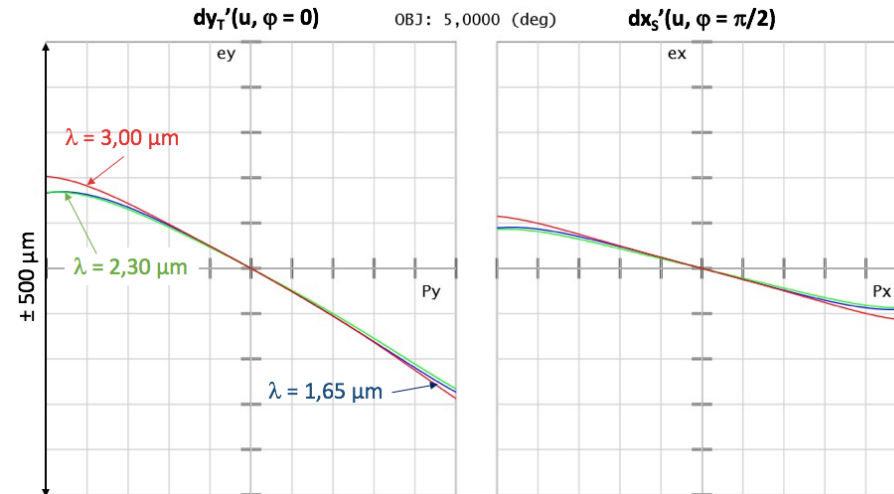
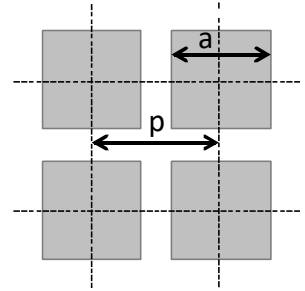


Figure 4 : Courbes d'aberrations transverses pour un point objet dans le champ – à droite dans le plan tangentiel $dy'(u, \varphi = 0)$, à gauche dans le plan sagittal $dx'(u, \varphi = \frac{\pi}{2})$

Évaluation d'une caméra infrarouge par sa FTI

Nous nous intéressons à un dispositif optique de visualisation de focale $F' = 50 \text{ mm}$ conçu pour travailler dans le proche infrarouge. La pupille du système est circulaire, éclairée de manière homogène. Le dispositif est destiné à être utilisé avec un capteur monochrome CMOS en InGaAs, dont la gamme spectrale de sensibilité couvre la plage $[950 ; 1650 \text{ nm}]$. Le capteur contient 640×512 pixels, au pas $p = 20 \text{ }\mu\text{m}$; la surface active des pixels est carrée, de côté $a = 15 \text{ }\mu\text{m}$ (cf. figure 1 ci-contre).



Questions de préparation

1. Mise en place

Quelle est l'ouverture numérique image minimale du système optique pour assurer que, *sur toute la gamme spectrale de fonctionnement*, le diamètre de la tache d'Airy soit inférieur à la dimension a des pixels du capteur ?

2. Évaluation du dispositif optique à $\lambda_0 = 950 \text{ nm}$

L'ouverture numérique du système est fixée à $\sin \alpha'_m = 0,14$. Le système optique étudié présente à $\lambda_0 = 950 \text{ nm}$, pour un **point-objet au bord du champ**, des aberrations mesurées sur la pupille et quantifiées par l'écart normal aberrant décomposé sur les bases de Seidel et de Zernike respectivement :

$$\begin{aligned} \Delta(u, \varphi) &= 2\lambda_0 \times u^4 + \lambda_0 \times u^3 \cos \varphi \\ \Leftrightarrow \Delta(u, \varphi) &= \frac{2\lambda_0}{6\sqrt{5}} \times \sqrt{5}[6u^4 - 6u^2 + 1] + \frac{\lambda_0}{3\sqrt{8}} \times \sqrt{8[3u^3 - 2u] \cos \varphi} \\ &\quad + \frac{\lambda_0}{\sqrt{3}} \times \sqrt{3[2u^2 - 1]} + \frac{\lambda_0}{3} \times 2u \cos \varphi + \frac{2\lambda_0}{3} \end{aligned}$$

- Quelles sont les aberrations présentes, pour cette mesure faite au bord du champ à λ_0 ?
- Quelle serait l'expression de l'écart normal aberrant au meilleur foyer pour un point objet sur l'axe, en supposant le système centré et parfaitement à symétrie de révolution ?
- Donnez une estimation du rapport de Strehl à $\lambda_0 = 950 \text{ nm}$, sur l'axe au meilleur foyer.

3. Fonction de Transfert Incohérente du dispositif optique

Nous nous intéressons dans un premier temps au système optique seul, et en particulier chercherons à déterminer la fonction de transfert incohérente – notée $FTI_{SO}(\vec{\sigma})$ – qui le caractérise pour un point objet au bord du champ.

- Quelle est la fréquence de coupure σ_0 , définie dans le plan-image d'observation, au-delà de laquelle le contraste d'une mire imagée par l'optique serait strictement nul à λ_0 ?
- Parmi les fonctions de transfert reproduites en Figure 2, quelles sont celles qui ne peuvent pas correspondre au système optique étudié à $\lambda_0 = 950 \text{ nm}$ pour un point-objet dans le champ ?
- En vous appuyant sur la valeur du rapport de Strehl estimée en question 1.b., justifiez que c'est vraisemblablement la FTM B qui est associée au système.

4. Fonction de Transfert Incohérente du capteur

Nous nous intéressons maintenant à l'ensemble {système optique + capteur} pour la formation d'une image numérique. Nous étudierons plus particulièrement le rôle de filtre linéaire du capteur CMOS dans la constitution d'une image numérisée.

- Conformément au théorème de Nyquist-Shannon, l'échantillonnage de l'image par le capteur CMOS ne reproduit fidèlement les composantes de fréquence spatiale que si elles sont inférieures à une valeur σ_1 liée au pas de l'échantillonnage. Quelle est cette fréquence maximale σ_1 , dans le cas étudié ici ? Comparez à σ_0 .
- On peut associer au capteur une fonction de transfert, définie comme étant la transformée de Fourier 2D d'un pixel élémentaire.

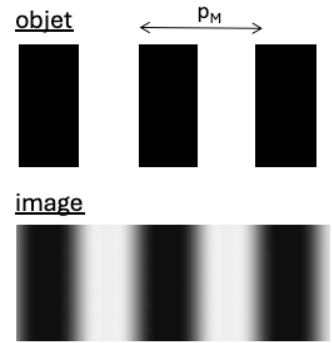
On rappelle que la transformée de Fourier d'une fonction porte 1D, de largeur a , est $F_{1D}(\sigma) = \frac{\sin(\pi a \sigma)}{\pi a \sigma}$.
Donnez dans ces conditions l'expression de la fonction de transfert FTI_{CMOS} du capteur CMOS.

- c. En utilisant la courbe de la FTM du système optique (FTM B), estimez la valeur numérique de la fonction de transfert de l'ensemble {système optique + capteur} associée à une mire sinusoïdale à profil vertical de fréquence spatiale σ_1 .

5. Rendu d'une image

Nous cherchons à présent à analyser l'image d'une mire constituée de barres parallèles. Dans le plan du capteur, l'image de la mire a une période $p_M = 130 \mu\text{m}$. On rappelle que le profil d'éclairement d'une mire rectangulaire est décrit par la fonction ci-dessous :

$$E_{\text{mire}}(x) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{2k+1} \sin \left[(2k+1) 2\pi \frac{x}{p_M} \right]$$



- a. Quelles sont les composantes fréquentielles de la mire qui sont susceptibles d'être transmises par le système optique et correctement échantillonnées par le capteur ? Donnez pour chacune d'elles la valeur de la fonction de transfert de l'ensemble {système optique + capteur}.
- b. Considérant que seules ces fréquences contribuent à l'image effectuée par le système optique et reproduite par le capteur, donnez l'expression de l'éclairement dans la mire imagée. Évaluez le taux de modulation de cette image, défini par $C = \frac{E_{\text{max}} - E_{\text{min}}}{E_{\text{max}} + E_{\text{min}}}$.

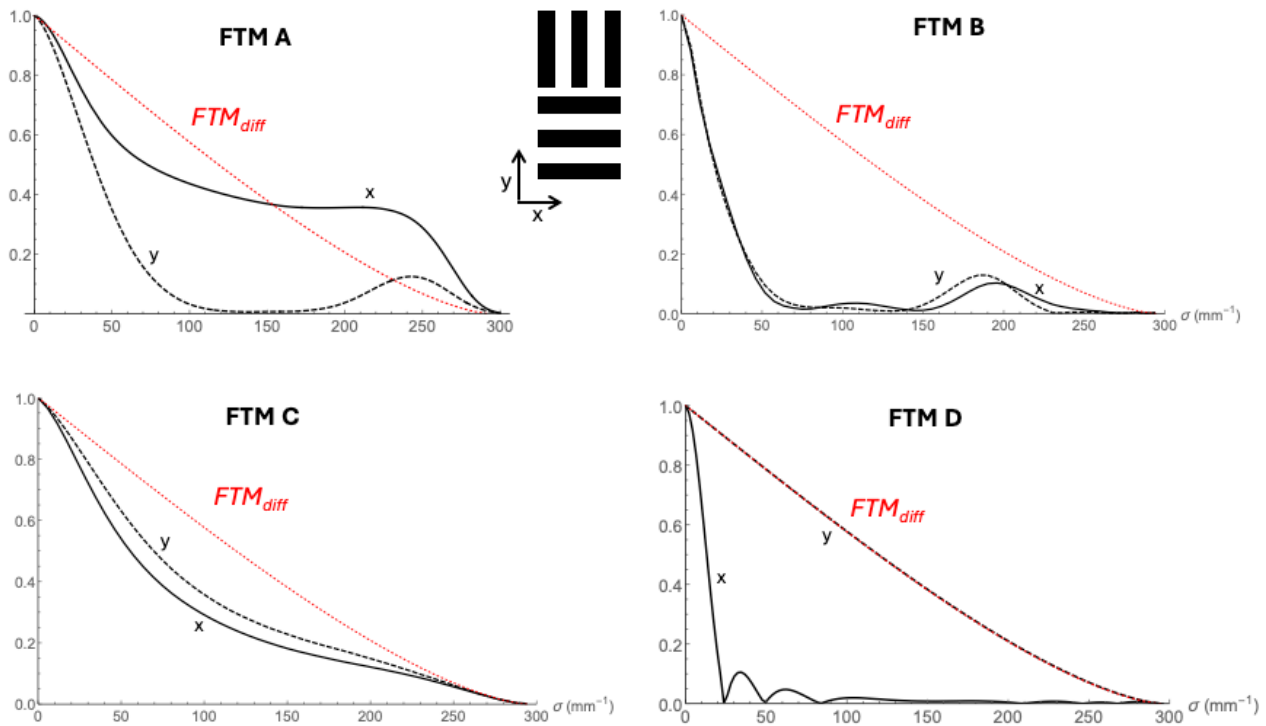


Figure 2

Éléments de réponse

1. $\sin \alpha'_m \geq \frac{1,22 \times \lambda_{\text{max}}}{a}$
- 2.c. $R_S \cong 42\%$ sur l'axe ; $R_S \cong 24\%$ dans le champ
- 3.a. $\sigma_0 = \frac{2 \times \sin \alpha'_m}{\lambda_0} = 295 \text{ mm}^{-1}$
- 4.a. $\sigma_1 = \frac{1}{2p} = 25 \text{ mm}^{-1}$
- 4.c. $FTM_B(\sigma_1, 0) \cong 0,42$, $FTM_{CMOS}(\sigma_1, 0) \cong 0,78 \Rightarrow FTM_{SO+CMOS}(\sigma_1, 0) \cong 33\%$
- 5.a. $\sigma_M = \frac{1}{p_M} \Rightarrow FTM_{SO+CMOS}(\sigma_M, 0) \cong 0,82 \times 0,98$ et $3\sigma_M \Rightarrow FTM_{SO+CMOS}(3\sigma_M, 0) \cong 0,46 \times 0,81$
- 5.b. $E'_{\text{mire}}(x) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} FTM_{SO+CMOS}(\sigma_M, 0) \times \sin\left(\frac{2\pi x}{p_M}\right) + \frac{2}{3\pi} FTM_{SO+CMOS}(3\sigma_M, 0) \times \sin\left(\frac{6\pi x}{p_M}\right)$
 $\Rightarrow E_{\text{max}} \cong 93\%$ et $E_{\text{min}} \cong 7\% \Rightarrow C \cong 86\%$

