

PHYSIQUE EXPERIMENTALE OPTIQUE



Arc-en-ciel



Mirage supérieur



Le télescope spatial Hubble



Faisceau de fibres optiques

Orsay, septembre 2026. Ne pas reproduire ce poly sans autorisation.

Introduction générale au module :

Le module Physique Expérimentale Optique comprend des **cours, TD et TP intégrés**. Il s'agit d'une introduction à **l'optique de base**. Il est organisé sur deux principes :

- Il est axé sur l'**expérimentation**, l'idée étant que vous découvrirez d'abord les notions par vous-mêmes à travers les expériences que vous réaliserez, puis interpréterez. Dans la mesure du possible, des expériences qualitatives sont proposées avant les expériences quantitatives correspondantes. La complémentarité entre les notions de cours introduites et les expériences proposées est aussi développée que possible.
- Le cours est le plus ouvert possible sur la **vie quotidienne**, tant pour les expériences proposées (fibres optiques, mirages, couleurs des objets, fonctionnement de l'œil, etc.) que pour les ouvertures suggérées tout au long, documents à l'appui (fibres optiques et télécommunications, arc-en-ciel, télescope, etc.).

Ce module comprend une séance de cours et introduction au module (S0), 9 séances de cours-TD-TP et une séance d'examen de TP (S10). L'organisation de ces 11 séances est décrite page suivante.

Ce polycopié sera votre outil essentiel en séance. Il est prévu pour être complété au fur et à mesure : un certain nombre de questions vous sont posées, des schémas sont à remplir, etc. A ce document s'ajoutent un polycopié d'exercices et un polycopié de compléments des cours.

Une version PDF en couleur de ces polycopiés sont disponibles sur eCampus. Des corrigés d'exercices et des annales d'examen se trouvent également sur eCampus et vous permettront de travailler ce qui a été vu en séance.

<https://ecampus.paris-saclay.fr/> (entrez votre identifiant et votre mot de passe)

Optique Géométrique - L1 portail MPC

PENSEZ A VOUS MUNIR DU MATERIEL SUIVANT POUR CHAQUE SEANCE (cours-TP ou TD) : règle, crayon à papier, calculatrice, ainsi que vos polys !

RANGER LE MATÉRIEL SUR VOTRE TABLE À LA FIN DES SEANCES DE COURS-TP. Pour vous aider dans cette tâche, un inventaire du matériel correspondant à la salle où vous êtes se trouve au début de chaque chapitre.

ORGANISATION DES SEANCES :

Séance	Durée	Salle	Contenu	Evaluation
S0	1H	Amphi	Introduction Cours chap. 1 §1 : nature de la lumière	
S1	3H00	030 ou 039	Cours-TP : chap. 1 §2.1 à 2.3 : réflexion et réfraction	
S2	2H30		Cours-TD Fin du chap. 1 : réflexion et réfraction	Compte-rendu 1 à rendre à la fin de la S2
S3	3H30	100 ou 102	Cours-TP chap. 2 : miroirs & dioptries plan	
S4	2H		Exercices sur le chap. 2 : miroirs & dioptries	
S5	3H30	041 ou 043	Cours-TP chap. 3 §1 : lentilles	
S6	1H30		Exercices sur le chap. 3 : lentilles I Interrogation (10min) : constructions miroirs & lentilles	Compte-rendu 2 à rendre Constructions
S7	3H30	100 ou 102	Cours-TD-TP chap. 4 : spectroscopie & couleurs Exercices sur le chap. 4 : spectroscopie & couleurs	
S8	2H	041 ou 043	Cours-TP chap. 3 §2 et §3 : l'œil humain et association de lentilles	
S9	1H30		Exercices sur le chap. 3 : lentilles II	
S10	1H	041	Examen de TP	Examen de TP

Salles :

La séance S0 est une séance d'introduction commune à tous les groupes.

Les séances S1 à S10 auront lieu dans les salles de TP du bat. 333, au RDC ou au 1^{er} étage.
Reportez-vous à l'emploi du temps de votre groupe pour plus de précisions.

EVALUATION :

sous réserve de modifications ultérieures

3 ECTS

Pour la première session

Note finale (1^{ère} session) = 10 % Contrôle Continu + 50 % TP + 40 % Examen écrit

- Contrôle Continu : 1 partiel 10 %
- TP :
 - 2 comptes-rendus de TP (des séances S2 et S5) 10 % pour chaque CR
 - Examen de TP en décembre (séance S10) 30 %
- Examen écrit : 40 %

Pour la seconde session

Si la note finale de l'UE et la moyenne générale de L1 sont inférieures à 10 (ou refus de compensation), alors rattrapage dans une 2^{nde} session (en juin). Dans ce cas :

Note finale (2^e session) = 50 % Note de TP + 50 % Examen de 2^e session

Les 50 % Note de TP étant constitué de 30% de la note d'examen de TP et de 20% de la note des comptes-rendus de TP obtenues pendant le 1^{er} semestre.

SOMMAIRE :

CHAPITRE 1 : LES BASES DE L'OPTIQUE	7
CHAPITRE 2 : IMAGES OPTIQUES	35
CHAPITRE 3 : LENTILLES, ŒIL	59
CHAPITRE 4 : SPECTROSCOPIE ET COULEURS	93
ANNEXES	117
INDEX	139
BIBLIOGRAPHIE	142

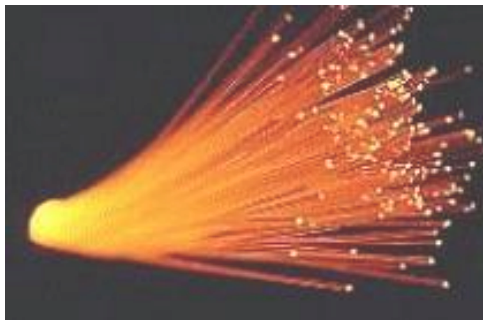
Les points difficiles sont signalés par un astérisque.

Les mots apparaissant dans le texte comme soulignés sont rassemblés dans l'index à la fin de ce poly.

CHAPITRE 1 : LES BASES DE L'OPTIQUE



Mirage supérieur



Faisceau de fibres optiques

Salles : « laser » 030 ou 039 (cours-TP)

SOMMAIRE DU CHAPITRE 1 : LES BASES DE L'OPTIQUE

1. NATURE DE LA LUMIERE	10
1.1 La nature de la lumière : une longue histoire	10
1.2 Le modèle ondulatoire aujourd'hui	11
a) La lumière : cas particulier des ondes électromagnétiques	11
b) Particularités de la propagation de la lumière	11
c) Le modèle des rayons et surfaces d'onde	12
d) Propagation dans un milieu matériel	14
e) Retour sur le rayon lumineux	15
f) Retour inverse de la lumière	15
1.3 La lumière corpusculaire ?	15
2. REFLEXION ET REFRACTION DE LA LUMIERE	16
2.1 [CR] [EXAMTP] Étude quantitative de la loi de la réfraction	16
a) Dispositif optique et réglages	17
b) Expériences sur la réflexion et la réfraction	17
2.2 Les lois de Snell-Descartes	19
2.3 Synthèse sur les lois de Snell-Descartes	21
a) Réfraction à l'interface n_1 vers n_2 dans le cas $n_1 < n_2$	21
b) Réfraction à l'interface n_1 vers n_2 dans le cas $n_1 > n_2$ – Réflexion totale	22
c) Déviation d'un rayon à la traversée d'une interface	23
2.4 [CR] [EXAMTP] Etude quantitative de la réflexion totale	23
2.5 [CR] [EXAMTP] Le prisme	25
a) Expériences	25
b) Interprétation, et troisième détermination de l'indice de l'altuglas	26
2.6 [CR] Bilan des différentes mesures de l'indice de l'altuglas	27
3. EXEMPLES D'APPLICATIONS	29
3.1. La réflexion totale ; application au guidage de la lumière	29
3.2 Les mirages	31
a) Propagation de la lumière dans un milieu inhomogène	31
b) Interprétation	31

Matériel à votre disposition par table

- 1 laser
- 1 plateau tournant gradué
- Divers objets en altuglas : hémicylindre, couronne, ensemble de prismes, barreau
- 1 fibre optique
- Structure et pièces en bois pour bloquer le faisceau laser
- 1 lampe de table

Matériel pour l'enseignant

- 1 Laser (cylindrique) + pince + support à tige
- 1 longue cuve en plexiglas pour expérience mirage
- Sucre en poudre
- Support élévateur (« boy »)

Les dangers du laser

Le faisceau laser constitue un moyen très performant pour transporter une grande densité d'énergie sur d'assez grandes distances. Les risques liés au faisceau sont donc surtout des risques d'incendie ou de brûlure. Ces risques dépendent en particulier de la puissance. Les lasers très puissants peuvent brûler les tissus vivants (certains sont utilisés comme bistouris, ou pour la découpe de métaux).

La plupart des lasers, même de faible puissance, peuvent provoquer de graves lésions dans l'œil. En effet, un faisceau parallèle qui atteint l'œil est focalisé sur la rétine. Toute la puissance est ainsi concentrée sur quelques cellules seulement. Les lésions provoquées dépendent alors de la puissance du laser et peuvent aller jusqu'à la destruction complète des cellules de la rétine, laissant alors définitivement aveugles les zones atteintes. Ainsi, même pour un laser de faible puissance (inférieure à 1 mW, laser dit de classe II) tel que ceux que vous utilisez en TP, il est encore plus dangereux et dommageable pour l'œil de regarder le faisceau dans l'axe que de regarder le soleil en face ! Il convient donc d'observer quelques règles de sécurité lors de vos manipulations :

NE REGARDEZ JAMAIS LE FAISCEAU DANS L'AXE.

Evitez les risques de réflexions parasites : prenez soin, avant de manipuler, d'enlever tout objet métallique ou vitreux (montre, bagues, bracelets...) qui pourraient les provoquer.

Un obturateur mécanique vous permet d'occulter le faisceau sans éteindre le laser. Utilisez-le chaque fois que vous modifiez les éléments placés sur le parcours du faisceau.

Ne cherchez pas à enlever ou modifier les rideaux noirs disposés autour de votre table.

Ne lutez pas contre le réflexe de fermeture des paupières.

1. Nature de la lumière

1.1 La nature de la lumière : une longue histoire pleine d'interrogations et controverses !

Jusqu'au XVII^e siècle, l'optique se développe sans chercher à connaître la nature de la lumière. C'est ce qu'on appelle aujourd'hui l'optique géométrique. En effet, celle-ci est basée sur le principe de propagation rectiligne de la lumière dans le vide ou dans un milieu transparent homogène, et sur les lois de la réflexion et de la réfraction. Celles-ci sont tirées de l'expérience par Ptolémée puis par Snell¹. On construit des instruments d'optique : télescope et lunette astronomique pour observer les étoiles, microscope pour observer des micro-organismes... Mais la nature de la lumière n'est pas en question.

Le premier modèle est proposé par Newton qui considère *la lumière comme des corpuscules matériels soumis à la gravitation universelle*. Il explique la réfraction comme l'effet de l'attraction de la matière : lorsque la lumière passe, par exemple, de l'air à un milieu dense, elle serait attirée par le milieu - donc accélérée - et irait alors plus vite dans un milieu plus dense. Parallèlement, il s'intéresse à la question des couleurs et conclut de ses expériences avec le prisme que la lumière du Soleil est composée de différentes lumières correspondant à des couleurs différentes qui, combinées ensemble, donnent la lumière blanche.

Contemporain de Newton, Huygens défend un autre modèle : la lumière se propagerait de proche en proche par le jeu des "chocs" de particules très proches : *la lumière se propagerait donc comme une onde mécanique*. Une différence essentielle avec les prédictions de Newton, était le fait que dans le modèle de Huygens, la vitesse de la lumière devait être plus faible dans le verre que dans l'air.

Vers 1800, Young interprète l'existence des couleurs observées sur une couche d'huile en faisant une analogie avec le son. Il modélise la lumière par une *onde progressive périodique* et introduit l'idée que de la lumière ajoutée à de la lumière peut donner de l'obscurité ! Il appelle ce phénomène interférences lumineuses et met ensuite au point une nouvelle expérience pour tester son hypothèse. Obtenant une source quasiment ponctuelle en éclairant un petit trou, il fait passer la lumière dans un système constitué de 2 trous voisins. A la sortie du système, il observe bien des franges alternativement claires et sombres dans la tache lumineuse résultant de la superposition de la lumière provenant de chacun des trous. Si Young peut interpréter l'apparition des franges, il ne peut expliquer le fait que la lumière éclairant les trous est déviée à leur passage. C'est Fresnel qui interprète ce phénomène appelé diffraction en combinant *le principe des ondes-enveloppes* de Huygens et le *principe de superposition des ondes périodiques* de Young. Plus tard, Fresnel montre que l'analogie avec le son a des limites. Il faut en effet considérer l'onde lumineuse comme une onde transversale et non comme une onde longitudinale pour expliquer les effets de polarisation.

C'est en 1862 que Léon Foucault, expérimentateur de génie, parvient à estimer la vitesse de la lumière sur un parcours de quelques mètres seulement : il a montré que la lumière allait plus vite dans l'air que dans l'eau, et donc que la vision de Huygens était la bonne...

En 1864, James Clark Maxwell synthétise les lois de l'électricité et du magnétisme en les ramenant à 4 relations fondamentales : les équations de Maxwell de l'électromagnétisme. De ces équations, il tire une conséquence extraordinaire : les champs électrique et magnétique peuvent se combiner pour donner lieu à une "perturbation" qui se propage, et la vitesse de propagation est précisément celle de la lumière. *Le modèle de l'onde électromagnétique de la*

¹ Ptolémée n'avait trouvé qu'une loi de proportionnalité pour les petits angles. La "loi des sinus" a été découverte par le Hollandais Snell, mais publiée par... Descartes. Elle est ainsi appelée en France (uniquement !) "loi de Descartes" et partout ailleurs "loi de Snell".

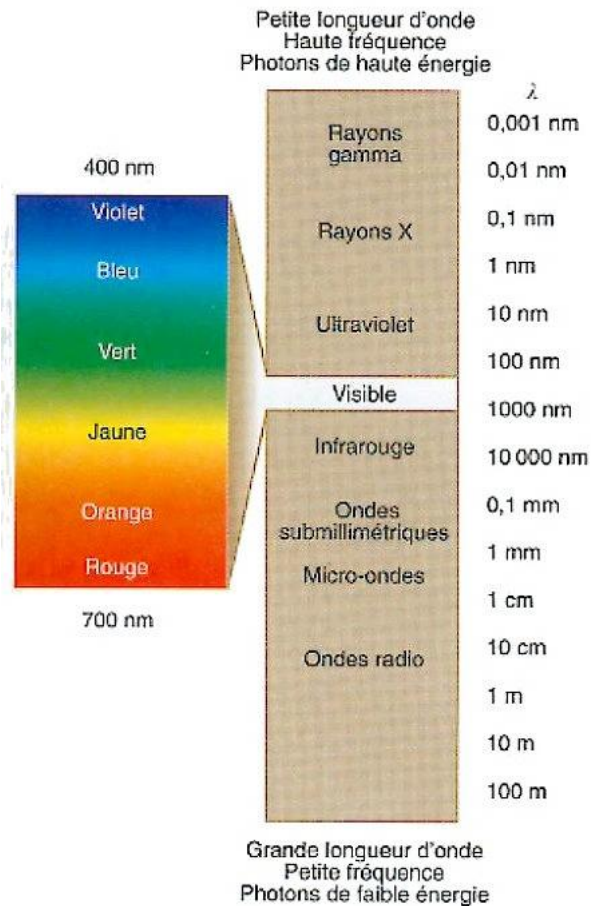
lumière était né.

1.2 Le modèle ondulatoire aujourd'hui

a) La lumière : cas particulier des ondes électromagnétiques

Les ondes électromagnétiques sont désormais détectées et utilisées dans un très large domaine de fréquence. Celles-ci vont en effet des bien connues "ondes radio", et micro-ondes des fours modernes, aux rayons X et rayons gamma de très haute énergie.

Le terme de "lumière" désigne en fait la gamme de fréquence des ondes électromagnétiques pour lesquelles l'œil est sensible.



Les ondes électromagnétiques

b) Particularités de la propagation de la lumière

Deux particularités sont essentielles pour les ondes électromagnétiques et en particulier la lumière :

- Contrairement aux ondes mécaniques (ondes acoustiques, ondes sismiques, ondes à la surface de l'eau, etc.), la lumière possède la particularité de ne pas avoir besoin de support matériel pour se propager : *la lumière se propage dans le vide* !
- La célérité de la lumière dans le vide, traditionnellement notée c , est la même quelle que soit la fréquence et *quel que soit le référentiel* (galiléen) : la lumière qui se propage à la célérité c dans une fusée en mouvement, se propage à la même célérité vue de la Terre !

c) Le modèle des rayons et surfaces d'onde

En fait, comme l'histoire l'a montré, dans de nombreux phénomènes, il n'est pas nécessaire de connaître la nature électromagnétique de la lumière. Il suffit de modéliser la lumière comme un onde progressive périodique. Sa périodicité est fixée par sa fréquence f (associée aux couleurs de l'arc-en-ciel) et sa célérité dans le vide est égale à c , quelle que soit sa fréquence.

A toute onde périodique, on peut donc également associer une longueur d'onde *dans le vide* :

$$\lambda_0 = \frac{c}{f}$$

Une onde lumineuse comprenant une seule fréquence (ou de manière équivalente, une seule longueur d'onde et donc une seule couleur) est appelée monochromatique. Les sources de lumière sont en général polychromatiques (voir chapitre 4). La lumière d'un laser peut être considérée dans de nombreuses applications comme quasiment monochromatique.

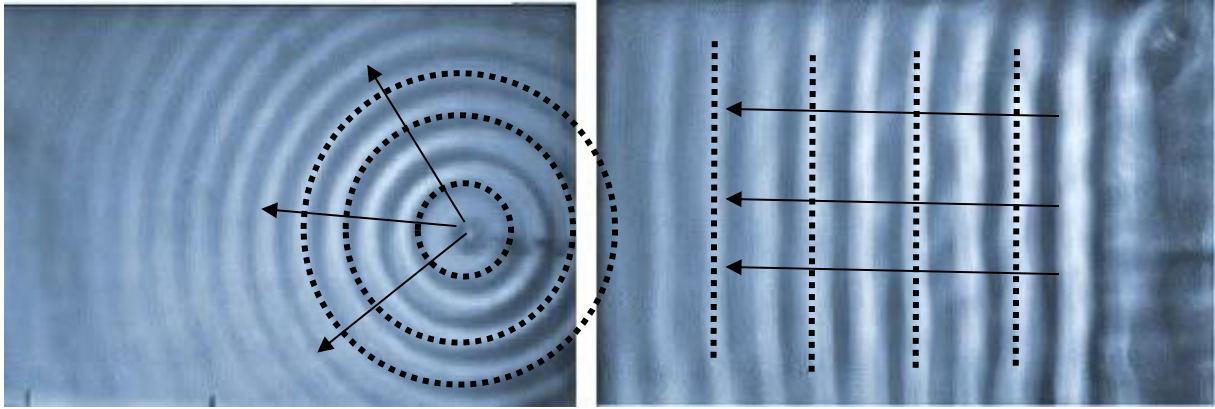
Cette onde se déplace dans tout l'espace, c'est-à-dire en 3 dimensions. Tout en gardant à l'esprit que la lumière se propage dans le vide, on peut imaginer le "front" d'une onde émise par une source ponctuelle comme progressant à la manière d'une bulle que l'on gonfle. L'ensemble des points de l'espace atteints au même instant par le front est appelé surface d'onde. Dans le cas d'une onde périodique, nous avons une succession de telles surfaces en expansion à la célérité c et qui sont séparées par une longueur d'onde.

Pour se faire une idée de la façon dont les surfaces d'onde s'agrandissent dans l'espace, on peut regarder les ondes à la surface de l'eau.



On voit que la forme de l'onde est telle qu'*en tout point, une surface d'onde est normale à la direction de propagation*. S'il n'y a pas d'obstacle, l'onde se propage à la même célérité à partir du point d'émission de l'onde : les surfaces d'onde sont donc des cercles, et les directions de propagation sont les rayons.

On peut également faire des vagues "planes". La direction de propagation est alors représentée par des droites parallèles.

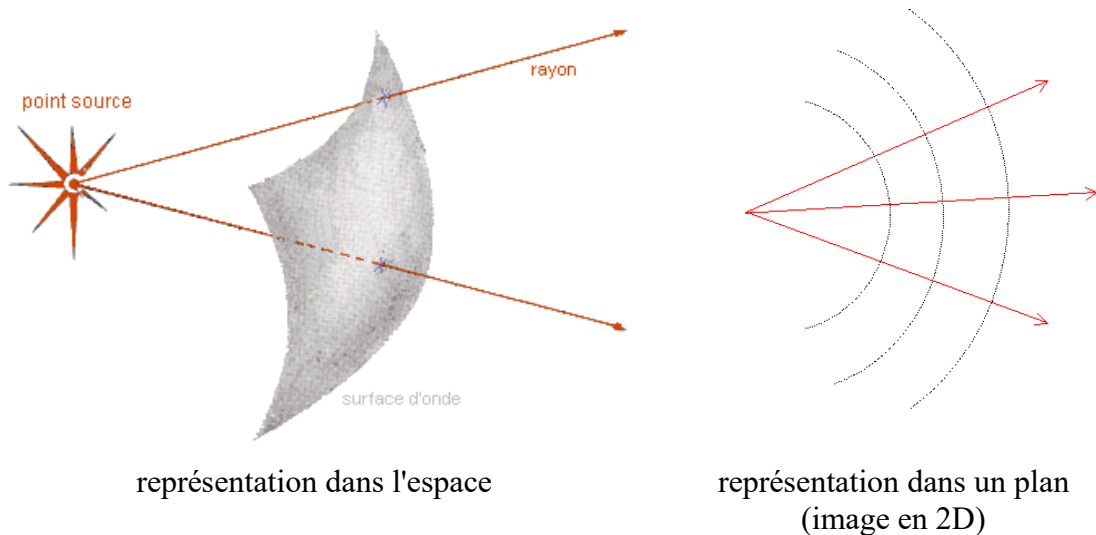


Surfaces d'onde circulaires (gauche) ou planes (droites) ; cliché expérimental représentant des vagues à la surface de l'eau (dans une cuve à ondes).

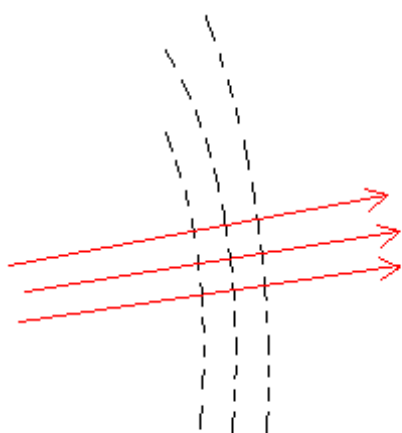
Les éléments en pointillés représentent des surfaces d'onde et les flèches les directions de propagation, perpendiculaires à celles-ci. Sur la figure de gauche, les surfaces d'onde sont circulaires et les flèches sont selon les rayons des cercles. Sur la figure de droite, les surfaces d'onde sont rectilignes et les flèches sont parallèles entre elles.

Pour une onde lumineuse monochromatique, on peut définir de façon équivalente un tel front d'onde et les directions de propagation s'appellent les... rayons.

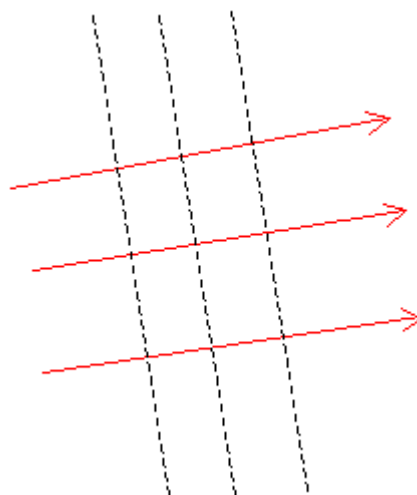
Un faisceau de lumière émis par un point source pourra se représenter par une onde sphérique (on dessinera un arc de cercle) et les rayons "proviennent" du point.



Si la source est très éloignée, les rayons qui nous parviennent sont quasiment parallèles : on dit que le faisceau est parallèle et que l'onde est une onde plane.



Source éloignée



Source à l'infini : onde plane

d) Propagation dans un milieu matériel

Un milieu dans lequel la lumière peut se propager est un milieu transparent. Un tel milieu, s'il a les mêmes propriétés en tout point est dit homogène ; s'il a les mêmes propriétés pour toute direction de propagation de la lumière, il est dit isotrope ; la propagation de la lumière dans un tel milieu peut se décrire de la même manière que dans le vide.

Toutefois, on sait depuis Foucault que la célérité n'est pas la même : elle est toujours plus faible que dans le vide.

Le milieu est alors caractérisé par son indice optique. Si on note v la célérité dans le milieu, l'indice optique est défini par : $n = \frac{c}{v}$.

Remarques importantes :

- La célérité dans le vide étant une valeur maximale, l'indice est donc toujours supérieur ou égal à 1.
- L'indice de l'air est très voisin de 1 : il est égal à 1,000 292 6 dans les conditions normales de température et de pression ; cet indice dépend de la masse volumique de l'air, et sa variation est continue entre des couches d'air de températures différentes. Ce dernier effet permet d'expliquer les mirages (voir à la fin de ce chapitre).
- La célérité dans un matériau dépend en général de la fréquence : dans le verre par exemple, le "rouge" se déplace plus vite que le "bleu". Ceci sera essentiel pour comprendre la *dispersion* de la lumière (chapitre 4).
- Attention à l'expression "longueur d'onde" souvent utilisée en optique : elle désigne de façon implicite la longueur d'onde *dans le vide*. En effet, la longueur d'onde d'une onde est une conséquence de la célérité, donc elle dépend du milieu.... En toute rigueur, il ne faudrait utiliser pour caractériser une onde que sa *fréquence*. C'est cette grandeur qui ne change pas lorsque l'onde change de milieu de propagation.

Quelques valeurs d'indices mesurées dans différents matériaux (pour $\lambda_0 = 589,3 \text{ nm}$) :

Matériau	Indice
Air (0 °C, 101 325 Pa)	1,000293
Eau (20°C)	1,3330
Verre ordinaire	entre 1,51 à 1,53
Diamant	2,4173

Une dernière remarque : en y réfléchissant un peu, on se rend compte que les milieux transparents sont plutôt rares parmi les matériaux qui nous entourent...Au chapitre 4, nous comprendrons un peu mieux pourquoi les matériaux sont plutôt opaques, et colorés.

e) Retour sur le rayon lumineux

En fait, le modèle du rayon lumineux correspond à la plus ancienne description de la lumière. Il traduit le fait que, *dans un milieu homogène et isotrope, la lumière "se propage en ligne droite"*, ceci provenant de l'observation des ondes portées, qui permet d'expliquer les éclipses, etc.

En résumé, un rayon lumineux est une modélisation mathématique. Les technologies modernes, en particulier le laser, permettent de faire des faisceaux très étroits. On les appelle des pinceaux lumineux, mais souvent, par abus de langage, on parle de "rayon laser".

f) Retour inverse de la lumière

La *trajectoire* de la lumière dans un milieu homogène et isotrope est une ligne droite, et ce, indépendamment du *sens* de propagation de la lumière.

1.3 La lumière corpusculaire ?

Malheureusement (ou peut-être heureusement pour le renouveau de la physique !), un certain nombre de phénomènes se sont avérés très difficiles à interpréter avec le modèle ondulatoire de Maxwell. Il s'agissait en particulier de l'effet photoélectrique, c'est-à-dire de la possibilité d'éjecter des électrons d'un métal simplement en l'éclairant ! Encore fallait-il que la fréquence de la lumière soit adéquate...

C'est Einstein qui montra en 1905 que si l'on modélise la lumière comme des paquets d'énergie (*licht quantum*) on pouvait expliquer ces propriétés étranges de l'effet photoélectrique. Cette hypothèse fut confirmée sur d'autres phénomènes et le concept de photon fut ainsi inventé. Albert Einstein obtint le prix Nobel de physique pour sa contribution à la théorie de l'effet photoélectrique en 1921.

Le photon est considéré en physique quantique comme une particule tout à fait particulière : de masse nulle, elle possède de l'énergie et se déplace à la vitesse c . Le photon est aussi considéré comme la particule "porteuse" de l'interaction électromagnétique.

2. Réflexion et réfraction de la lumière

La réfraction de la lumière est responsable d'effets bien connus comme celui du "crayon brisé". Le mot provient d'ailleurs du mot fracture qui correspond au trajet "brisé" de la lumière : celle-ci change de direction lors du passage d'un milieu à un autre.

Pour cette expérience, un crayon est en partie plongé dans un aquarium rectangulaire. Un observateur le regarde par la face avant du récipient puis déplace son œil. La modélisation de l'expérience vue du dessus est schématisée sous les photographies. Lorsqu'il ne traverse pas la paroi de l'aquarium à angle droit, le rayon lumineux allant du crayon à l'observateur est dévié. La position apparente du crayon pour l'observateur (dans le prolongement du rayon reçu par l'œil) se trouve alors décalée par rapport à la position réelle.

Aquarium vu de face ; les rayons crayon-œil sortant de l'aquarium au ras du bord gauche du post-it sont perpendiculaires à la paroi

Aquarium vu de face mais l'observateur a déplacé son œil vers la gauche

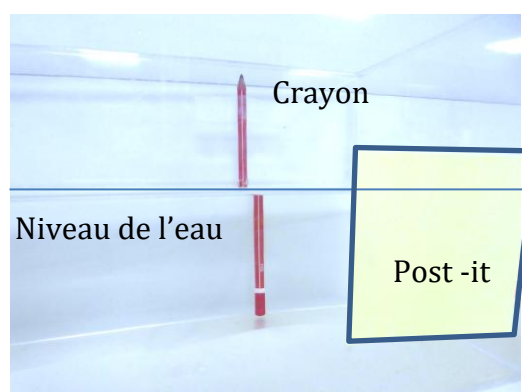
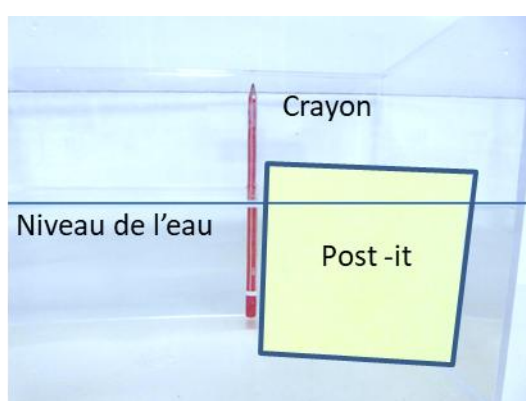
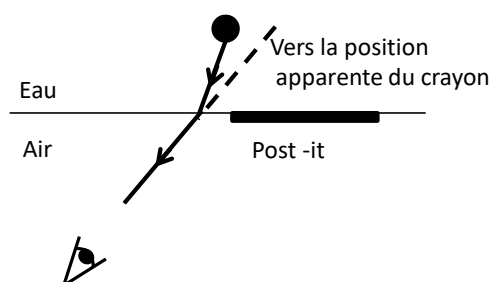
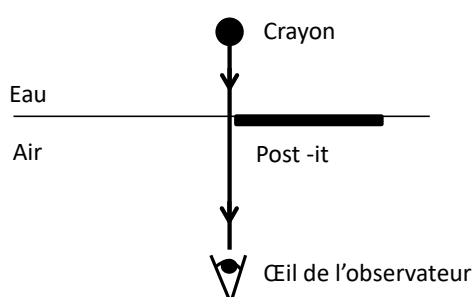


Schéma de l'aquarium vu du dessus



Nous allons étudier les lois de la réfraction et de la réflexion tout d'abord d'un point de vue expérimental avant d'exposer les aspects théoriques dans une seconde partie. On reviendra ensuite sur des expériences pour illustrer les conséquences des lois de la réfraction.

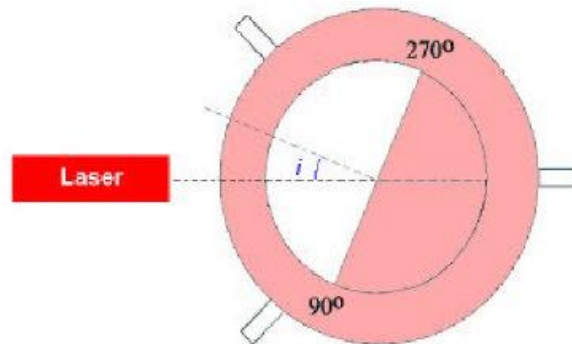
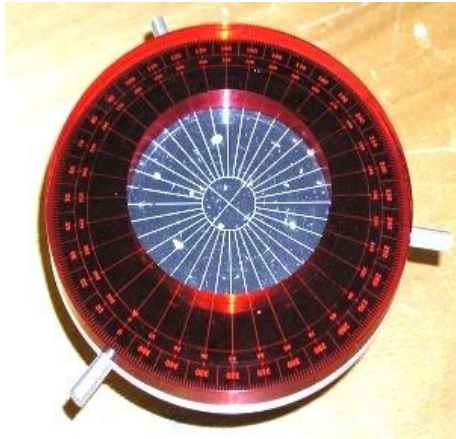
2.1 [CR] [EXAMTP] Étude quantitative de la loi de la réfraction

Il s'agit de réaliser les mesures des angles d'incidence et de réfraction, aussi proprement que possible, de façon à utiliser les lois de Snell-Descartes pour le dioptré air-altuglas² afin de déterminer l'indice n de l'altuglas.

² L'altuglas est une marque déposée par la société Altulor pour désigner une matière plastique disponible sous la forme de plaques de polyméthacrylate de méthyle.

a) Dispositif optique et réglages

Vous disposez sur votre table d'un dispositif expérimental prévu pour l'étude de la réflexion et la réfraction d'un faisceau laser. Il s'agit d'une platine munie d'une couronne d'altuglas rouge, pouvant tourner sur son socle. Elle est également munie d'une graduation permettant des mesures d'angles.



Platine tournante. A gauche, la platine munie de la couronne d'altuglas. A droite, schéma de principe montrant la platine munie de l'hémicylindre d'altuglas correctement positionné par rapport à la source laser

Le principe du réglage est le suivant :

- Allumez le laser.
- Positionnez le plateau tournant en le glissant sur la table afin de faire passer le faisceau au-dessus des graduations 0° et 180° de la graduation, puis faites tourner le plateau afin de vérifier que le faisceau passe toujours bien par le centre.
- Placez l'hémicylindre d'altuglas dans la partie centrale de la couronne. Positionnez-le de façon à superposer sa face plane avec les graduations 90° et 270° de la platine.

Cet hémicylindre permet d'étudier ce qu'il advient d'un rayon lors d'un changement de milieu : on peut ainsi étudier le passage air-altuglas ou altuglas-air. La face plane de l'hémicylindre constitue le *dioptré plan* qui sera étudié dans cette séance. Le dispositif ainsi réglé, la normale, qui est la droite perpendiculaire au dioptré plan, est repérée par la graduation 0° de la platine. L'angle entre la normale et le faisceau avant le passage du faisceau à travers le dioptré plan est appelé *angle d'incidence*. Vous pouvez tourner la platine sur elle-même et la lecture de l'angle d'incidence est donc immédiate.

La couronne d'altuglas permet de visualiser le faisceau au-dessus des graduations, sans le dévier (car en incidence normale aux interfaces d'entrée et de sortie lorsque le faisceau passe bien par le centre).

b) Expériences sur la réflexion et la réfraction

[CR] Expérience 1 : Passage air $\rightarrow$ altuglas

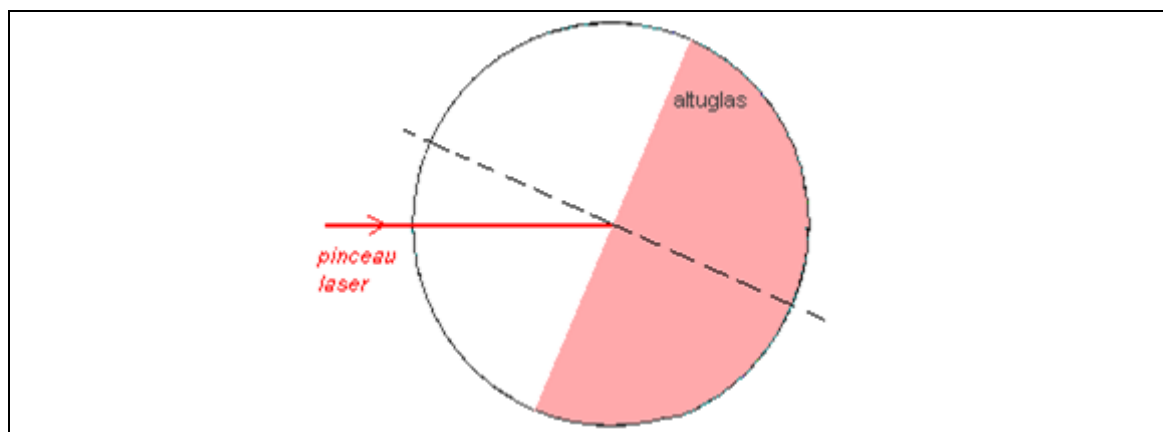
Couronne d'altuglas

Le faisceau est-il dévié lorsqu'il passe au travers de la couronne d'altuglas ? Lors du passage du faisceau au travers de la couronne d'altuglas, quelle est la valeur de l'angle entre le faisceau et la couronne d'altuglas à l'entrée et à la sortie de celle-ci ?

Utilisation de l'hémicylindre d'altuglas

Que devient le faisceau laser lors d'un passage air $\rightarrow$ altuglas ? Par rapport à la direction du faisceau incident, s'éloigne-t-il ou se rapproche-t-il de la normale ?

Repérez les différents faisceaux présents et nommez-les. Complétez le schéma ci-après.



Observez-vous un faisceau réfléchi pour toutes les valeurs de l'angle d'incidence ?
Observez-vous un faisceau réfracté pour toutes les valeurs de l'angle d'incidence ?

Faites varier l'angle d'incidence i entre 0° et 90° , et mesurez à chaque fois l'angle de réfraction r correspondant. Estimez les incertitudes notées δi et δr sur les mesures extrêmes (l'incertitude peut varier d'un point à un autre). Complétez les colonnes correspondantes du tableau ci-dessous.

Mesures				Exploitation des mesures			
i ($^\circ$)	δi ($^\circ$)	r ($^\circ$)	δr ($^\circ$)	$\sin i$	$\delta \sin i$	$\sin r$	$\delta \sin r$
0							
10							
30							
50							
70							

Indiquez comment vous avez estimé les incertitudes sur i et r :

Pour les colonnes $\delta(\sin i)$ et $\delta(\sin r)$, appliquez la formule suivante (méthode de la dérivée discutée à la séance S1, Annexe B) (**Attention δi doit être en radians**):

$$\delta(\sin i) = \left| \frac{d(\sin i)}{di} \right| \times \delta i = |\cos i| \times \delta i$$

Tracez un graphique en portant $\sin i$ en fonction de $\sin r$ sur un papier millimétré. Reportez-vous à l'annexe A.3 pour des recommandations sur la manière de tracer votre graphe.

Quelle relation simple existe entre $\sin i$ et $\sin r$? Comment pouvez-vous déterminer l'indice optique n à **partir de votre graphique** ?

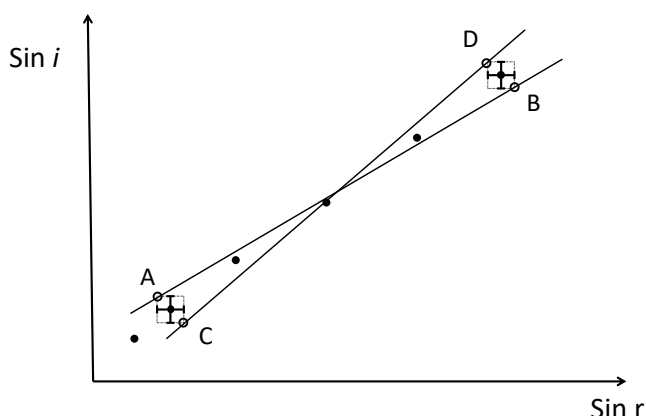
Détermination de l'incertitude sur n (voir méthode à l'Annexe A §3)

Vous avez évalué $\delta(\sin i)$ et $\delta(\sin r)$ pour deux points. Reporter sur votre schéma les carrés d'incertitude associés (croix représentant les intervalles

$[\sin r - \delta(\sin r); \sin r + \delta(\sin r)]$ et $[\sin i - \delta(\sin i); \sin i + \delta(\sin i)]$).

Calculer les coordonnées (x_A, y_A) , ... des points A, C, D et B pour en déduire les valeurs $n_{\min}$ et $n_{\max}$ des pentes extrêmes AB et CD

En déduire les bornes de l'intervalle où se trouve l'indice n puis la valeur de n et son incertitude.



$$n = \dots \pm \dots$$

2.2 Les lois de Snell-Descartes

Nous allons maintenant établir les lois de Descartes de façon théorique en nous appuyant sur les résultats de la section précédente.

On appelle dioptre ou interface la surface séparant deux milieux transparents. Si la lumière se propage en ligne droite dans un milieu transparent homogène et isotrope, elle est déviée lors du passage d'un dioptre : il y a réfraction.

De façon générale, il y a à la fois réfraction et réflexion : une partie de la lumière est réfléchi à la surface du dioptré et l'autre partie est réfractée lors de son passage dans l'autre milieu.

Le changement de direction au niveau du dioptré est décrit par les lois de Snell-Descartes qui fondent l'optique dite « géométrique ». Ces lois peuvent se représenter en les appliquant à un rayon unique - dit incident - interceptant le dioptré en un point dit point d'incidence.

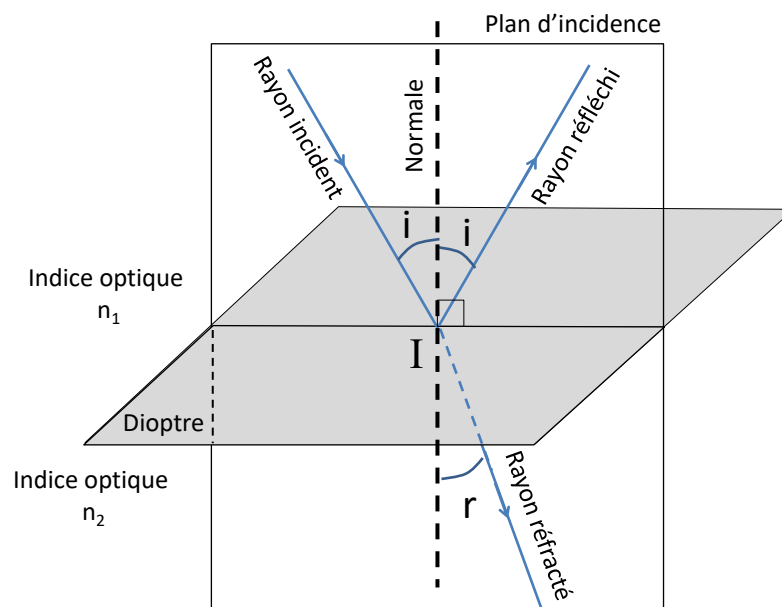
On considère un rayon se propageant dans un milieu transparent homogène et isotrope d'indice de réfraction n_1 , et arrivant sur une surface séparant ce milieu d'un deuxième milieu d'indice n_2 . Le plan d'incidence est le plan qui contient le rayon incident et la normale à la surface au point d'incidence. L'angle d'incidence est l'angle entre le rayon et la normale à la surface.

Les lois de Snell-Descartes sont au nombre de 3, et s'énoncent ainsi :

1. Les rayons lumineux réfléchi et réfracté sont dans le plan d'incidence.
2. L'angle de réflexion (angle entre le rayon réfléchi et la normale au dioptré au point d'incidence donc compris entre 0 et $\frac{\pi}{2}$) est égal à l'angle d'incidence.
3. Le rayon lumineux transmis traverse la normale. Il est tel que l'angle de réfraction (angle entre le rayon réfracté et la normale au dioptré au point d'incidence) est lié à l'angle d'incidence par la formule :

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r. \quad (\text{loi de la réfraction})$$

où n_1 est l'indice du milieu d'incidence, n_2 celui du milieu de réfraction, i l'angle d'incidence et r l'angle de réfraction.



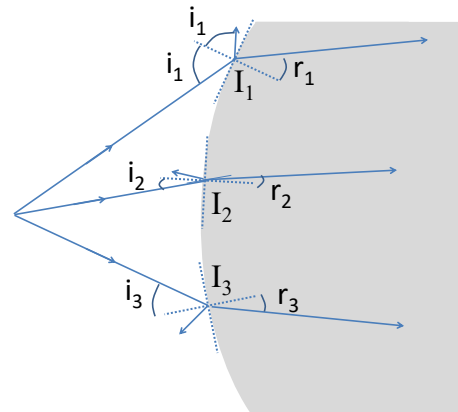
Réfraction avec un indice $n_2 > n_1$

Remarque 1 : la réfringence est la propriété d'un milieu de réfracter la lumière. La réfringence d'un milieu optique est mesurée par l'indice de réfraction. On parle ainsi de milieu « plus ou moins réfringent » suivant la valeur de l'indice (un milieu plus réfringent est un milieu d'indice plus grand). Celui-ci est introduit de manière empirique dans les lois de Snell-Descartes. Nous avons vu au §1 que l'indice pouvait aussi être défini par le rapport des célérités de la lumière ($n = c/v$).

Remarque 2 : Lois de Snell-Descartes et surfaces courbes (voir le chapitre 2 et 3)

Les lois de Snell-Descartes s'appliquent même lorsque les surfaces sont courbes. Pour chaque rayon, il faut considérer *la normale à la surface en chaque point d'incidence*. L'application des lois de la réflexion et de la réfraction permet alors de tracer les rayons réfléchis et réfractés, donnant ainsi des informations sur la géométrie du faisceau réfléchi et du faisceau réfracté.

La figure ci-contre donne un exemple dans le cas d'un dioptre concave, où le milieu de réfraction (à droite) est plus réfringent que le milieu d'incidence si bien que les rayons réfractés se rapprochent de la normale.



Remarque 3 : D'où viennent les lois de Snell-Descartes ?

En optique dite « géométrique » (c'est le cadre de ce cours), elles sont *posées* par hypothèse.

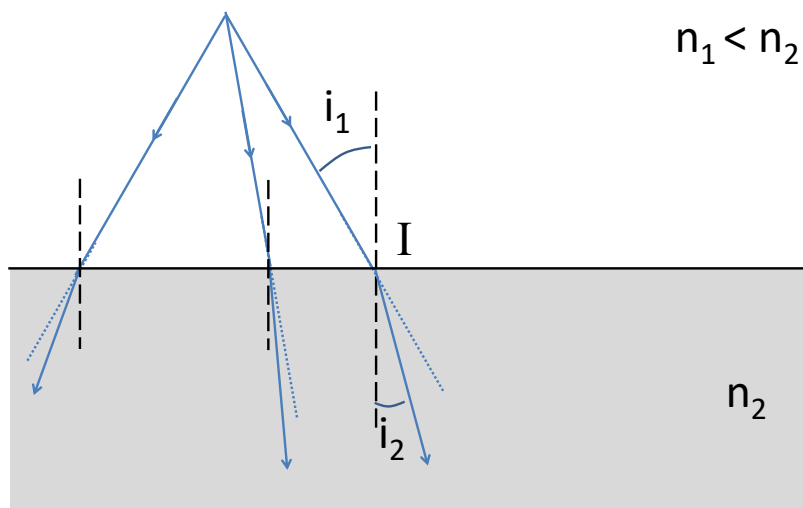
En électromagnétisme, ce qui est posé, ce sont les équations de Maxwell, et on peut à partir de là *démontrer* les lois de Snell-Descartes.

Notons que l'on peut également démontrer la loi de la réfraction à partir du principe de Fermat (exercice sur ecampus); c'est alors celui-ci qui est posé...

2.3 Synthèse sur les lois de Snell-Descartes

Dans ce paragraphe sont décrits différents cas étudiés expérimentalement lors du prochain TP.

a) Réfraction à l'interface n_1 vers n_2 dans le cas $n_1 < n_2$



Un rayon arrivant au point d'incidence I. Les rayons incident et réfracté forment avec la normale des angles noté i_1 et i_2 vérifiant $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$.

L'hypothèse $n_1 < n_2$ fait que $\sin i_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin i_1 < \sin i_1$ avec par conséquent $i_2 < i_1$ quel que soit i_1 entre 0 et 90° : le rayon réfracté se rapproche de la normale. L'angle i_2 étant toujours défini, le rayon réfracté dans le milieu 2 existe pour toutes les valeurs de i_1 .

Le rayon réfléchi existe également pour toutes les valeurs de i_1 .

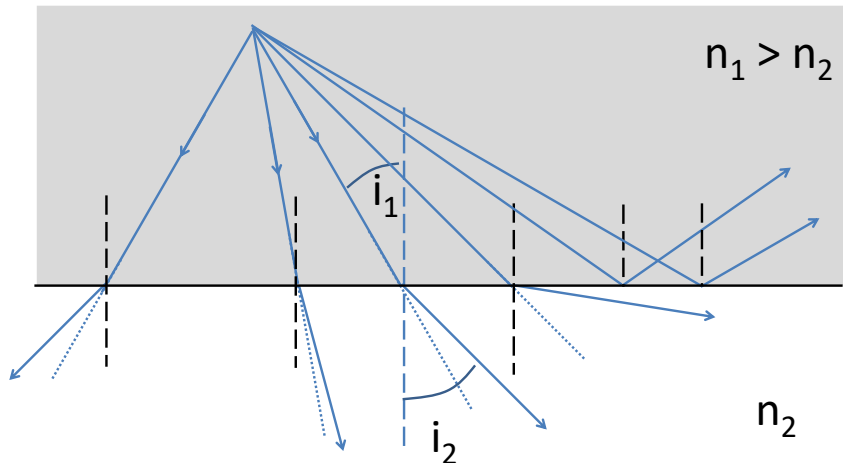
b) Réfraction à l'interface n_1 vers n_2 dans le cas $n_1 > n_2$ – Réflexion totale

$$\sin i_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin i_1$$

L'hypothèse $n_1 > n_2$ fait que $\sin i_2 > \sin i_1$

donc le rayon réfracté s'éloigne de la normale.

Mais l'angle i_2 est défini seulement si $\sin i_2 \leq 1$ donc si i_1 vérifie $\frac{n_1}{n_2} \sin i_1 \leq 1$.



On note i_{lim} la valeur particulière de i_1 telle que $\frac{n_1}{n_2} \sin i_{lim} = 1$ ce qui correspond à $i_2 = 90^\circ$.

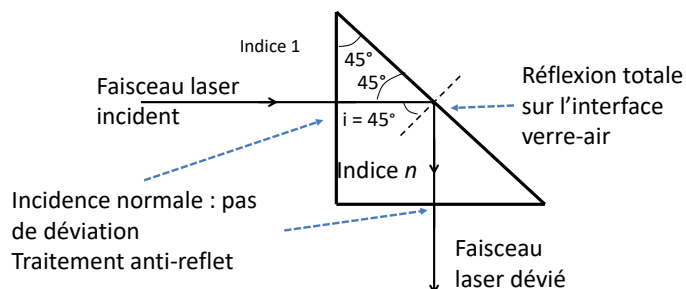
Pour $i_1 \leq i_{lim}$: l'angle i_2 , et donc le rayon réfracté dans le milieu 2, sont définis. Il existe alors un rayon réfléchi **et** un rayon réfracté.

Pour $i_1 > i_{lim}$: le rayon réfracté n'est plus défini. Seul le rayon réfléchi existe : cette situation est appelée réflexion totale (rayons les plus à droite sur la figure).

i_{lim} est appelé angle limite de réflexion totale, sa valeur est donnée par $\frac{n_1}{n_2} \sin i_{lim} = 1$.

A l'interface séparant deux milieux transparents, il y a donc *toujours réflexion*, mais *pas toujours réfraction*.

Exemple : déviation d'un faisceau laser puissant par un prisme à réflexion totale



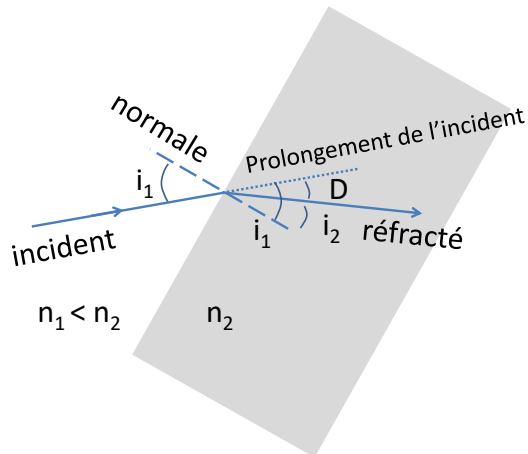
La condition de réflexion totale $i_1 > i_{lim}$ où $\frac{n_1}{n_2} \sin i_{lim} = 1$ s'adapte aux notations de cet exemple avec :

- Interface prime – air, $n_1 = n$ et $n_2 = 1$
- i_1 noté ici i vaut 45°
- On aura réflexion totale si $\frac{n}{1} \sin 45^\circ > 1 \Leftrightarrow n > \sqrt{2} \approx 1,4$

Utiliser un miroir avec un laser puissant dégraderait le miroir.

c) Déviation d'un rayon à la traversée d'une interface

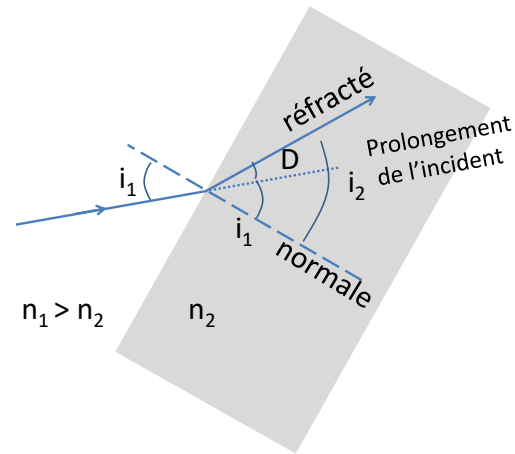
Le rayon passant d'un milieu à un autre est généralement dévié. La direction du rayon réfracté est caractérisée par l'angle formé avec la normale à l'interface, évalué par la relation de Snell-Descartes. Un paramètre physique important sera souvent la déviation du rayon transmis, repéré par rapport au prolongement du rayon incident dans le second milieu et ici notée D . Son calcul sera à faire au cas par cas en s'inspirant des deux exemples donnés ci-dessous.



Cas $n_1 < n_2$. Le rayon réfracté se rapproche de la normale.

Le prolongement de l'incident forme l'angle i_1 avec la normale. Le graphe montre que $i_2 + D = i_1$ donc l'angle de déviation du rayon incident vaut :

$$D = i_1 - i_2$$



Cas $n_1 > n_2$. Le rayon réfracté s'éloigne de la normale.

Le prolongement de l'incident forme l'angle i_1 avec la normale. Le graphe montre que $i_1 + D = i_2$ donc l'angle de déviation du rayon incident vaut :

$$D = i_2 - i_1$$

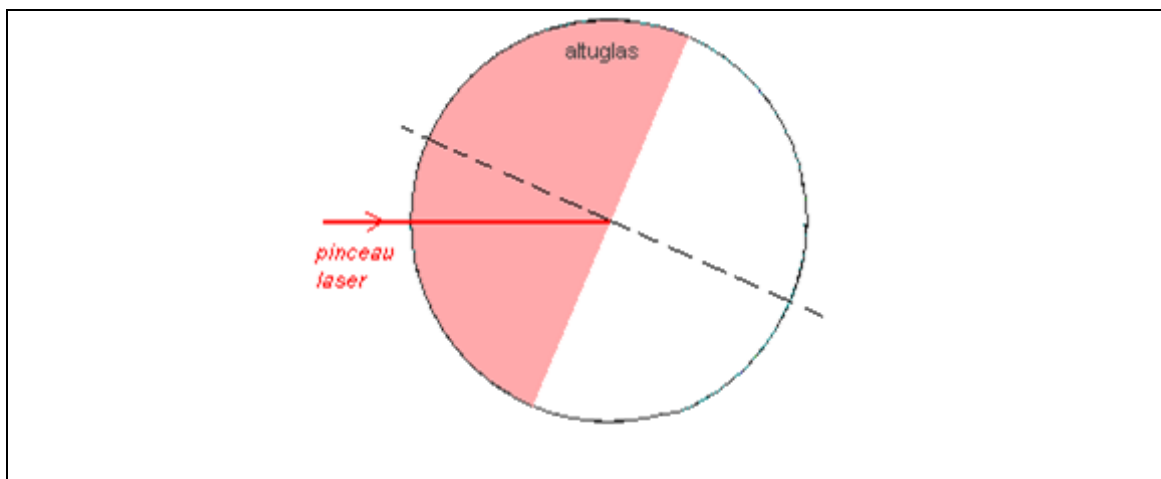
Le Compte-Rendu de TP ne portera que sur les sections marquées [CR] : sections 2.3 à 2.6. **L'objectif du travail qui vous est demandé est de déterminer un encadrement de la valeur de l'indice n de l'altuglas par 3 méthodes différentes, détaillées dans les sections 2.3, 2.4 et 2.5, et de confronter les résultats obtenus (section 2.6).**

2.4 [CR] [EXAMTP] Etude quantitative de la réflexion totale

[CR] Expérience 2 : passage altuglas $\rightarrow$ air. Angle limite de réflexion totale

Que devient le faisceau laser lors d'un passage altuglas $\rightarrow$ air ? Par rapport à la direction du faisceau incident, s'éloigne-t-il ou se rapproche-t-il de la normale ? Est-ce la propriété attendue ?

Repérez les différents faisceaux présents et nommez-les. Complétez le schéma :



Observez-vous un faisceau réfléchi pour toutes les valeurs de l'angle d'incidence ?
Observez-vous toujours un faisceau réfracté ?

Repérer la valeur de l'angle d'incidence i_{lim} à partir duquel vous n'observez plus de réfraction. C'est le paramètre qu'on appellera « angle limite de réflexion totale ». A quelle valeur estimez-vous l'incertitude de lecture de la graduation ? Noter le résultat sous les différentes formes d'un encadrement représentant l'incertitude de votre estimation.

$$\dots < i_{lim} < \dots$$

$$i_{lim} \in [\dots; \dots]$$

Ecrire la relation entre i_{lim} et l'indice n de l'altuglas prévue par la loi de Descartes :

Appliquer cette relation afin d'en déduire une estimation de n , en encadrant cette valeur.

Valeur mesurée pour n :

$$\delta n = \frac{n_{max} - n_{min}}{2} = \dots \quad \dots < n < \dots \quad ; \quad n = \frac{n_{max} + n_{min}}{2} = \dots$$

$$n = \dots \pm \dots$$

Appliquez maintenant la méthode de la dérivée (Annexe B) pour déterminer directement l'incertitude δn sur n en fonction de l'incertitude δi_{lim} sur i_{lim} :

$$\delta n = \left| \frac{dn}{di} \right|_{i=i_{lim}} \times \delta i_{lim}$$

Attention δi_{lim} doit être exprimé en radians. Vérifiez que la méthode par encadrement et par le calcul de la dérivée donnent bien la même valeur de δn .

Synthèse des résultats pour la mesure de l'indice optique de l'altuglas par la méthode de l'angle limite de réflexion totale.

$$\delta i_{lim} =$$

$$i_{lim} = \pm$$

$$n =$$

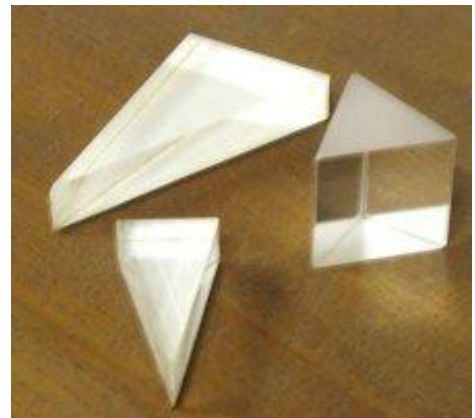
$$\delta n =$$

$$n = \pm$$

2.5 [CR] [EXAMTP] Le prisme

Un prisme est un milieu homogène limité par deux dioptries plans non parallèles, appelés les *faces d'entrée* et *de sortie* du prisme (toutes les deux sont polies). Leur intersection forme l'*arête* du prisme, caractérisée par un angle A .

Les deux propriétés principales des prismes sont de *dévier* et de *dispenser* la lumière. La dispersion signifie la séparation d'un rayonnement polychromatique en ses différentes composantes et sera étudiée au chapitre 4. Ici, nous nous intéresserons à la déviation d'un faisceau monochromatique par un prisme.



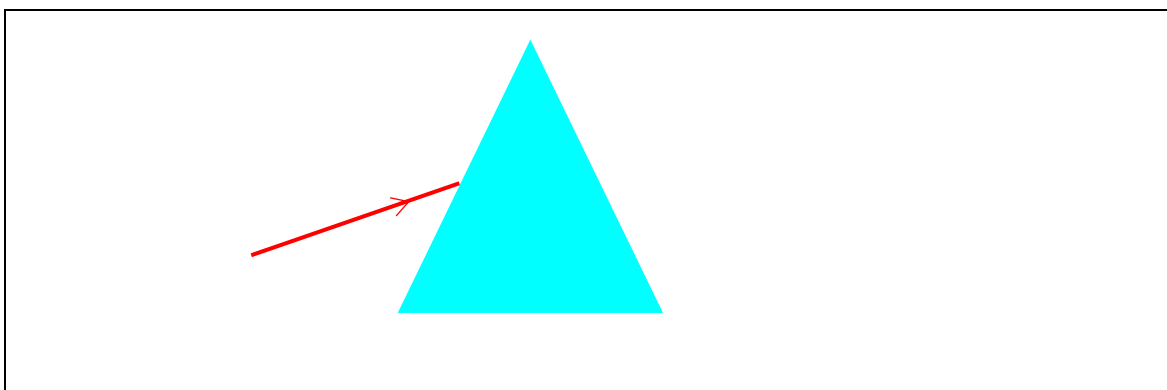
a) Expériences

Dans la pratique, la propriété qu'ont les prismes de dévier la lumière est utilisée dans de nombreux instruments d'optique (exemple : des jumelles), souvent dans le but de réduire la taille du système optique, en le "pliant".

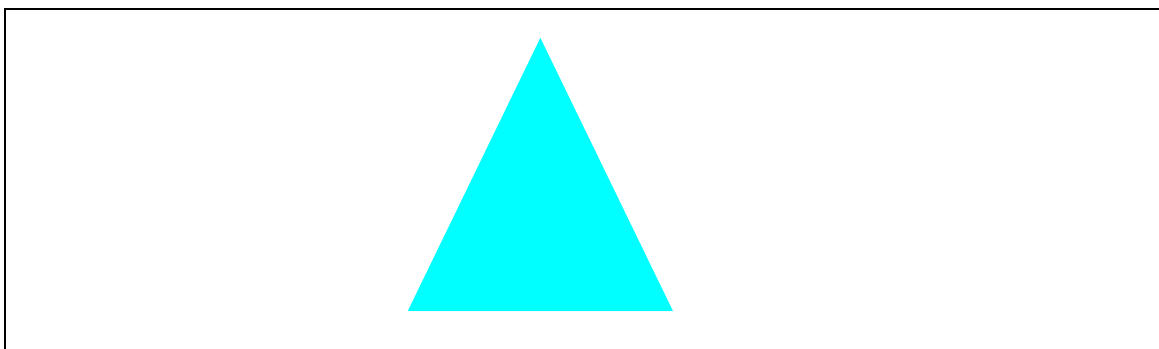
[CR] Expérience 3 : observation de la déviation d'un faisceau par un prisme

Envoyer le faisceau laser sur un des prismes à votre disposition et observer la déviation du faisceau engendrée par le prisme.

Compléter le schéma ci-dessous en fonction de ce que vous observez. Définissez sur votre dessin l'angle de déviation D du faisceau (angle formé par les directions du faisceau avant et après le prisme).



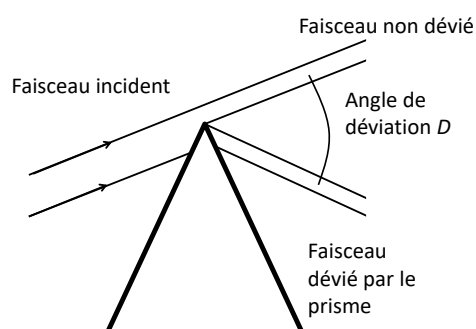
Existe-t-il toujours un faisceau émergent de la face de sortie du prisme ? Sinon, dans quelles conditions ce faisceau n'existe-t-il plus ? Interpréter ce phénomène.



[CR] Expérience 4 : observation du minimum de déviation

Tourner le prisme sur lui-même et constater l'existence d'un minimum de l'angle de déviation.

Pour mesurer cet angle de déviation sans erreur, on veillera à ce que le faisceau laser passe bien par le centre de la platine graduée et à ce que le sommet du prisme soit également au centre de la platine : ainsi, les points d'incidence sur les faces du prisme sont quasiment confondus et au centre de la platine. On visualise alors le faisceau incident rasant le prisme, le faisceau dévié par le prisme, et l'angle lu sur la platine graduée entre ces deux rayons correspond bien à l'angle de déviation du faisceau incident par le prisme.



Mesurer plusieurs fois la valeur de la déviation minimale (D_m), estimer l'incertitude liée à la reproductibilité de la mesure.

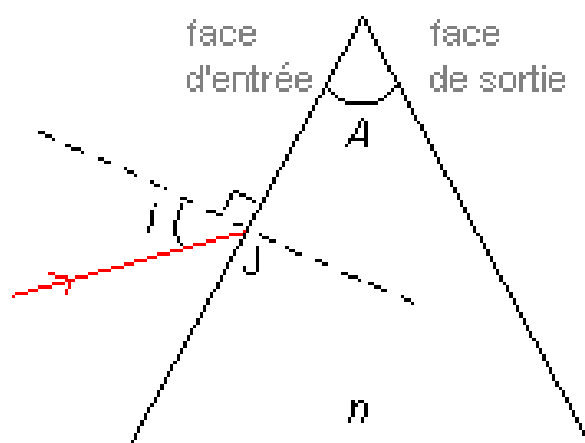
$D_m \in [\dots ; \dots] ;$	$D_m = \dots \pm \dots$
-------------------------------	-------------------------

b) Interprétation, et troisième détermination de l'indice de l'altuglas

On peut calculer la déviation d'un rayon en utilisant les lois de Snell-Descartes au passage de chacun des deux dioptries. La différence ici vient évidemment de ce que les deux dioptries forment un angle (noté traditionnellement A) qui intervient dans la réfraction sur le second dioptre.

Que vaut A pour ce prisme en triangle équilatéral ?

Complétez le schéma ci-dessus avec les notations suivantes :



au point J'.

- i est appelé *angle d'incidence*, c'est l'angle entre le rayon incident et la normale à la face d'entrée du prisme, au point J.
- r est l'angle entre le rayon dans le prisme et la normale à la face d'entrée du prisme au point J.
- r' est l'angle entre le rayon dans le prisme et la normale à la face de sortie du prisme au point J'.
- J' (point de la face de sortie par lequel le rayon sort du prisme).
- i' est l'angle entre le rayon émergeant du prisme et la normale à la face de sortie du prisme

On peut montrer (ex. 1.8) que l'indice du prisme s'exprime comme suit : $n = \frac{\sin(\frac{A+D_m}{2})}{\sin(\frac{A}{2})}$.

En considérant que l'incertitude sur l'angle A est négligeable devant celle sur la mesure de D_m , déterminer l'incertitude δn sur l'indice n , en fonction de A , D_m , et δD_m (voir exercice 5.4).

En déduire une nouvelle estimation de l'indice n avec l'incertitude associée :

$$n = \frac{\sin(\frac{A+D_m}{2})}{\sin(\frac{A}{2})} =$$

$$\delta n = \left| \frac{dn}{dD_m} \right| \times \delta D_m =$$

$$n = \quad \pm$$

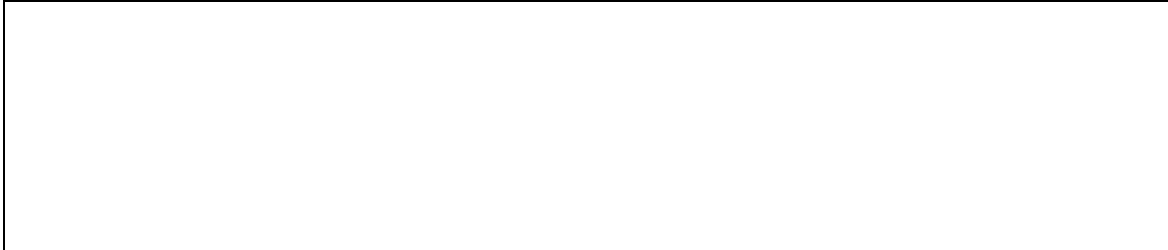
2.6 [CR] Bilan des différentes mesures de l'indice de l'altuglas

Méthode	Valeur obtenue
Expérience 1 : Mesure de la pente à partir du graphique représentant : $\sin i = n \sin r$	$n = \quad \pm$
Expérience 2 : Mesure de l'angle de réflexion totale altuglas/air : $n = \frac{1}{\sin i_{lim}}$	$n = \quad \pm$
Expérience 4: Mesure de l'angle de déviation minimale D_m : $n = \frac{\sin(\frac{A+D_m}{2})}{\sin(\frac{A}{2})}$	$n = \quad \pm$

Des résultats sont dits compatibles ou cohérents si les intervalles formés par les incertitudes se recouvrent au moins en partie.

Une méthode est d'autant plus précise qu'elle donne des résultats avec une faible incertitude.

Faire un schéma de synthèse des résultats obtenus par les différentes méthodes et commenter. (Voir l'annexe B. 4 « fiche outil d'estimation et de propagation des incertitudes »)



3. Exemples d'applications

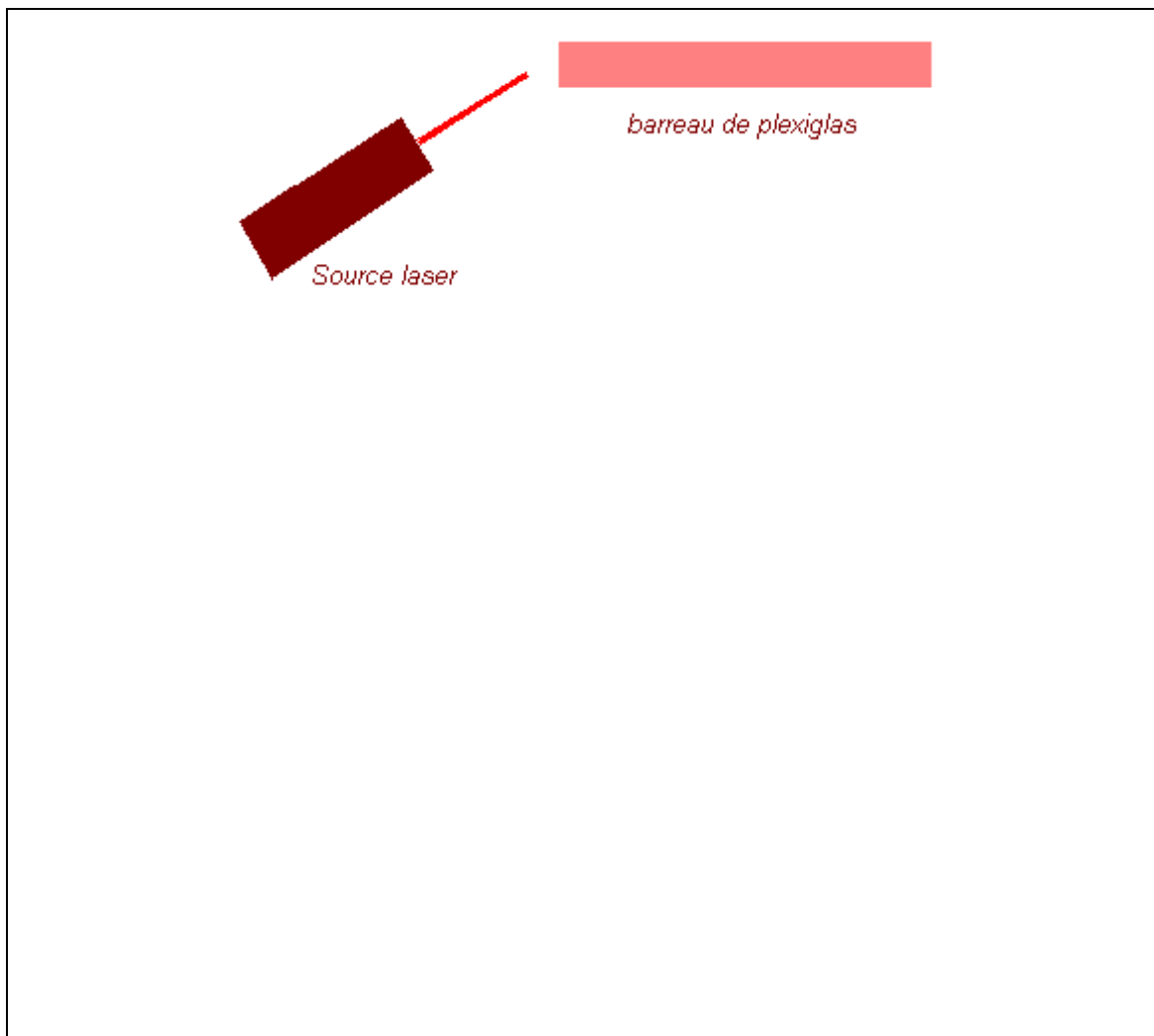
3.1. La réflexion totale ; application au guidage de la lumière

Le phénomène de réflexion totale est utilisé pour le guidage de la lumière dans les fibres optiques, très utilisées dans le domaine des télécommunications (voir l'exercice 1.10).

Comment est-il possible de guider la lumière ? La théorie des fibres optiques est complexe, nous aborderons ici leur fonctionnement uniquement du point de vue de l'optique géométrique³. Tout d'abord, nous allons montrer que la lumière peut être guidée par une simple règle en altuglas.

Expérience 5 : guide de lumière dans l'altuglas

Faites entrer le faisceau laser par un bout de la règle en altuglas à votre disposition. En orientant convenablement celle-ci par rapport au faisceau, que constatez-vous ? Quel phénomène est responsable de la propagation du faisceau dans la règle ? Représentez ci-dessous ce que vous observez sur un schéma aussi précis que possible.



³

Ceci est valable tant que le diamètre de la fibre est très grand devant la longueur d'onde de la lumière.

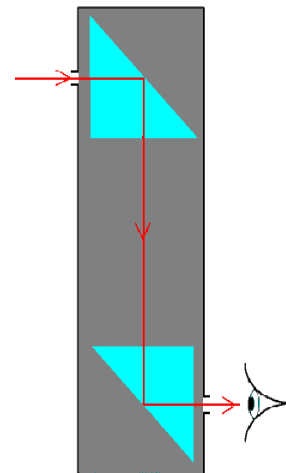
Que pouvez-vous dire de l'intensité du faisceau à la sortie de la règle par rapport à l'entrée ? Cela veut-il dire qu'il n'y a pas réflexion totale ? Quel processus physique est à l'origine de ces pertes ?

Expérience 6 : fibre optique

Faites entrer le faisceau laser par un bout de la fibre en optimisant l'orientation de la fibre par rapport au laser. Qu'observez-vous ? Expliquez. Que pouvez-vous dire de l'intensité en sortie de fibre ? Quelles sont à votre avis les difficultés rencontrées lorsqu'on veut transmettre de la lumière par fibre optique ?

Une autre application du phénomène de réflexion totale est : les prismes à réflexion totale, qui remplacent parfois les miroirs (en effet les prismes sont moins onéreux) dans les systèmes optiques, comme par exemple dans un périscopes (voir ci-dessous), ou encore dans des jumelles.

Schéma de principe d'un périscopes (en réalité, on trouve un certain nombre de lentilles entre les deux prismes, non représentées ici).



3.2 Les mirages

a) Propagation de la lumière dans un milieu inhomogène

Expérience 7 (à faire par l'enseignant) : *courbure d'un faisceau lumineux*

On dispose du sucre en poudre au fond d'une cuve (sur une épaisseur de 3 mm environ) que l'on remplit doucement d'eau (en versant l'eau le long des bords de la cuve). Après environ une heure d'attente, on envoie un faisceau laser à travers la cuve, légèrement incliné soit vers le haut, soit vers le bas.

Qu'observez-vous ? Faire un schéma.

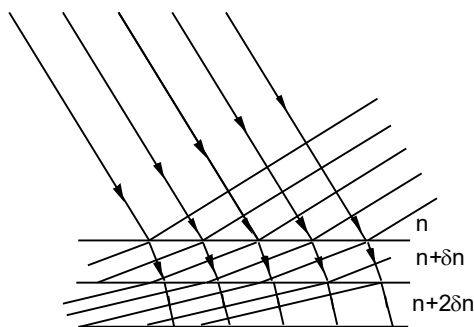


b) Interprétation

On voit ici que le principe de propagation rectiligne n'est pas toujours valide. Il n'est vrai qu'en milieu homogène. En milieu inhomogène, les rayons lumineux sont courbes.

Essayons de comprendre pourquoi les rayons lumineux sont courbes dans un milieu inhomogène, à l'aide d'un modèle ondulatoire.

Le fait que le milieu soit inhomogène signifie que l'indice n'est plus uniforme : sa valeur varie d'un point à un autre du milieu. Supposons que cette variation d'indice soit assez « douce ». Par exemple, dans le cas de l'eau sucrée, l'indice augmente continûment entre celui de l'eau (1.33) et celui de l'eau saturée en sucre (environ 1.5), suivant un axe vertical orienté vers le bas.



On coupe le milieu en « tranches » horizontales, en considérant que l'indice est uniforme à l'intérieur d'une tranche, et qu'il varie d'une petite quantité δn (>0 dans le cas du schéma ci-dessus) entre une tranche donnée et celle située immédiatement en-dessous d'elle. On effectue le même type de dessin que pour l'interprétation de la loi de la réfraction (2.5). On trouve que la direction de la lumière dévie à chaque fois qu'on passe d'une tranche à la tranche du dessous. Le faisceau se courbe donc. On a traité ici le cas où l'indice augmente au fur et à mesure que la lumière avance. Dans le cas où l'indice diminue le long du trajet de celle-ci, on trouve que le faisceau doit se courber dans l'autre sens.

- C'est ce phénomène qui se produit lors des *mirages* que l'on observe facilement en été. D'une manière générale, les mirages se produisent à cause d'une variation de l'indice de l'air induite par une variation de la température .
- L'*atmosphère terrestre* est inhomogène en température et en densité, et donc son indice optique varie également suivant la hauteur. Ceci est à la base du fait que le soleil apparaisse plus haut sur l'horizon qu'il n'est en réalité.
- Dans les *fibres optiques à gradient d'indice*, les rayons lumineux sont également courbés.

Résumé du chapitre 1

Le terme de lumière désigne la gamme de fréquence des ondes électromagnétiques pour lesquelles l'œil est sensible. La valeur de la célérité (vitesse dans le vide) de la lumière, est de $299792,458 \text{ km.s}^{-1}$ Soit environ $300\,000 \text{ km.s}^{-1}$ dans la conversation courante.

A toute onde lumineuse, on peut associer une longueur d'onde dans le vide : $\lambda_0 = \frac{c}{f}$,

La fréquence d'une onde lumineuse ne varie pas mais seule sa longueur d'onde varie quand elle traverse des milieux différents

Le milieu est alors caractérisé par son indice optique. Si on note v la célérité dans le milieu, l'indice optique est défini par : $n = \frac{c}{v}$.

L'onde est caractérisée par des surfaces d'onde perpendiculaires aux rayons.

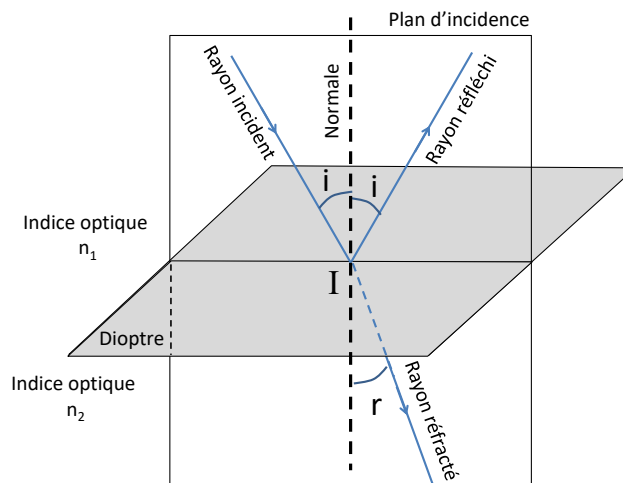
Réflexion et réfraction : les lois de Snell-Descartes :

On appelle dioptre la surface séparant deux milieux transparents. De façon générale, au passage d'un dioptre, il y a à la fois réfraction et réflexion : une partie de la lumière est réfléchi à la surface du dioptre et l'autre partie est réfractée lors de son passage dans l'autre milieu.

- Les rayons lumineux réfléchis sont dans le plan d'incidence, et tels que l'angle de réflexion est égal à l'angle d'incidence.
- Les rayons lumineux transmis sont dans le plan d'incidence, et tels que l'angle de réfraction est lié à l'angle d'incidence par la formule

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r. \quad (\text{loi de la réfraction})$$

où n_1 est l'indice du milieu d'incidence, n_2 celui du milieu de réfraction, i l'angle d'incidence et r l'angle de réfraction.



Réfraction avec un indice $n_2 > n_1$

Réflexion totale :

Il existe toujours un rayon réfléchi, mais pas toujours un rayon réfracté. Si les deux conditions suivantes sont satisfaites, alors le rayon réfracté n'existe pas :

1) $n_1 > n_2$: le milieu d'incidence est plus réfringent que le milieu de réfraction (ex : de l'eau à l'air)

2) $i > i_{\text{lim}}$: l'angle d'incidence dépasse l'angle limite de réflexion totale défini par :

$$n_1 \sin i_{\text{lim}} = n_2 \sin \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow i_{\text{lim}} = \arcsin(n_2/n_1)$$

Dans ce cas, toute l'énergie du faisceau incident se retrouve sans perte dans le faisceau réfléchi. On parle de réflexion totale.

CHAPITRE 2 : IMAGES OPTIQUES



Un miroir à un carrefour

Salles : « images » 100 ou 102 (cours-TP)

SOMMAIRE DU CHAPITRE 2 : IMAGES OPTIQUES

1. IMAGES EN OPTIQUE GEOMETRIQUE	38
1.1 Images et images optiques	38
1.2. Image géométrique et stigmatisme	39
1.3 Nature de l'image, nature de l'objet	40
a) Image réelle	40
b) Image virtuelle	40
c) Objet virtuel ou réel	41
2. MIROIRS	42
2.1 Miroir plan	42
a) Expérience – Stigmatisme du miroir plan	42
b) Interprétation ; construction géométrique de l'image par un miroir plan	43
2.2 Miroirs sphériques	44
a) Définitions	44
b) Expériences	44
c) Stigmatisme rigoureux et approché ; conditions de Gauss	45
2.3 Modélisation des miroirs sphériques dans les conditions de Gauss	46
a) Image d'un point par un miroir sphérique : formule de conjugaison	46
b) Foyers et distance focale	48
c) Formation d'images : expériences	50
d) Constructions géométriques de l'image d'un objet par des miroirs sphériques	51
3. DIOPTRIS	54
3.1 Dioptré plan	54
a) Expériences	54
b) Interprétation	55

Matériel à votre disposition par table

- *Source de lumière blanche*
- *1 écran*
- *1 boîte de rangement grande*
- *2 ampoules (dont une pouvant s'allumer) + une pile*
- *1 petite plaque plexi + support pour la faire tenir verticalement*
- *1 petit miroir plan*
- *1 miroir sphérique (avec surfaces réfléchissantes cotés concave et convexe)*
- *1 diaphragme en carton pouvant être accolé au miroir sphérique*
- *1 lampe de table*

Matériel pour l'enseignant

- *Dispositif de démonstration avec source laser multi-faisceaux (laserbox) + panneau métallique + kit optique magnétique (avec miroirs et dioptries sphériques)*
- *1 jeu de 3 miroirs (concave, convexe et plan)*
- *1 gobelet opaque avec une pièce au fond*

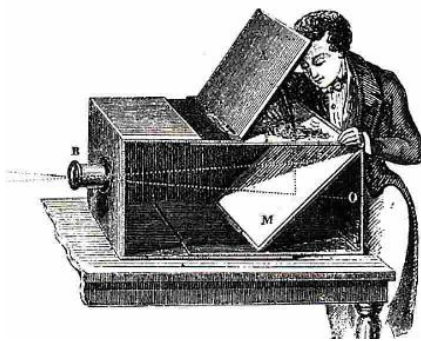
1. Images en optique géométrique

1.1 Images et images optiques

Parmi les cinq sens dont dispose l'être humain pour appréhender le monde, la vision est sans doute un des plus essentiels. La possibilité de voir le monde est due au fait que notre œil forme des images des objets qui l'entourent (pourvu que ces objets soient éclairés par de la lumière). Le cerveau enregistre ces informations et nous pouvons nous faire l'image de certains lieux, de certaines personnes.

Le miroir, inventé au XIII^e siècle (constitué de feuilles d'étain fixées derrière des plaques de verre), et perfectionné au XVI^e siècle (par Roger Lembrechet), permet chaque jour de voir sa propre image.

Mais l'homme a également cherché à créer des images durables, et ce depuis très longtemps : dès la préhistoire, il a inventé l'art pictural. Plus tard, pour obtenir des représentations les plus exactes possibles, certains artistes utilisaient pour le dessin un dispositif avec un miroir (décrit par Léonard de Vinci vers 1515).



Dispositif à miroir utilisé par les artistes



La première photographie, par N. Niepce (1822), intitulée "Point de vue de la fenêtre"

En 1822, Nicéphore Niepce a inventé la photographie : avec du bitume de Judée déposé sur une plaque de verre, et une chambre noire⁴, il réalise la première image photographique.

Lorsque nous prenons une photographie, projetons une diapositive, etc., nous réalisons des images (sur la pellicule, sur l'écran, etc.) grâce à des instruments d'optique (appareil photographique, projecteur). On réalise aujourd'hui des images par des techniques qui ne reposent pas sur l'optique : Doppler, IRM, etc

Pour terminer, remarquons que le terme "image" dans le langage courant signifie "information présentée de manière bidimensionnelle" et possède donc un sens très large. Un tableau abstrait, un plan de métro ou une carte météorologique entrent dans cette catégorie.

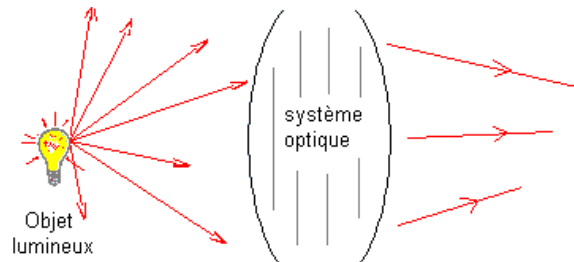
Une image optique possède un sens plus restreint, celui de "reproduction homothétique d'un objet formée à partir de la lumière qu'il émet", et obtenue par un jeu de miroirs, lentilles, etc.

Remarquons enfin que l'image optique d'un objet est définie *indépendamment de la possibilité de la voir ou de l'obtenir sur un support* ! Et pourtant, elle se forme toujours à un endroit précis...

⁴ Une *chambre noire* est simplement constituée d'un petit trou percé dans une boîte. C'est le dispositif le plus simple pour obtenir des images. Essayez par vous-mêmes ! Elle a longtemps été utilisée par les artistes...

1.2. Image géométrique et stigmatisme

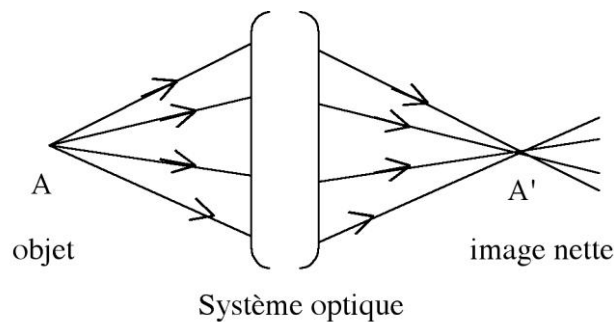
Un objet lumineux est constitué d'un ensemble de points lumineux, c'est-à-dire émettant de la lumière dans tout un ensemble de directions. Une lampe (ou le Soleil) est un objet produisant lui-même la lumière qu'il émet : on l'appelle source primaire. Les objets qu'elle éclaire sont également des objets lumineux au sens de l'optique : ils réémettent une partie de la lumière qu'ils reçoivent par diffusion. On les appelle sources secondaires (la Lune en est une).



Dessin d'un point-source et d'un objet étendu.

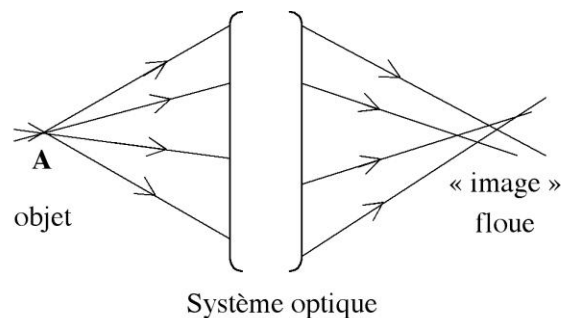
Dans un premier temps, nous allons nous intéresser à l'image d'un des points lumineux constituant l'objet étendu. Ce point est un point-objet que nous qualifierons de "réel" et que nous noterons A.

On dispose maintenant sur le trajet de la lumière issue du point A un système optique qui est, de manière générale, un ensemble constitué de miroir(s) et/ou de lentille(s). Si, à la sortie de ce système optique, les rayons issus de A convergent en un point unique A', ce point est appelé image de A (par le système optique). On dit alors qu'il y a stigmatisme pour le système optique considéré et le couple de points A et A'.



Cas où il y a stigmatisme : l'image de chaque point A de l'objet est un point. Dans ce cas, l'image obtenue est nette, et l'on parle en optique d'image.

Mais est-ce toujours le cas ? En fait non... La propriété de stigmatisme est en fait rare (cf. figure ci-après).



Cas où l'on n'a pas stigmatisme : les rayons issus de A, après traversée du système optique, ne convergent pas en un point. L'image obtenue est floue. On considère en optique qu'il n'y a pas d'image.

Remarque importante « image non optique » :

Attention au sens du mot « image » en optique par rapport à celui de la vie de tous les jours !
En effet, on ne parle d'image optique que lorsqu'il y a stigmatisme. Sinon, on considère qu'il n'y a pas d'image (en réalité, il y a une image dans le sens courant du terme, et elle est floue).

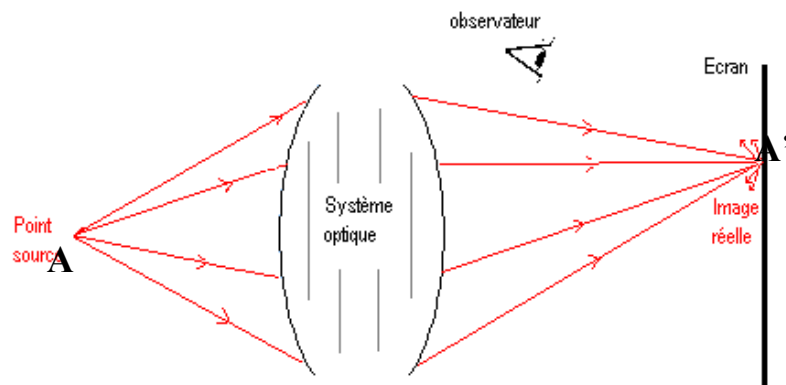
Remarque : la condition de stigmatisme n'est pas suffisante pour que l'image ressemble bien à l'objet. Si l'on prend l'exemple d'un miroir déformant, il est approximativement stigmatique, mais l'image est distordue par rapport à l'objet. Si l'on veut que l'image ressemble à l'objet, il faut en plus que l'image soit *homothétique* de l'objet...

1.3 Nature de l'image, nature de l'objet

On se place maintenant dans les conditions du stigmatisme.

a) Image réelle

Reprenons le cas vu au 1.2, où les rayons issus du point A, après traversée du système optique, convergent en un point A'. A' est dans ce cas l'image réelle de A.

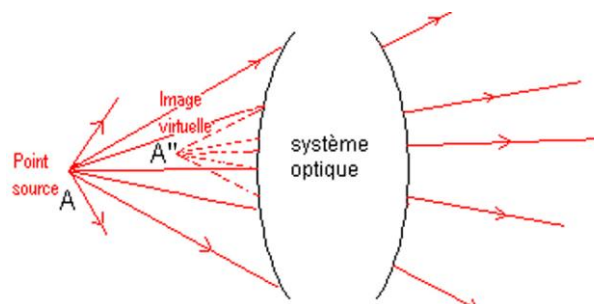


Il y a de l'énergie lumineuse au point A', ce que l'on peut mettre en évidence en y plaçant par exemple, un écran, une plaque photographique...

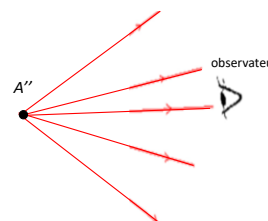
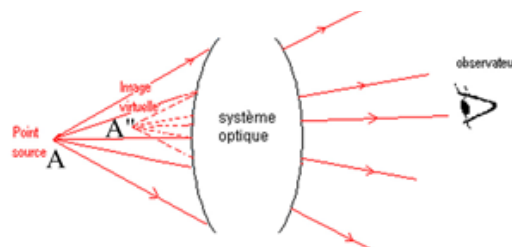
Notons également que *l'image réelle se trouve alors en aval du système optique*. La notion d'amont ou d'aval est bien entendu à comprendre en fonction du sens de propagation de la lumière. Elle est mal adaptée au cas des miroirs.

b) Image virtuelle

Il est possible que les rayons sortant du système optique divergent à nouveau après traversée du système, en *paraissant* provenir d'un point unique A". Il y a encore stigmatisme, mais ce point est alors appelé image virtuelle de A. La différence essentielle avec le cas précédent est qu'il n'y a pas d'énergie lumineuse en A".



Pourquoi est-ce quand même l'image de A ? Supposons qu'on place l'œil derrière le système optique comme indiqué sur le schéma ci-contre (figure du haut). Il reçoit des rayons qui semblent provenir de A'' ; il ne fait donc pas la différence avec un objet réel qui serait situé en ce même point (figure du bas).



Notons qu'une *image virtuelle* se trouve toujours en amont du système optique. Pour constater ce caractère virtuel, on pourra approcher l'œil jusqu'au système optique et vérifier si on continue à la voir.

c) Objet virtuel ou réel

Une notion un peu plus subtile est celle d'objet virtuel. Elle intervient si l'on place un deuxième système optique S2 à droite du premier (sur les dessins, la lumière va toujours conventionnellement de la gauche vers la droite).

Soit A' l'image de A par S1. Avec S2 après A', les rayons éclairant S2 viennent réellement de A' qui constitue un objet réel pour S2 (voir fig. de gauche ci-dessous).

Sur la figure de droite, A' est une image virtuelle par S1. Mais les rayons réels éclairant S2 ont des directions arrivant toutes de A' (même si ce sont seulement leurs prolongements qui passent par A') donc A' est un objet réel pour S2.

Sur la troisième figure, S2 est intercalé entre S1 et A', image réelle de A par S1. Dans ce cas A' est un objet virtuel pour S2.

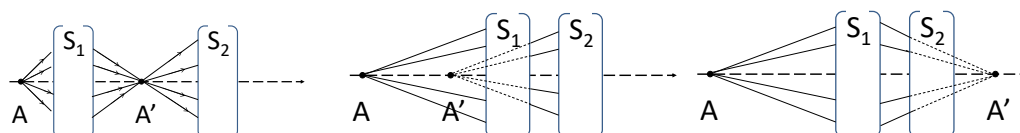


Fig1 : A' est objet réel pour le système optique S2. – Fig2 : A' est objet réel pour le système optique S2.

Fig3 : A' est objet virtuel pour le système optique S2.

En résumé :

Si l'objet est situé en amont du système optique, il est réel pour ce système optique.

S'il est situé en aval de ce système optique, il est virtuel.

Remarque importante concernant les constructions géométriques :

Les rayons lumineux sont représentés en traits pleins. Leurs prolongements sont indiqués en pointillés. Un objet ou une image réelle est représenté(e) en trait plein, un objet ou une image virtuel(le) en trait pointillé.

2. Miroirs

Le miroir plan est certainement l'élément optique le plus utilisé dans la vie courante, mais on utilise également des miroirs "courbes" dans de nombreuses situations : miroirs de toilette, rétroviseurs de voiture, fond des blocs optiques des phares de voiture, miroirs à certains carrefours, etc.

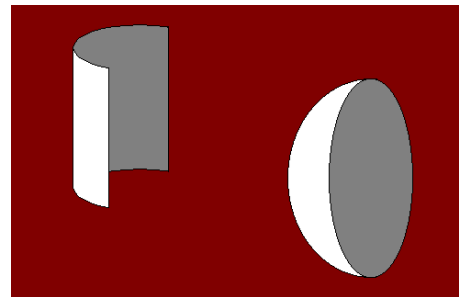
La forme donnée à ces miroirs dépend de leur utilisation. Suivant les cas, ils pourront être sphériques, cylindriques ou paraboliques. Un miroir sphérique est une portion de sphère dont on a couvert la surface d'une couche totalement réfléchissante, en général composée d'un dépôt métallique.

Remarque : Un miroir cylindrique (respectivement parabolique) est une telle surface mais il est constitué d'une portion de cylindre (respectivement de parabole).

Le miroir est donc un objet de notre quotidien auquel nous sommes habitués. Mais comment caractériser l'image que nous voyons de nous-même ou d'un objet dans un miroir? Où est-elle située et quelle est sa nature ?



Un miroir à un carrefour



Miroir cylindrique ou sphérique

2.1 Miroir plan

a) Expérience – Stigmatisme du miroir plan

Expérience 1 : image dans un miroir plan

Posez un objet sur la table et placez le miroir verticalement, à une vingtaine de centimètres. Regardez l'image de l'objet. Où vous paraît-elle située ?

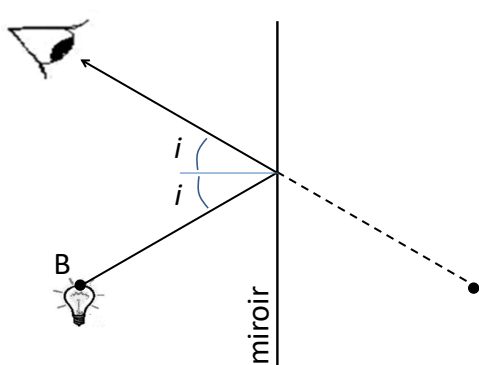
Prenez maintenant la plaque de plexiglas et mettez-la à la place du miroir. Utilisez comme objet une petite ampoule, et observez l'image par réflexion de cette lampe. Utilisez une seconde lampe identique mais éteinte, et tentez de la superposer à l'image de la première. Où se trouve alors la lampe éteinte ? Pouvez-vous maintenant préciser où se trouve l'image de la lampe allumée, de même que l'image de l'objet dans le miroir plan (expérience précédente) ?

Caractériser l'image : dans quel sens est-elle⁵ ? Est-elle réelle ou virtuelle ?

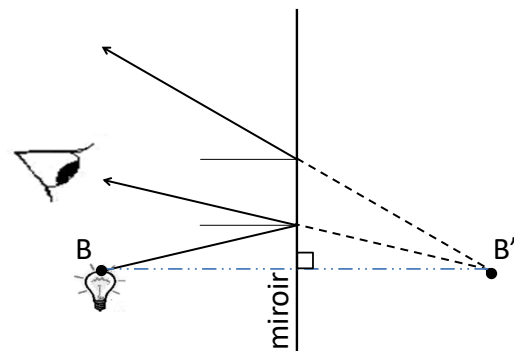
L'image est-elle nette quelle que soit la position de l'objet et celle de l'œil ?

Si c'est le cas, l'image d'un point par le miroir est un point quelle que soit sa position et on dit que le miroir plan est un système optique parfaitement stigmatique.

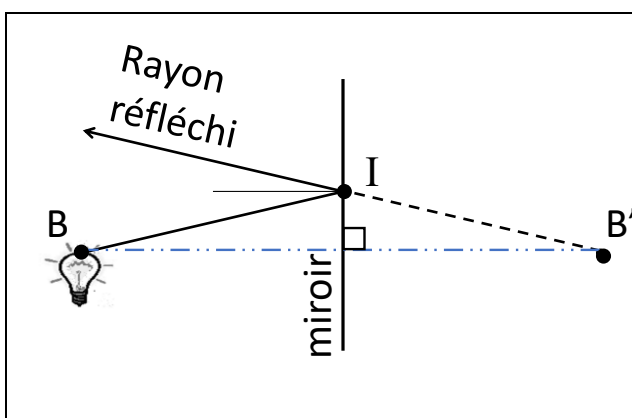
b) Interprétation ; construction géométrique de l'image par un miroir plan



L'œil reçoit un rayon réfléchi et le cerveau interprète que le point source est sur le prolongement de ce rayon.



Si l'œil bouge, le point source semble situé sur une autre droite. L'intersection des droites associées aux différentes positions de l'œil est en B', symétrique de B par rapport au plan du miroir. B' est alors l'image de B par le miroir.



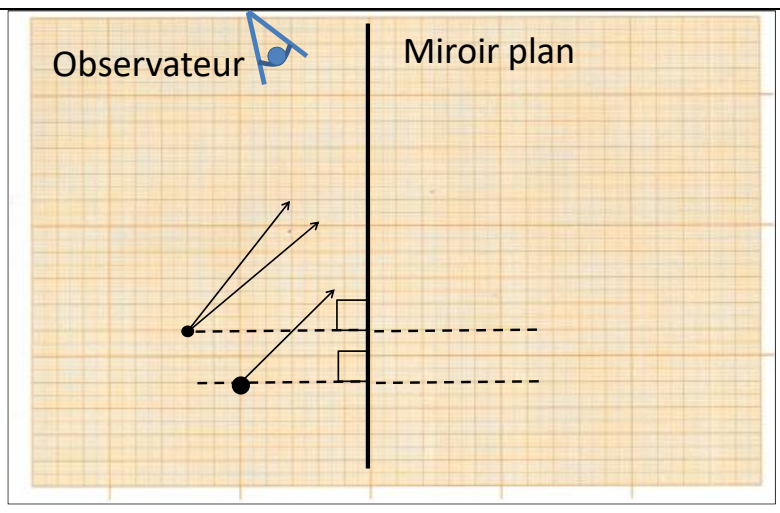
A RETENIR : Construction pratique d'un rayon réfléchi sur une surface plane :

- Pour B donné, tracer son symétrique B' par rapport au plan de la surface réfléchissante (règle + équerre ou rapporteur)
- Tracer un rayon à partir de B et son point d'incidence I sur le miroir
- La droite $B'I$ donne la direction du rayon réfléchi en I .

⁵ Le sens d'une image est à comprendre par rapport à la verticale : une image droite a « la tête en haut » et une image inversée (ou renversée) a « la tête en bas ».

Exemple : Prolonger les rayons de ce schéma jusqu'au miroir et construire les rayons réfléchis.

Pour l'observateur regardant directement les deux points, le plus gros est-il à droite ou à gauche ? Et s'il les regarde à travers le miroir ?



2.2 Miroirs sphériques

a) Définitions

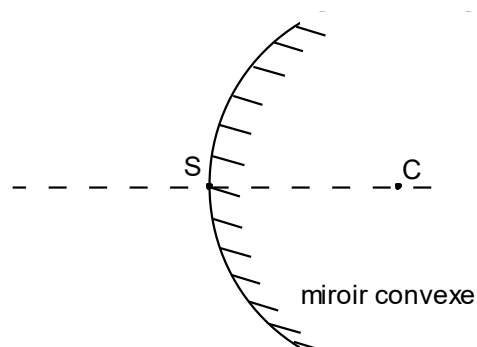
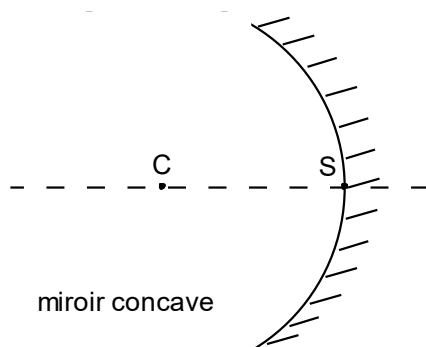
Un miroir sphérique est une portion de sphère dont on a couvert la surface d'une couche totalement réfléchissante.

De tels miroirs sont caractérisés par un axe optique, un centre et un rayon de courbure. Suivant le sens de la courbure, le miroir sera dit concave ou convexe⁶.



Miroir-boule sur la place Stanislas de Nancy

Sur les deux schémas ci-dessous, la lumière arrive conventionnellement par la gauche. Les miroirs sont représentés *par leur coupe selon un plan vertical*. C est le *centre de courbure* du miroir, et S est appelé le *sommet*. L'axe en pointillé est l'axe optique, axe de symétrie de révolution de miroir.

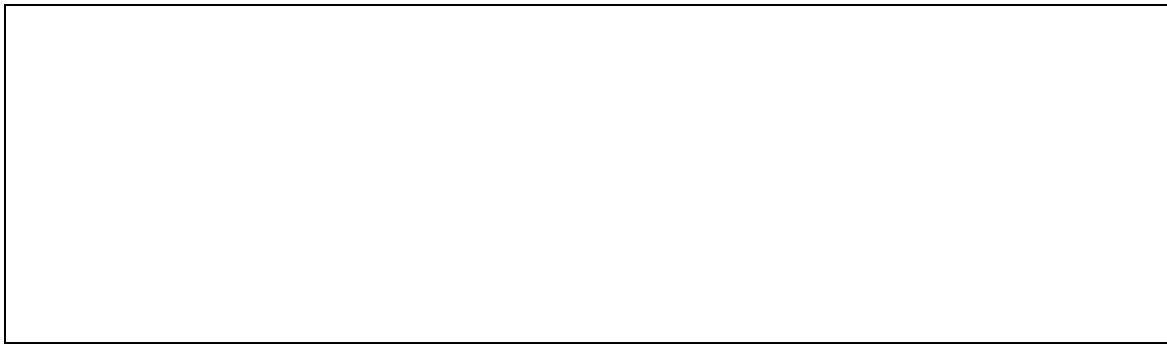


b) Expériences

Expérience 2 (à réaliser par l'enseignant) :

Utiliser le dispositif "laserbox" pour montrer comment se réfléchissent un ensemble de "rayons" parallèles à l'axe optique d'un miroir concave. Incliner le miroir sur son axe. Que constatez-vous?

⁶ Comment retenir ces deux termes? Un moyen mnémotechnique possible est le suivant : concave évoque "cave" donc l'idée de quelque chose de creusé : voir l'allure du miroir concave. Sinon, trouvez le vôtre!

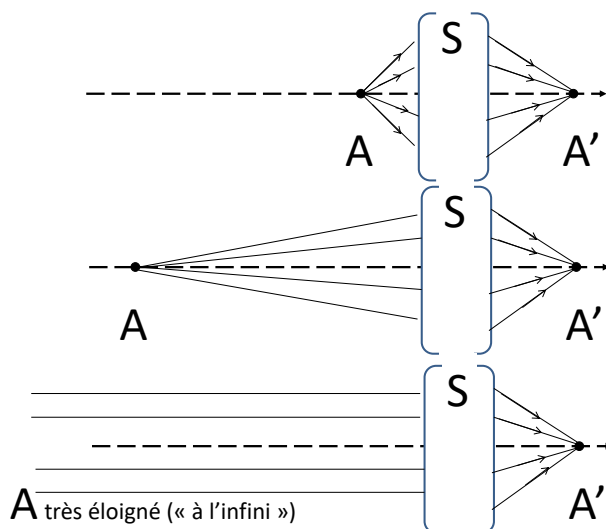


Le miroir sphérique est-il un système rigoureusement stigmatique en tout point comme le miroir plan ? Dessinez le trajet de quelques rayons pour justifier votre réponse.



c) Stigmatisme rigoureux et approché ; conditions de Gauss

Remarque importante pour l'interprétation de l'expérience précédente



Soit un point source A et son image géométrique A' par le système optique (S) . On constate que plus A s'éloigne sur l'axe, plus les rayons qu'il émet apparaissent au niveau de (S) comme parallèles entre eux. Lorsque A est très éloigné (on dira à l'infini sur l'axe), les rayons arrivant sur (S) forment un faisceau parallèle à l'axe.

Parler d'un faisceau incident parallèle à l'axe est équivalent à parler d'une source ponctuelle à l'infini sur l'axe.

L'expérience qui a montré que dans certaines conditions les rayons d'un faisceau parallèle convergent en un point unique revient à justifier que dans ces mêmes conditions le système est capable à partir d'un point source de former une image ponctuelle (propriété appelée « stigmatisme »)

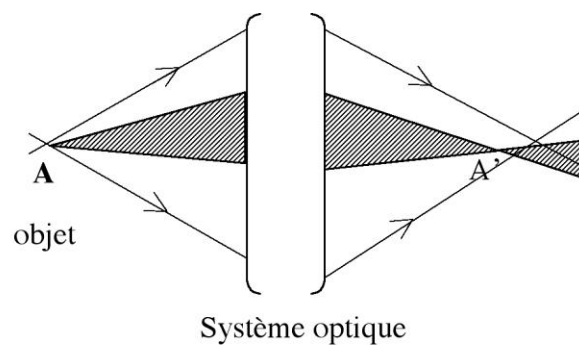
Comme on l'a vu, le miroir plan est le seul système optique rigoureusement stigmatique pour tous les points de l'espace. On vient de voir que le miroir sphérique n'est pas stigmatique dans l'absolu, mais qu'on peut le rendre stigmatique en limitant le faisceau lumineux.

De manière générale, un système optique présente un stigmatisme approché pour un couple de points A et A' si l'on peut limiter un faisceau tel que tout rayon de ce faisceau issu de A passe au voisinage de A' après avoir traversé le système.

Dans le cas particulier d'un système optique dit centré, c'est-à-dire présentant un axe de symétrie de révolution (axe optique), on définit les conditions de Gauss, qui correspondent à une limitation du faisceau de lumière dans les conditions suivantes : les rayons lumineux doivent être 1) proches de l'axe et 2) peu inclinés par rapport à celui-ci.

On peut alors montrer qu'un système optique centré utilisé dans les conditions de Gauss :

- présente un stigmatisme approché (ceci sera fait au paragraphe suivant, d).
- est aplanétique : ceci signifie que l'image d'un petit objet plan perpendiculaire à l'axe optique est également plane et perpendiculaire à cet axe. *Cette propriété est essentielle pour les constructions géométriques.*



Stigmatisme approché

2.3 Modélisation des miroirs sphériques dans les conditions de Gauss

a) Image d'un point par un miroir sphérique : formule de conjugaison

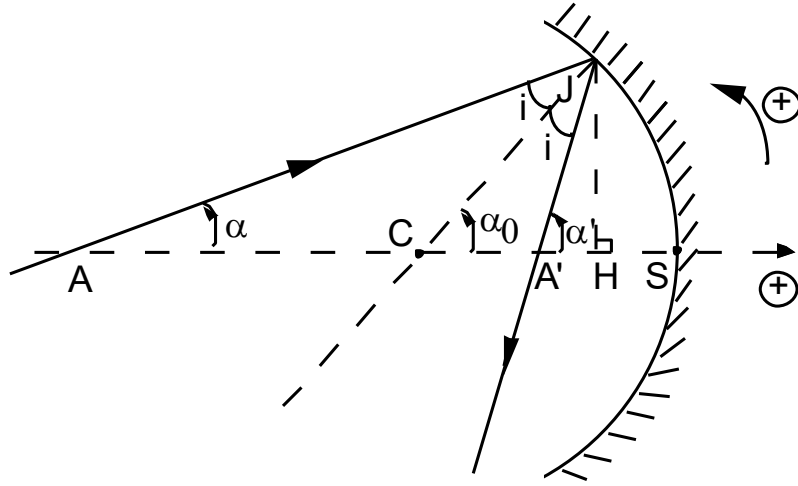
On cherche l'image A' d'un point A situé sur l'axe optique du miroir, dans les conditions de Gauss. Nous allons chercher la position du point A', en utilisant la loi de la réflexion. Le dessin est fait dans le cas d'un miroir concave, mais la démonstration est valable aussi pour un miroir convexe.

Les conventions et notations sont définies sur la figure ci-dessous :

- Les distances sont algébriques, l'axe optique étant orienté vers la droite.
- Les angles sont également algébriques, orientés dans le sens trigonométrique.

Pour trouver l'image de A, on trace deux rayons particuliers issus de A.

Le premier est confondu avec l'axe optique : il se réfléchit sans être dévié. Le second est un rayon quelconque issu de A incident sur le miroir en J. Ce rayon forme un angle i avec la normale au miroir en J, qui passe nécessairement par le centre de courbure C. Suivant la loi de la réflexion, il est réfléchi en formant le même angle i avec cette normale. Le rayon réfléchi intersecte l'axe optique au point A', l'image cherchée.



On a dans le triangle AJC :

$$\alpha + i + (\pi - \alpha_0) = \pi$$

Soit :

$$\alpha + i = \alpha_0$$

De même, dans le triangle A'JC :

$$\alpha_0 + i + (\pi - \alpha') = \pi \Leftrightarrow \alpha_0 + i = \alpha'$$

En soustrayant ces deux équations, on obtient :

$$\alpha + \alpha' = 2\alpha_0$$

Dans le cadre de l'approximation de Gauss, la première approximation est de considérer tous les angles (α , α' , α_0 et i) comme suffisamment petits pour assimiler sinus et tangente d'un angle à la valeur de l'angle (en radians !).

$$\alpha \approx \tan \alpha = \frac{\overline{HJ}}{\overline{AH}}$$

$$\alpha' \approx \tan \alpha' = \frac{\overline{HJ}}{\overline{A'H}}$$

$$\alpha_0 \approx \tan \alpha_0 = \frac{\overline{HJ}}{\overline{CH}}$$

La seconde hypothèse est que les rayons sont proches de l'axe. Ceci signifie, entre autres, que l'on peut confondre H et S on a donc :

$$\alpha \approx \frac{\overline{SJ}}{\overline{AS}} \quad \alpha' \approx \frac{\overline{SJ}}{\overline{A'S}} \quad \alpha_0 \approx \frac{\overline{SJ}}{\overline{CS}}$$

$$\text{D'où :} \quad \alpha + \alpha' = 2\alpha_0 \Leftrightarrow \frac{\overline{SJ}}{\overline{SA'}} + \frac{\overline{SJ}}{\overline{SA}} = \frac{2\overline{SJ}}{\overline{SC}}$$

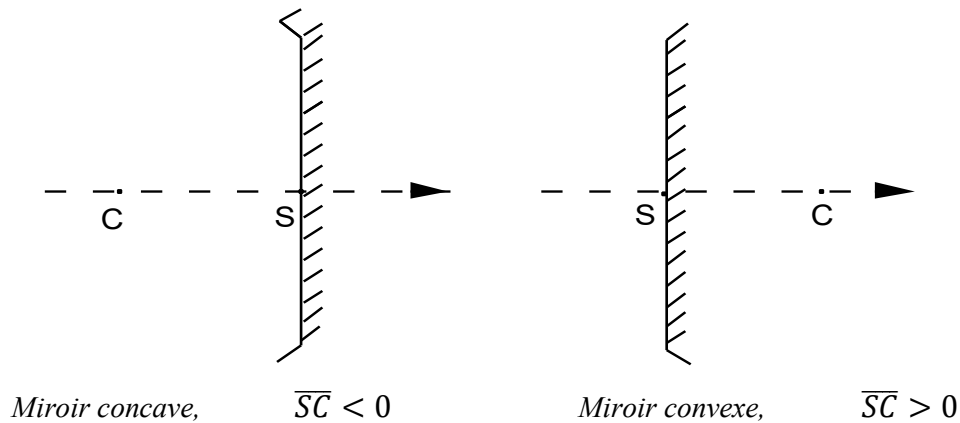
Soit encore :

$$\frac{1}{\overline{SA'}} + \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{2}{\overline{SC}}$$

On voit ainsi que, *dans les conditions de Gauss* :

- A et A' sont bien reliés par une relation biunivoque, appelée relation de conjugaison (avec origine au sommet).
- le seul paramètre pertinent est le rayon de courbure algébrique $\overline{SC}$ du miroir.

Les miroirs sont alors schématisés de la façon suivante :



Représentation symbolique d'un miroir sphérique concave ou convexe, utilisé dans les conditions de Gauss. L'axe optique est orienté vers la droite (sens de propagation de la lumière).

b) Foyers et distance focale

Foyer image – plan focal

L'expérience 2 vous a montré que si on envoie un faisceau de lumière parallèle à l'axe optique sur un miroir concave dans les conditions de Gauss, les rayons convergent en un point : le foyer image ou point focal image noté F' . Ce point est défini *de manière générale* (dépassant le cas particulier du miroir sphérique) comme suit :

On considère des rayons incidents sur le miroir, parallèles à l'axe optique. *Ce sont les rayons que produirait un point source A très éloigné (« à l'infini ») sur l'axe.* Le point de convergence du faisceau parallèle définit le point F' , qui correspond à l'image géométrique A' de A par le miroir. On peut résumer ce raisonnement par :

Point source à l' ∞ sur l'axe $A_\infty \xrightarrow{\text{image par le miroir}}$ point focal image F'

Ou plus simplement $A_\infty \xrightarrow{\text{miroir}} F'$.

Dans le cas du miroir sphérique, on peut trouver la position du foyer image F' en utilisant la définition ci-dessus et la formule de conjugaison du miroir sphérique $\frac{1}{\overline{SA'}} + \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{2}{\overline{SC}}$ avec $\overline{SA} \rightarrow -\infty$ pour obtenir :

$$\overline{SF'} = \frac{\overline{SC}}{2}$$

Remarque : pour un point lumineux A_∞ très éloigné sur l'axe CS , le miroir forme une image ponctuelle en F' . Si on utilise ce miroir pour former l'image d'une série des points très éloignés (par exemple le ciel étoilé), cette image sera nette dans le plan perpendiculaire à SC et passant par F' appelé « plan focal » du miroir.

Foyer objet

La définition générale du foyer objet d'un système optique centré est symétrique de celle du foyer image : les rayons issus du foyer objet, noté F , doivent, après passage par le système optique, être parallèle à l'axe optique ce qui signifie qu'ils convergent vers une image de F en un point A' à l'infini sur l'axe. On peut résumer ceci par :

Point source au foyer objet $F \xrightarrow{\text{image par le miroir}}$ point image très éloigné sur l'axe (A'_∞)
noté plus simplement $F \xrightarrow{\text{miroir}} A'_\infty$.

La formule de conjugaison du miroir sphérique $\frac{1}{\overline{SA'}} + \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{2}{\overline{SC}}$ écrite pour un objet A en F et une image à l'infini ($\overline{SA'} = +\infty$) conduit à $\overline{SF} = \frac{\overline{SC}}{2}$.

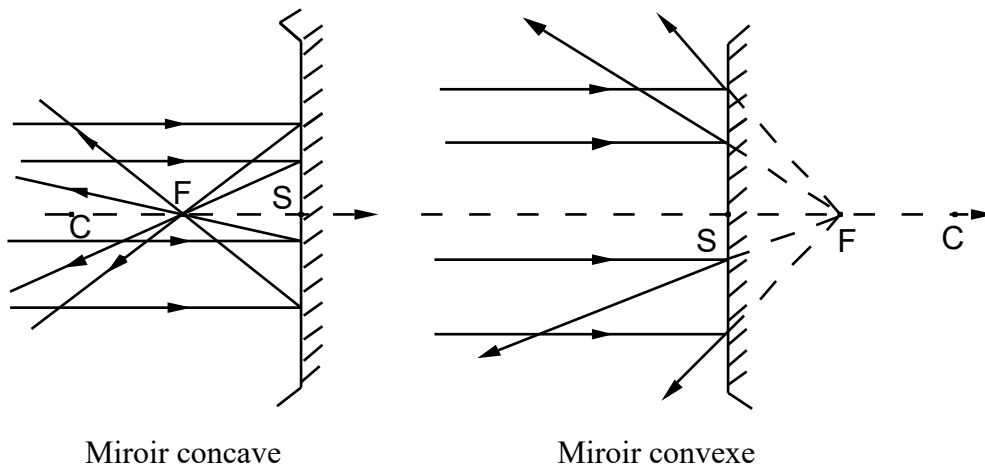
Dans ce cas particulier, foyers image et objet sont donc *confondus*, en un point que nous noterons F . Ceci peut se comprendre grâce à la loi de retour inverse de la lumière ...

On peut donc réécrire la relation de conjugaison des miroirs sphériques :

$$\frac{1}{\overline{SA'}} + \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{1}{\overline{SF}}$$

La distance $\overline{SF}$ est appelée distance focale du miroir sphérique. Attention, il s'agit d'une grandeur algébrique, comme toutes les grandeurs apparaissant dans les relations de conjugaison. $\overline{SF} < 0$ pour un miroir concave, et $\overline{SF} > 0$ pour un miroir convexe.

La figure ci-dessous résume la définition des foyers dans le cas d'un miroir concave ou convexe dans les conditions de Gauss. Le dessin a été fait dans le cas où F apparaît comme le foyer image. Pour le voir apparaître comme le foyer objet, il suffit d'inverser le sens des flèches.

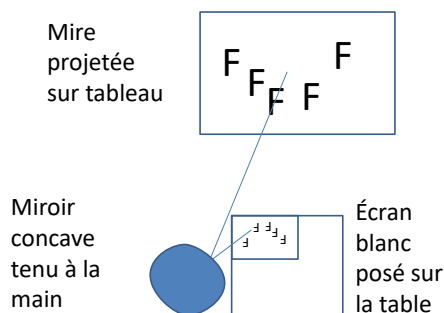


c) Formation d'images : expériences

Expérience 3 : "téléscope"

Choisir comme objet lumineux éloigné une diapositive que l'enseignant projette sur le tableau de la salle (ou ouvrir la fenêtre et prendre un objet de l'extérieur).

Vous disposez sur votre table d'un miroir sphérique concave et d'un écran, réaliser l'image de l'objet éloigné sur l'écran orienté parallèlement au tableau.



Quelle est la nature de cette image ? L'image est-elle nette partout ? Commenter. Expliquer pourquoi on peut déduire de cette expérience une estimation de la distance focale du miroir, et mesurer cette distance focale. Comparer avec les tables voisines.

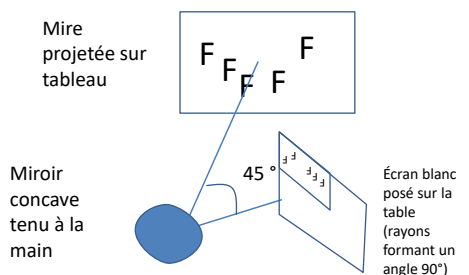
Placer un diaphragme réduisant la surface utile du miroir. Qu'observe-t-on alors concernant la luminosité et la plage netteté de l'image ? Quel lien peut-on faire entre l'action de ce diaphragme et les conditions de Gauss ?

Pourquoi cette expérience modélise-t-elle (grossièrement, bien sûr...) le fonctionnement d'un télescope ?

Expérience 3 bis (facultative)

Reprendre l'expérience précédente (miroir concave + diaphragme) avec cette fois le miroir déviant la lumière d'environ 45°

Comparer la plage de netteté de l'image au cas précédent. Interpréter cette observation en commentant la validité des conditions de Gauss dans cette nouvelle situation



Expérience 4 : images par les miroirs convexes et concaves

Sur la table est disponible un miroir à face concave d'un côté (creux au centre) et convexe de l'autre (bosse au centre). Comment reconnaître très simplement l'une de l'autre ? Repérer laquelle de ces deux faces pourrait servir comme rétroviseur d'une voiture.

Regardez votre image dans la face concave / la face convexe, en faisant varier la distance entre le miroir et vous. On pourra organiser les observations en précisant dans le tableau suivant si dans les différents cas l'image vue est nette/floue, droite/inversée, agrandie/réduite.

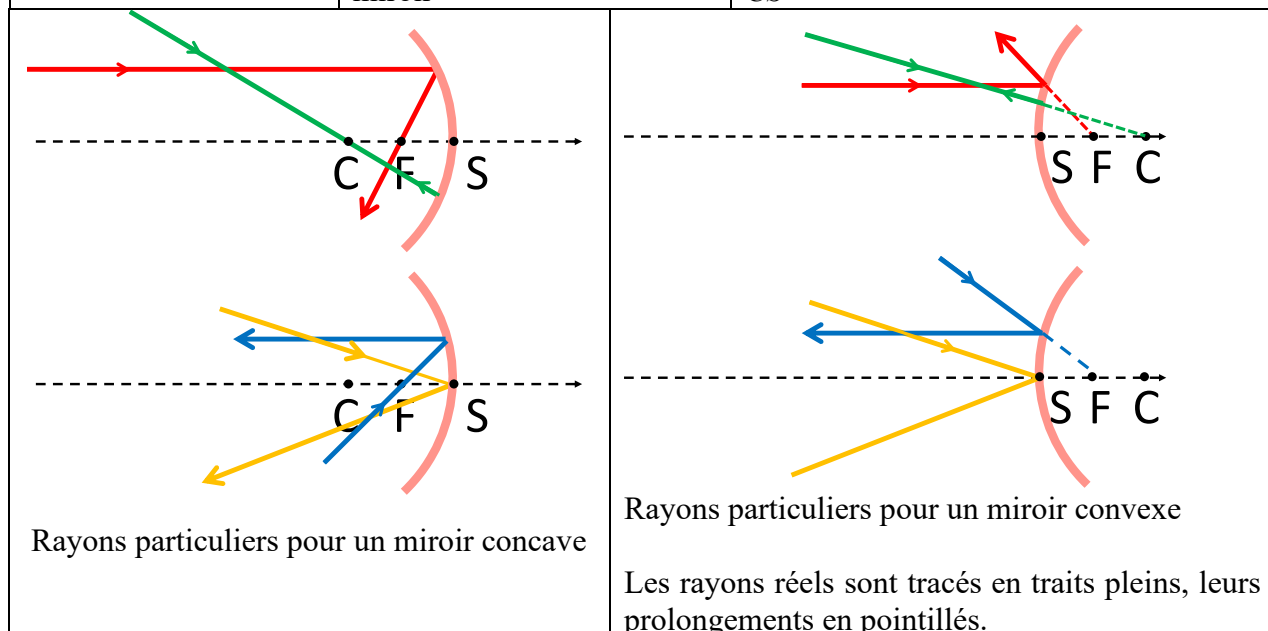
Miroir convexe	
De près (cas (a))	
De plus loin (cas (b))	

Miroir concave	
De très près (cas (c))	
D'un peu plus loin (cas (d))	
De nettement plus loin (cas e)	

d) Constructions géométriques de l'image d'un objet par des miroirs sphériques

Voici 4 rayons particuliers servant à trouver la position de l'image B' de l'objet B formée par un miroir sphérique :

Point particulier	Rayon incident sur le miroir ayant une direction passant par le point objet B et ...	Propriété du rayon réfléchi par le miroir (direction passant par B')
Centre de courbure C	passant par C	Rayon réfléchi sans être dévié
Foyer objet F	passant par F	Rayon réfléchi parallèle à l'axe optique
Foyer image F' (=F)	Parallèle à l'axe optique	Rayon réfléchi avec direction passant par F'
Sommet S	Passant par le sommet S du miroir	Réfléchi symétriquement par rapport à l'axe CS

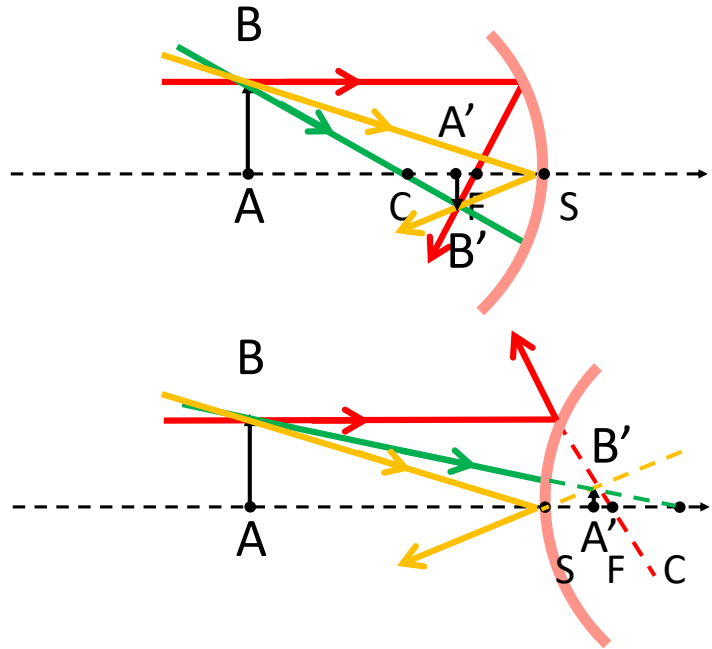


Par définition, B' est l'image géométrique de B par le miroir si tout rayon incident de direction passant par B est réfléchi avec une direction passant par B' .

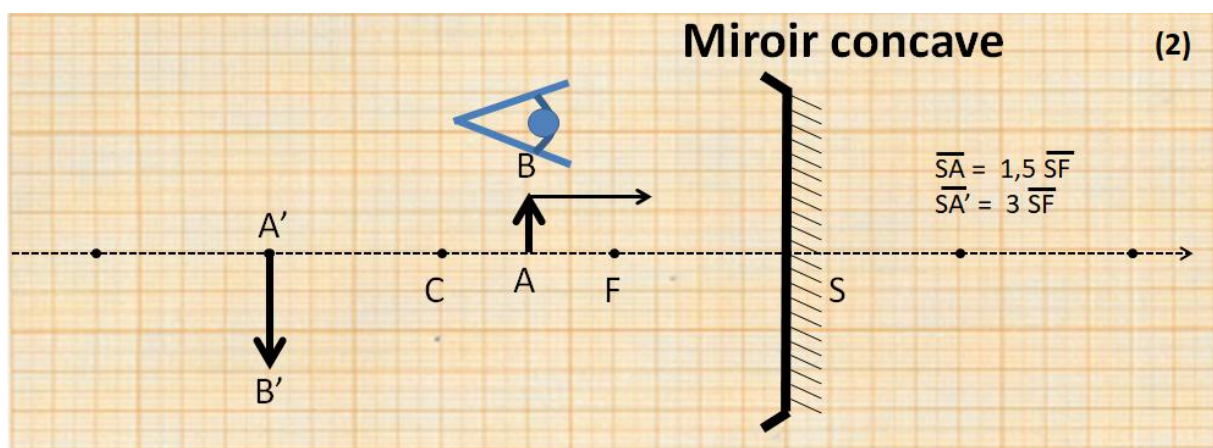
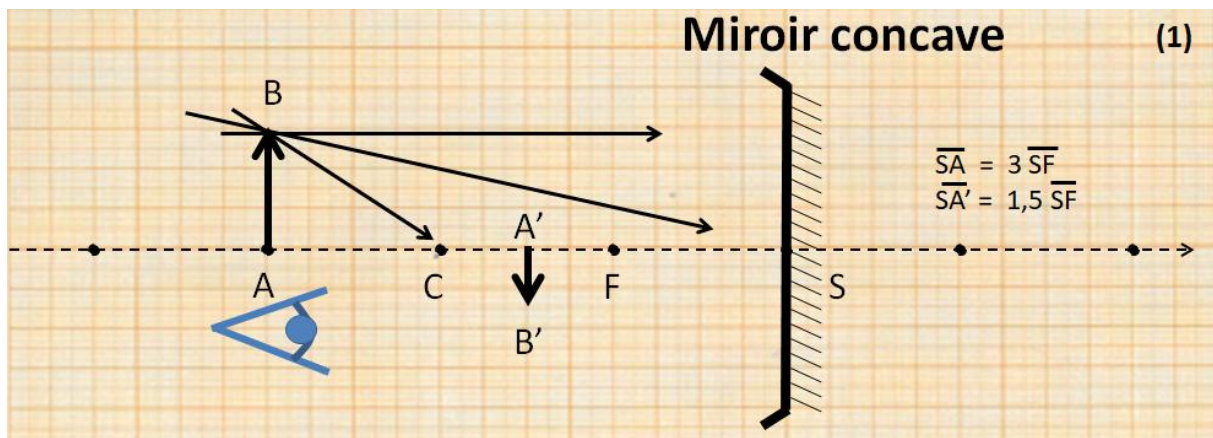
On trouve B' à l'intersection unique de deux des 4 rayons particuliers issus de B .

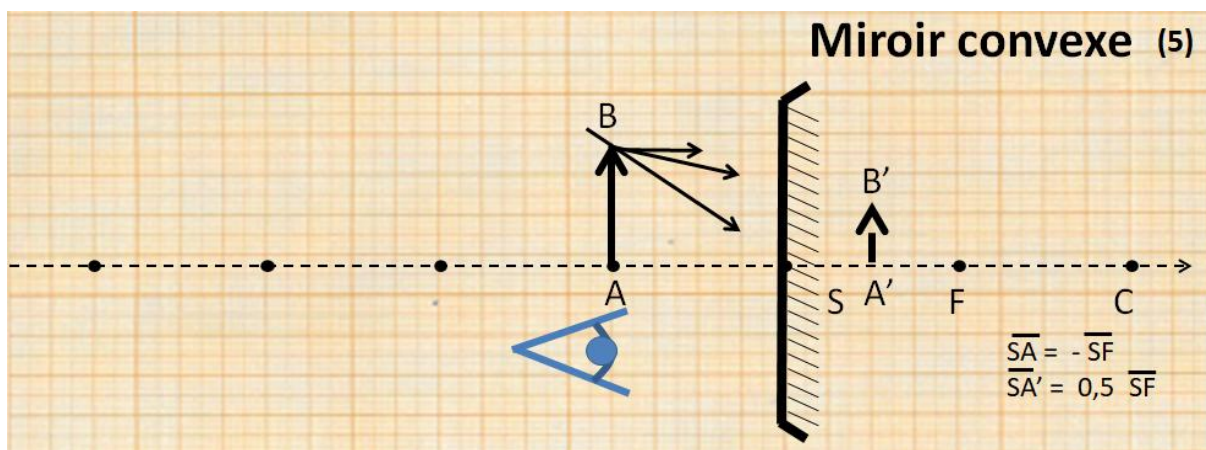
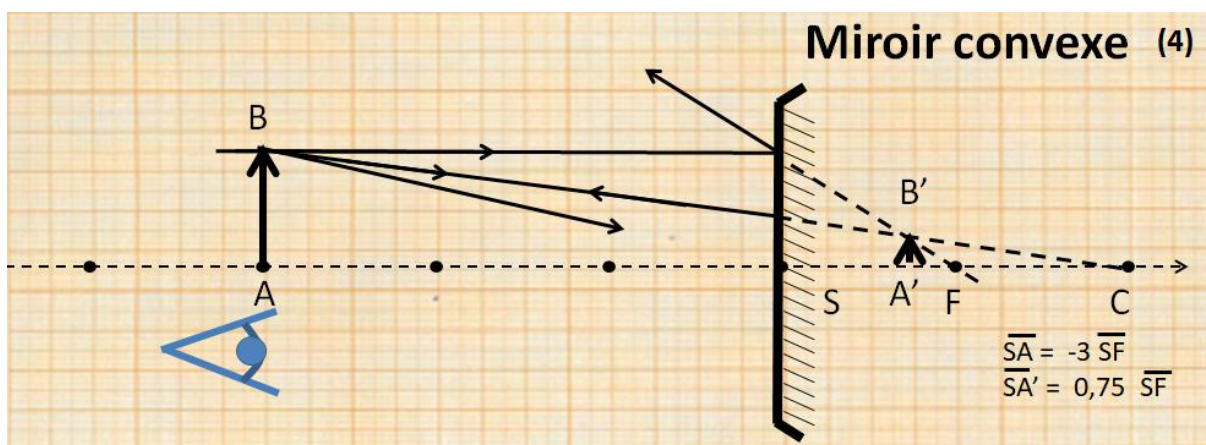
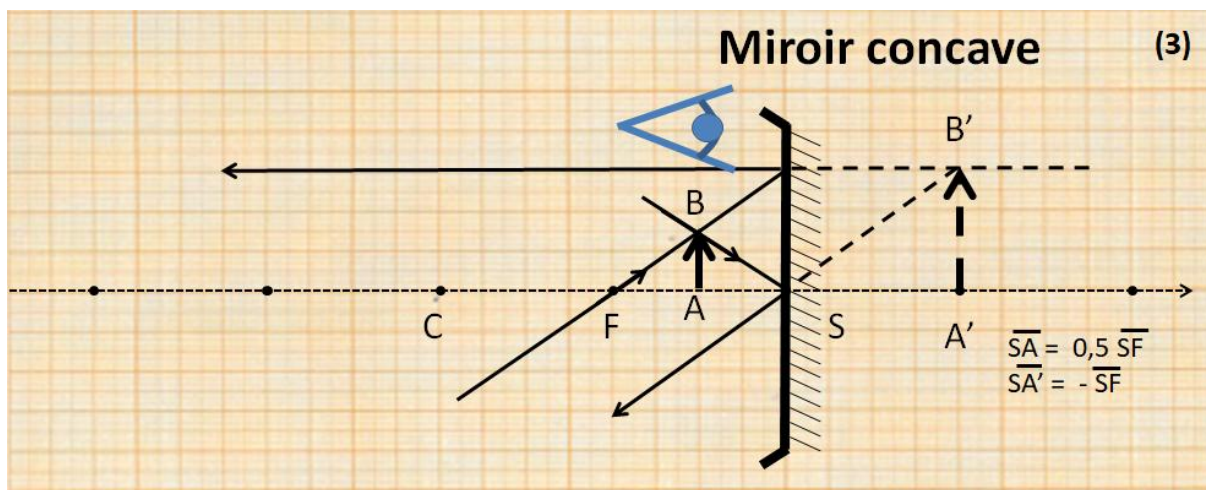
Ce principe est vrai que le miroir soit concave (figure du haut, image réelle) ou convexe (figure du bas, image virtuelle parce seuls les prolongements des rayons réfléchis se coupent en B').

A noter : Tout autre rayon passant par B puis le miroir aura ensuite une direction passant par B' .



Application : construire les images géométriques des objets AB dans les différents cas suivants (intersections des 3 rayons particuliers). Si AB correspond à l'œil de l'observateur, va-t-il ou non voir son image ?





A faire à la maison ou pour les révisions : vérifier que les valeurs de $\overline{SA'}$ indiquées sur les schémas sont bien celles qu'on obtiendrait en injectant $\overline{SA}$ dans la formule de conjugaison du miroir $\frac{1}{\overline{SA'}} + \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{1}{\overline{SF}}$.

Identifier à quelle construction géométrique correspond chacune des observations de l'expérience 4 (auto-observation de son œil dans le miroir) et vérifier que les caractères « image nette/floue », « droite/inversée », « agrandie/réduite » des observations correspondent bien à ce qu'on peut déduire des constructions.

Cas expérience. 4	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
N° de construction					

3. Dioptries



Aquarium-boule



Effet grossissant d'une goutte d'eau sur une feuille

Vous avez vu dans le chapitre 1 ce qu'on appelle un dioptre : la surface de séparation de deux milieux d'indices différents.

La surface calme d'un plan d'eau, par exemple, constitue un dioptre plan.

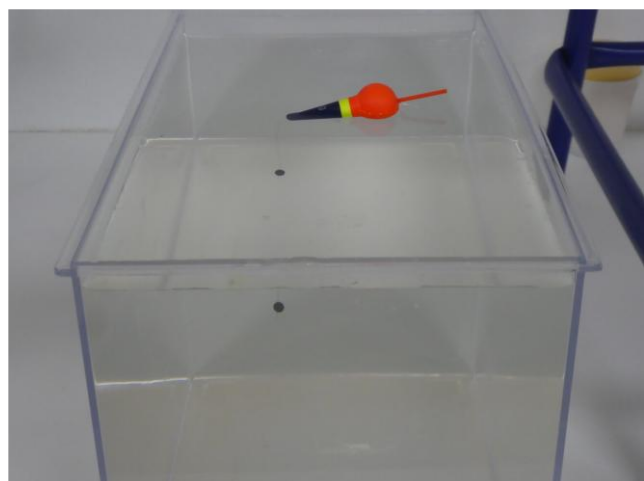
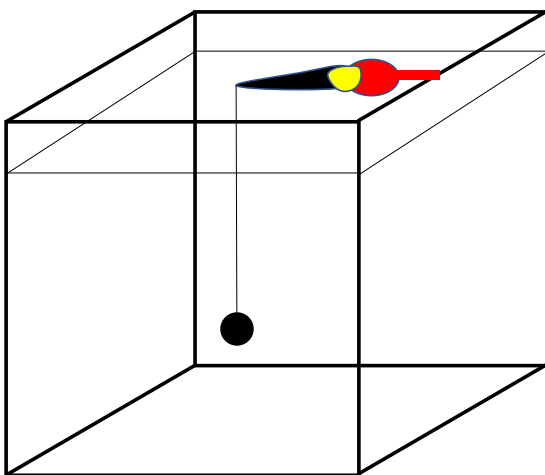
Mais la surface bombée d'une goutte d'eau, d'un aquarium-boule constituent aussi des dioptries, mais des dioptries *courbes* ; notamment, nous nous intéressons aux dioptries sphériques.

Si un objet émet ou renvoie de la lumière qu'un observateur voit par des rayons traversant le dioptre, l'objet pourra être perçu à une position différente ou avec une taille distincte. Ce phénomène de formation d'image va être discuté en s'appuyant sur les lois de Snell-Descartes pour établir exactement comme dans le cas des miroirs une formule de conjugaison objet-image reliant les positions de l'un et l'autre par rapport au dioptre.

3.1 Dioptre plan

a) Expériences

Le schéma et la photo suivante correspondent à une expérience qui pourra être présentée collectivement par l'enseignant : un bouchon de pêcheur maintient une bille en plomb quelques cm sous la surface de l'eau. *L'œil la voit grâce aux rayons quittant l'eau par une interface plane horizontale (surface) ou bien par une interface eau-plastique-air verticale (la face avant de l'aquarium).* L'expérience montre deux positions apparentes du plomb, qui correspondent respectivement à ses images par le dioptre plan horizontal / vertical. Elles sont à des endroits distincts donc l'une au moins ne correspond pas à sa position réelle. L'expérience montre de plus que ces deux positions apparentes de la bille dépendent de la position de l'observateur.



L'expérience suivante pourra soit être faite individuellement par chaque étudiant, soit montrée à l'ensemble de la classe par l'enseignant.

Expérience 5 (facultative) : placer au fond d'une tasse opaque (gobelet de café...) un petit objet (une pièce de monnaie, par exemple) de telle sorte qu'il n'apparaisse pas à la vue ; verser de l'eau progressivement et observer. Décrire ce que vous avez constaté, et interpréter.



b) Interprétation

Voir en TD (exercice 2.7 « Où le pêcheur voit-il le poisson ? ») : on montrera notamment qu'un point objet n'a pas une image unique par un dioptré plan. Le système optique qu'il constitue n'est donc pas stigmatique mais pourra présenter un stigmatisme approché pour des rayons d'angle d'incidence faible.

On comprendra également pourquoi l'œil voit quand même une image nette, et aussi que cette image dépend de la position de l'observateur.

Résumé du chapitre 2

On appelle image optique la reproduction homothétique d'un objet formée, à partir de la lumière que l'objet envoie, par un système optique composé de miroirs, lentilles ...

Un objet et une image sont définis par rapport à un système optique donné : $A \xrightarrow{S} A'$. L'objet A peut être réel ou virtuel pour ce système optique. L'image A' est également de nature réelle ou virtuelle.

Objet réel	Objet virtuel
Un objet est réel pour un système optique s'il est situé en amont de (avant) ce système.	Un objet est virtuel pour un système optique s'il est situé en aval de (après) ce système.
Un objet est réel pour un système optique si les rayons se dirigeant vers ce système divergent à partir de l'objet. Les rayons allant vers le système proviennent donc de l'objet.	Un objet est virtuel pour un système optique si les rayons se dirigeant vers ce système convergent vers l'objet. Les rayons allant vers le système semblent donc se diriger vers l'objet lorsqu'on les prolonge (en pointillés).
En pratique, un objet « matériel » (que l'on peut toucher) est forcément un objet réel au sens de l'optique.	En pratique, pour être dans le cas d'un objet virtuel, il faut nécessairement qu'un 1 ^{er} système optique forme une image qui pourra éventuellement devenir un objet virtuel pour un 2 nd système optique.
Image réelle	Image virtuelle
Si les rayons issus du système optique convergent et se dirigent vers l'image, alors l'image est réelle.	Si les rayons issus du système optique divergent et semblent provenir de l'image (lorsque l'on prolonge les rayons en pointillés), alors l'image est virtuelle.
Il y a vraiment de la lumière à l'endroit où est une image réelle.	Il n'y a pas de lumière à l'endroit où est une image virtuelle.
Si une image se projette sur un écran, c'est une image réelle.	Une image virtuelle ne peut pas être visualisée sur un écran, elle sera visible à l'œil en regardant dans le système optique.
<u>Lorsque la lumière traverse le système optique (dioptré, lentille) :</u> une image est réelle si elle est située en aval du système. <u>Lorsque la lumière se réfléchit sur le système optique (miroir) :</u> une image est réelle si elle se forme devant le miroir.	<u>Lorsque la lumière traverse le système optique (dioptré, lentille) :</u> une image est virtuelle si elle est située en amont du système. <u>Lorsque la lumière se réfléchit sur le système optique (miroir) :</u> une image est virtuelle si elle se forme derrière le miroir.

Si les rayons issus d'un point objet convergent vers (ou semblent provenir d') un point unique, celui-ci est appelé image géométrique (point image) et on dit qu'il y a stigmatisme (pour ce couple de points).

Le miroir plan est rigoureusement stigmatique pour tous les points de l'espace.

Un système optique présente un stigmatisme approché pour un couple de points A et A' si l'on peut limiter un faisceau tel que tout rayon de ce faisceau issu de A passe au voisinage de A' après avoir traversé le système.

Un système optique est dit centré s'il possède un axe de symétrie de révolution appelé axe optique. Les conditions de Gauss correspondent à une limitation du faisceau de lumière dans les conditions suivantes : les rayons lumineux doivent être proches de l'axe et peu inclinés par rapport à celui-ci. On peut alors montrer qu'un système optique utilisé dans les conditions de Gauss présente un stigmatisme approché, et est aplanétique.

Miroir sphérique : on peut écrire une relation de conjugaison entre la position d'un point A et celle de son image A', dans les conditions de Gauss :

$$\frac{1}{SA'} + \frac{1}{SA} = \frac{1}{SF} \text{ avec } \overline{SF} = \frac{SC}{2}$$

où S est le sommet du miroir, C son centre de courbure et F son foyer (foyer objet et foyer image confondus pour les miroirs sphériques). Les quantités apparaissant dans cette équation sont des valeurs algébriques ($\overline{SF}$ positif pour F situé après S, négatif sinon)

Les rayons particuliers pour les constructions avec un miroir sphérique sont :

Point particulier	Rayon incident sur le miroir ...	Propriété du rayon réfléchi par le miroir
Centre de courbure C	Passant par C	Rayon réfléchi sans être dévié
Foyer objet F	Passant par F	Rayon réfléchi parallèle à l'axe optique
Foyer image F' (= F)	Parallèle à l'axe optique	Rayon réfléchi avec direction passant par F'
Sommet S	Passant par le sommet S du miroir	Réfléchi symétriquement par rapport à l'axe CS

Convention pour les tracés : les rayons lumineux réels sont tracés en traits plein, leurs prolongements en pointillés.

Faisceau parallèle à l'axe : la lumière provenant d'un point source très éloigné **sur l'axe CS** d'un miroir ou d'un dioptré éclaire ce système optique par un faisceau parallèle à CS, puis converge vers son foyer image F' (ou semble diverger depuis son foyer image).

CHAPITRE 3 : LENTILLES, ŒIL



Une représentation de Sherlock Holmes, muni de son indispensable loupe

Salles : « lentilles » 041 ou 043 (cours-TP)

SOMMAIRE DU CHAPITRE 3 : LENTILLES, ŒIL

1. LENTILLES OPTIQUES : NATURE, EFFET, MODELISATION	62
1.1 Petit historique	62
1.2 Effet d'une lentille sur un faisceau parallèle	62
1.3 Interprétation par les lois de la réfraction	63
1.4 Le modèle des lentilles minces	63
a) Formule de conjugaison avec origine au sommet	63
b) Foyers et plans focaux	64
1.5 Constructions géométriques avec le modèle des lentilles minces	67
a) Comment construire une image ?	67
b) Lien entre construction géométrique et relation de conjugaison	70
c) Notion de grandissement et grossissement	71
d) Images par une lentille convergente d'un objet réel	71
e) Images par une lentille divergente d'un objet réel	74
1.6 [EXAMTP] Comment déterminer expérimentalement la nature d'une image ?	74
1.7 [CR] [EXAMTP] Mesures de la distance focale d'une lentille convergente	76
1.8 [EXAMTP] Réalisation de l'image d'une fente	78
1.9 [CR] [EXAMTP] Mesure d'une distance focale à partir de la relation de conjugaison	79
1.10 [CR] Bilan comparatif des différentes mesures	80
2. L'ŒIL HUMAIN ET LES CORRECTIONS DE LA VISION	81
2.1 Découverte du fonctionnement de l'œil humain	81
2.2 Anatomie de l'œil	81
a) Structure	81
b) Accommodation	82
2.3 [EXAMTP] Défauts de l'œil	84
3. ASSOCIATION DE LENTILLES, INSTRUMENTS D'OPTIQUE	86
3.1 [EXAMTP] Lentilles accolées	86
3.2 Lentilles non accolées : exemple du téléobjectif	87

Matériel à votre disposition par table

- 1 banc d'optique gradué + 7 pieds
- Source de lumière blanche
- 1 support pour objet
- 1 écran
- 1 lentille convergente de courte focale
- 1 lentille convergente de grande focale
- 1 lentille divergente
- 1 jeu d'objets/diapositives dans une boîte (œuvres d'art, monuments de Paris, figures géométriques, lettre F, textes en très petits caractères ...)
- 1 petit miroir plan
- 1 fente de largeur variable
- 1 manip « œil » simple (avec 2 lentilles correctrices)
- 1 plaque percée
- 1 verre dépoli
- 1 carton 24x36 mm pouvant être collé sur l'écran
- 1 grande boîte de rangement
- 1 lampe de table

Matériel pour l'enseignant

- Dispositif de démonstration avec source laser multifaisceaux (laserbox) + panneau métallique + lentilles convergentes et divergentes magnétiques de différentes courbures
- 1 manip « œil » avec accommodation + objet + lampe de table

1. Lentilles optiques : nature, effet, modélisation

Le compte-rendu de TP portera sur les sections marquées [CR] : sections 1.7, 1.9 et 1.10.

1.1 Petit historique

On raconte qu'en l'an 57, Néron observa les combats de gladiateurs au travers d'une émeraude montée sur bague : correction de myopie ou lunettes de soleil ? Les pierres précieuses et autres verres étaient connus pour leurs vertus optiques depuis l'Égypte pharaonique : « *Une écriture mince et embrouillée paraît plus grosse et plus distincte à travers une boule remplie d'eau* » (Sénèque).

Ce n'est qu'au XI^e siècle que la loupe, constituée d'une lentille de verre épais, fait son apparition. Les copistes s'en servent pour mieux voir les caractères des livres qu'ils reproduisent. À la fin du XIII^e siècle, le physicien florentin Salvino Degli Armati découvre que, si on amincit la lentille ou si on change sa courbure, on voit nettement les objets situés à une certaine distance.

Au XVI^e siècle, le microscope et la lunette astronomique ont été inventés en Hollande. Dans les deux cas, il s'agit d'une association de plusieurs lentilles.

Depuis, de nombreux dispositifs optiques comprenant des lentilles ont été inventés, qu'il s'agisse du projecteur de cinéma, de l'appareil photo, de la caméra, etc. La lentille est ainsi devenue un élément essentiel en optique.



1.2 Effet d'une lentille sur un faisceau parallèle

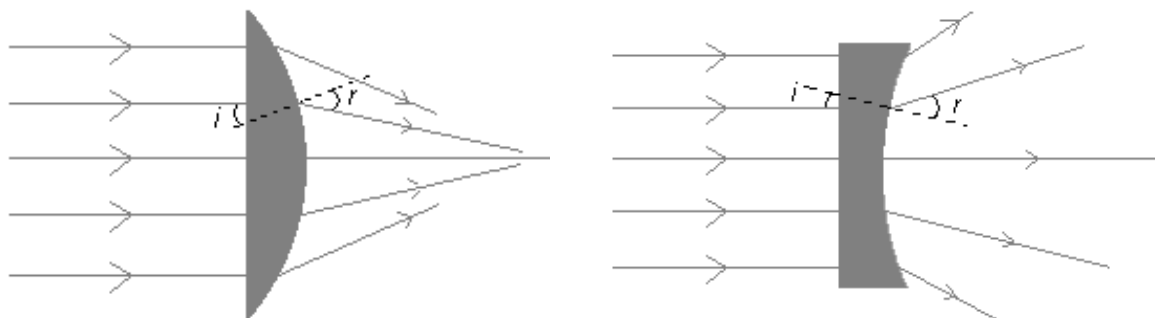
Expérience 1 (à réaliser par l'enseignant): visualisation du trajet des rayons d'un faisceau parallèle incident sur une lentille concave ou convexe.

Grâce à la « laser ray box » montrer le trajet de quelques rayons parallèles à la traversée d'une lentille concave ou convexe.

Faire le schéma correspondant à votre observation. Que peut-on dire du stigmatisme de la lentille ?

1.3 Interprétation par les lois de la réfraction

Une lentille est un corps transparent homogène d'indice n , limité par deux dioptries dont l'un au moins n'est pas plan, l'autre face pouvant être plane ou sphérique.



Lors du franchissement du second dioptre, on a $r > i$. Le rayon qui est alors sous la normale est "rabattu" vers l'axe.
Lors du franchissement du second dioptre, $r > i$. Le rayon qui est alors au-dessus de la normale est "dévié vers l'extérieur".

Chaque rayon passant successivement les deux dioptries subit deux réfractions suivant les lois de Snell-Descartes. On peut ainsi tracer assez facilement les rayons lors du franchissement d'une lentille plan/convexe ou plan/concave par un faisceau parallèle à l'axe. L'application des lois de la réfraction pour chaque rayon montre que le faisceau à la sortie est convergent ou divergent.

En résumé, on voit donc que **plan-convexe $\rightarrow$ convergente** et **plan-concave $\rightarrow$ divergente**.

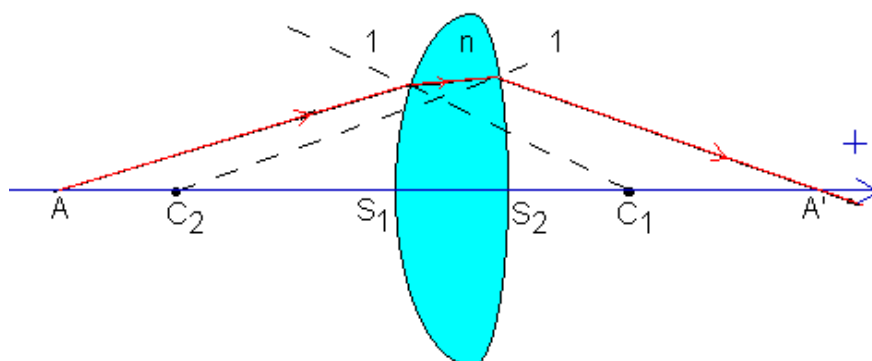
Remarque : Attention, pour les lentilles, la convention est différente de celle pour les dioptries sphériques seuls : la concavité est définie par rapport au milieu extérieur à la lentille (convexe si le centre de courbure est vers l'intérieur de la lentille, concave s'il est vers l'extérieur de la lentille), alors que pour les dioptries seuls, c'est par rapport au sens de propagation de la lumière. Une subtilité pas très importante puisque la plupart du temps on parlera plutôt de lentille convergente ou divergente.

1.4 Le modèle des lentilles minces

a) Formule de conjugaison avec origine au sommet

Si nous considérons le cas de lentilles minces (c'est-à-dire dont l'épaisseur peut être considérée comme négligeable devant le diamètre de la lentille et les rayons de courbure des faces), utilisées *dans les conditions de Gauss* étudiées dans le chapitre 2, on peut alors trouver la relation donnant la position de l'image A' d'un point objet A en appliquant deux fois la relation de conjugaison d'un dioptre.

La démonstration ci-dessous considère le cas d'une lentille constituée de deux dioptries sphériques.



Soit A'' le conjugué de A par le premier dioptré sphérique de centre C_1 et de sommet S_1 (non représenté sur le dessin ci-dessus). On a (d'après la relation de conjugaison pour le dioptré sphérique vue au chapitre précédent) :

$$\frac{n}{\overline{S_1 A''}} - \frac{1}{\overline{S_1 A}} = \frac{n-1}{\overline{S_1 C_1}} \quad (1)$$

Soit A' le conjugué de A'' par le second dioptré sphérique de centre C_2 et de sommet S_2 . On a :

$$\frac{1}{\overline{S_2 A'}} - \frac{n}{\overline{S_2 A''}} = \frac{1-n}{\overline{S_2 C_2}} \quad (2)$$

Pour cette lentille supposée mince, on peut négliger l'épaisseur et confondre S_1 et S_2 en un point O , appelé centre optique de la lentille. En remplaçant $\overline{S_1 A}$ par $\overline{OA}$, $\overline{S_1 A''}$ par $\overline{OA''}$, $\overline{S_2 A''}$ par $\overline{OA''}$, $\overline{S_2 A'}$ par $\overline{OA'}$ puis en additionnant (1) et (2), on obtient :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = (n-1) \left(\frac{1}{\overline{OC_1}} - \frac{1}{\overline{OC_2}} \right)$$

On introduit un paramètre noté f' vérifiant $\frac{1}{f'} = (n-1) \left(\frac{1}{\overline{OC_1}} - \frac{1}{\overline{OC_2}} \right)$ et permettant de décrire les propriétés optiques de la lentille sans avoir besoin de connaître de détail de ses propriétés physiques (indice, rayons des courbures des faces).

Les positions de l'objet A et de son image A' par la lentille (positions repérées par rapport au centre optique O) sont reliées par la formule de conjugaison des lentilles minces qu'on retiendra sous la forme :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$

Cette expression est valable quel que soit le type de lentille, plan/convexe, biconvexe, plan/concave ou biconcave, *pourvu que la lentille soit mince et que les conditions de Gauss soient vérifiées*.

Attention au *caractère algébrique* de cette relation : $\overline{OA}$ est négatif pour A situé avant la lentille, positif sinon. f' sera positif ou négatif selon les valeurs de $\overline{OC_1}$ et $\overline{OC_2}$.

b) Foyers et plans focaux

- Le foyer image F' est le conjugué d'un point objet A situé à l'infini sur l'axe optique :

Point source à l' ∞ sur l'axe $A_\infty \xrightarrow{\text{image par la lentille}} \text{point focal image } F'$, noté aussi $A_\infty \rightarrow F'$

La relation de conjugaison des lentilles $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$ écrite avec $\overline{OA} = -\infty$ et $\overline{OA'} = \overline{OF'}$ conduit à :

$$\frac{1}{\overline{OF'}} = \frac{1}{f'}$$

où $f' = \overline{OF'}$ est appelé distance focale (image) de la lentille. Cette quantité est algébrique avec (voir schémas plus bas) :

- ✓ Lorsque $f' = \overline{OF'} > 0$, le faisceau incident parallèle à l'axe arrivant d'un point source très éloigné sur l'axe converge après la lentille au point F' situé à droite de O . La lentille est dite « convergente »

- ✓ Lorsque $f' = \overline{OF'} < 0$, le faisceau incident parallèle à l'axe possède après la lentille des rayons dont les prolongements se coupent en F' à gauche de O. La lentille est dite « divergente »

L'expression de f' en fonction de la géométrie du système permet de justifier que la lentille est convergente ($f' > 0$) si elle est plus épaisse en son centre que sur ses bords mais divergente ($f' < 0$) dans le cas contraire.

- Le foyer objet F est le conjugué d'un point image A' situé à l'infini sur l'axe optique :

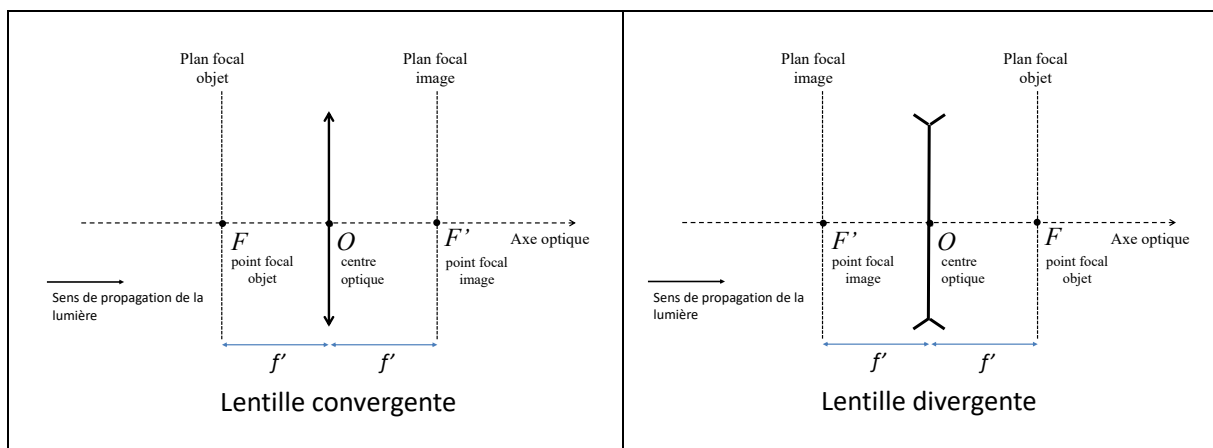
Point source au foyer objet $F \xrightarrow{\text{image par le miroir}} \text{point image très éloigné sur l'axe}(A'_\infty)$, noté $F \rightarrow A'_\infty$

La relation de conjugaison des lentilles $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$ écrite pour un objet A en F ($\overline{OA} = \overline{OF}$) et une image A' à l'infini ($\overline{OA'} = +\infty$) conduit à :

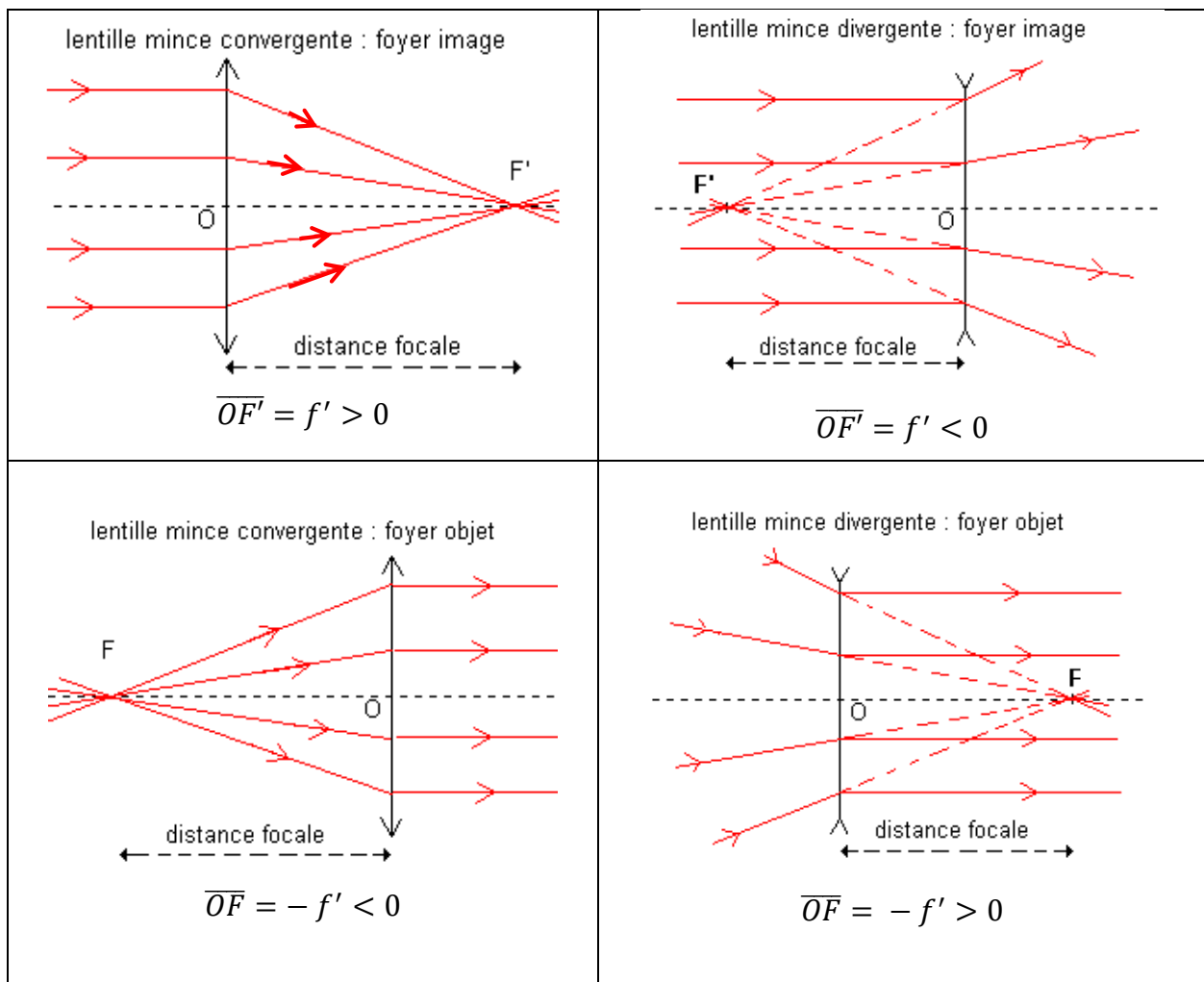
$$\frac{1}{\overline{OF}} = -\frac{1}{f'}$$

Cela montre que pour une lentille mince $\overline{OF} = -\overline{OF'}$ et les foyers objet et image sont symétriques l'un de l'autre par rapport au centre optique O de la lentille. Veiller à éviter une erreur fréquente : les foyers objet et image ne sont pas *conjugués* entre eux par la relation de conjugaison.

Synthèse des notations :



Les schémas ci-dessous synthétisent les définitions précédentes des foyers dans le cas de lentilles minces, et introduisent les symboles représentant respectivement les lentilles minces convergentes et divergentes :



- Les plans perpendiculaires à l'axe optique passant par les foyers F et F' sont appelés le plan focal objet et le plan focal image de la lentille mince.

Intérêt du plan focal image : un objet éloigné, considéré à l'infini, aura son image dans le plan focal image d'une lentille (convergente ou divergente).

Intérêt du plan focal objet : chaque point d'un objet situé dans le plan focal objet d'une lentille émettra des rayons qui seront parallèles entre eux à la sortie de la lentille.

On se propose ici d'utiliser la formule de conjugaison pour déterminer d'une manière générale à quelles conditions on pourra à partir d'un objet réel ($\overline{OA} < 0$) obtenir sur un écran une image réelle ($\overline{OA'} > 0$) :

* Nature de la lentille : $\frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{\overline{OA}}$ avec $\overline{OA} < 0$ ne pourra donner $\overline{OA'} > 0$ que si $f' > 0$ donc **que si la lentille est convergente.**

* Distance minimale objet – lentille : la relation précédente avec $f' > 0$ montre que $\overline{OA'} > 0$ seulement si $\frac{1}{f'} + \frac{1}{\overline{OA}} > 0 \Leftrightarrow \frac{1}{f'} > \frac{1}{(-\overline{OA})}$ (quantités positives) $\Leftrightarrow (-\overline{OA}) > f' \Leftrightarrow (\overline{OA}) < -f'$. L'objet doit être situé avant le foyer objet de la lentille convergente.

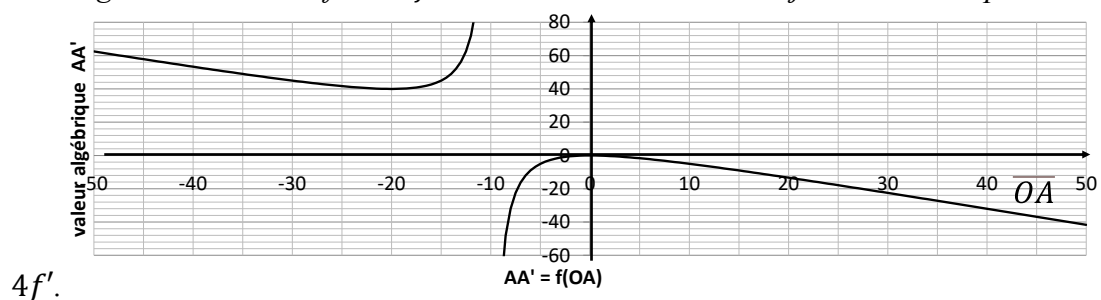
* Distance minimale objet écran

On va montrer que la distance entre l'objet et l'image sur l'écran de projection peut correspondre à $\overline{OA} < 0$ et $\overline{OA'} > 0$ seulement si la distance objet-écran dépasse une valeur minimale.

On calcule $\overline{AA'} = \overline{OA'} - \overline{OA}$ avec $\overline{OA'} = \frac{f' \cdot \overline{OA}}{f' + \overline{OA}}$:

$$\overline{AA'} = \overline{OA'} - \overline{OA} = \frac{f' \cdot \overline{OA}}{f' + \overline{OA}} - \frac{f' + \overline{OA}}{f' + \overline{OA}} \overline{OA} = -\frac{\overline{OA}^2}{f' + \overline{OA}}$$

Cette fonction est tracée ci-dessous en fonction de $\overline{OA}$ pour $f' = +10$ cm. On constate que la distance objet-écran $\overline{AA'}$ passe par un minimum. Le calcul de la dérivée de cette fonction montre que ce minimum correspond à $\overline{AA'} = 4 f'$ pour $\overline{OA} = -2 f'$. Cela montre qu'il sera possible de former une image sur un écran avec une lentille convergente de distance focale f' seulement si la distance objet écran est supérieure à



1.5 Constructions géométriques avec le modèle des lentilles minces

a) Comment construire une image ?

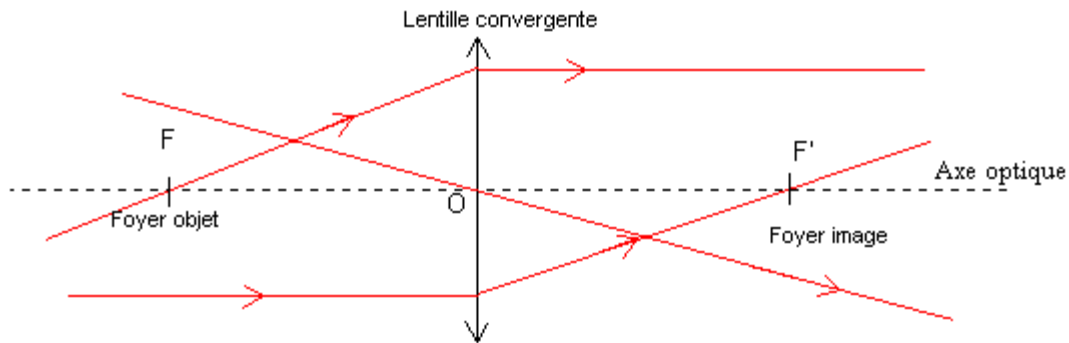
Dans l'étude des miroirs, nous avons utilisé le comportement de rayons particuliers pour construire géométriquement l'image d'un objet par le système optique. Si deux rayons particuliers incidents (ou leurs prolongements) passent par le point objet, alors les rayons particuliers transmis (ou leurs prolongements) se coupent au niveau du point image. Nous pourrions appliquer le même principe pour la construction d'images par une lentille avec les rayons particuliers suivants :

- Un rayon incident parallèle à l'axe optique émerge avec une direction passant par le foyer image F' ;
- Un rayon incident de direction passant par le foyer F émerge parallèlement à l'axe optique.

À celles-ci, on peut ajouter :

- Un rayon lumineux passant par le centre optique O de la lentille n'est pas dévié.

Ces trois propriétés sont résumées sur la figure ci-dessous :



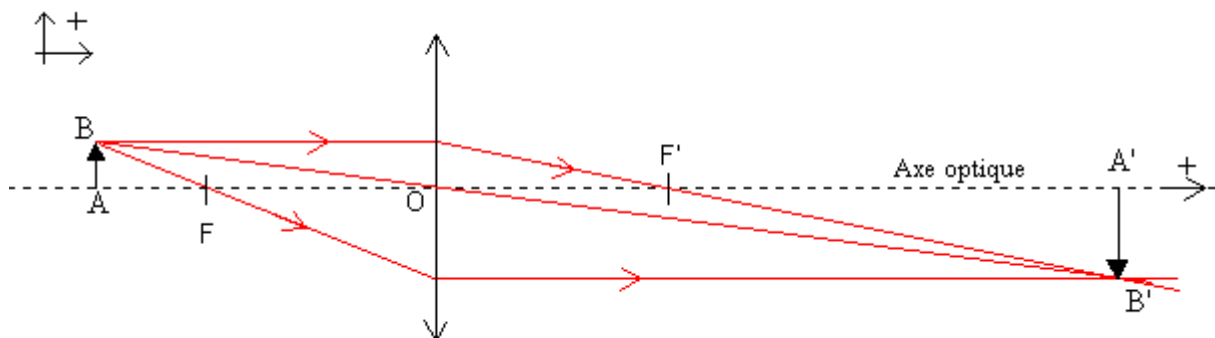
Nous allons maintenant chercher à construire l'image d'un objet réel dans différents cas possibles, pour une lentille convergente ou divergente.

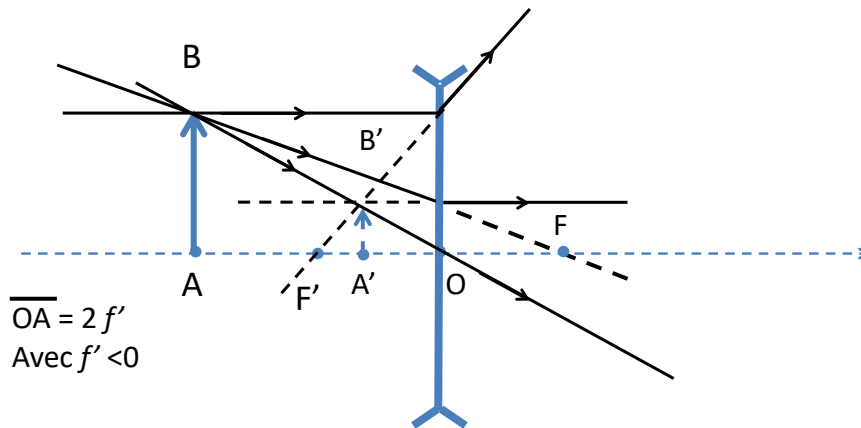
Nous allons modéliser l'objet réel par un segment AB , représenté par une flèche de A vers B , A étant situé sur l'axe optique, B en dehors de cet axe, et AB étant perpendiculaire à l'axe optique (voir schéma suivant).

Comme la lentille est utilisée dans les conditions de Gauss, la propriété d'*aplanétisme* (voir chap. 3) est vérifiée : l'image de AB est également plane et perpendiculaire à l'axe optique. Par conséquent, nous nous contenterons de trouver géométriquement l'image B' du point B . L'image A' de A sera automatiquement sur l'axe, à la verticale de B' .

Par définition, l'image de B est un point B' , tel que tout rayon issu de B passe par B' après avoir traversé la lentille. Il suffit donc de tracer deux rayons particuliers : le point B' cherché sera à l'intersection des deux rayons émergents. Deux des trois rayons particuliers indiqués ci-dessus peuvent alors servir pour trouver B' par construction géométrique.

On obtient par exemple le résultat ci-dessous pour une lentille convergente puis une lentille divergente :

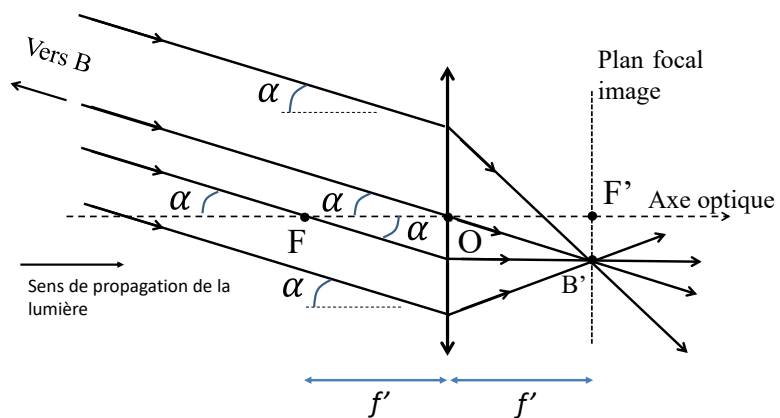




Cas particulier d'un objet très éloigné (« à l'infini »)

On examine des deux constructions précédentes dans le cas d'un objet B très éloigné de la lentille, dont la position est définie par l'angle α que le rayon BO forme avec l'axe optique. On supposera que α est un angle suffisamment petit pour avoir $\tan \alpha \simeq \alpha$ et $\sin \alpha \simeq \alpha$. Plus B s'éloigne et plus les trois rayons particuliers arrivant sur la lentille deviennent parallèles entre eux. Avec un objet à l'infini, tous les rayons qui en proviennent forment au niveau de la lentille le même l'angle α avec l'axe optique. Celui passant par le centre optique O n'est pas dévié.

Le rayon incident particulier passant par le foyer objet F atteint la lentille à une distance $f\alpha$ de O . Il est transmis parallèlement à l'axe optique et coupe le rayon passé par O dans le plan focal image, en B' situé à la distance $f \tan \alpha \simeq f\alpha$ de F' .

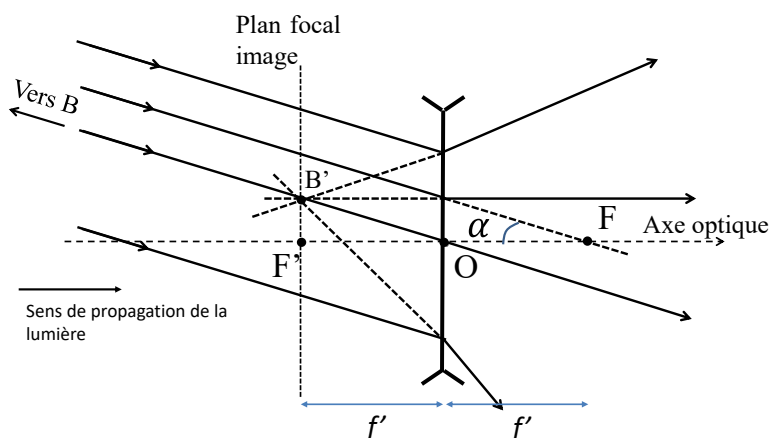


Ce point B' à l'intersection de deux rayons particuliers est l'image géométrique de B par la lentille. Comme d'une manière générale avec deux points conjugués objet-image, tous les autres rayons arrivant de B convergeront eux aussi en B' .

Autre formulation équivalente : le faisceau parallèle incident formant l'angle α petit avec l'axe optique converge dans le plan focal image à la distance $f\alpha$ du point focal image F' .

Le raisonnement développé pour une lentille convergente est maintenant adapté pour une lentille divergente (point focal objet F situé après la lentille).

Le rayon incident dont le prolongement passe par le foyer objet F atteint la lentille à une distance $f\alpha$ de O . Il est transmis parallèlement à l'axe optique et son prolongement coupe le rayon passé par O dans le plan focal image (situé avant la lentille divergente), en B' situé à la distance $f\alpha$ de F' .



Ce point B' à l'intersection de deux rayons particuliers est l'image géométrique de B par la lentille. Il s'agit ici d'une image virtuelle puisque s'y coupent les prolongements des rayons transmis. Comme d'une manière générale avec deux points conjugués objet-image, tous les autres rayons arrivant de B possèdent après la lentille des directions passant par B' .

Pour les constructions d'images *d'objets virtuels*, voir l'exercice 3.2.

b) Lien entre construction géométrique et relation de conjugaison

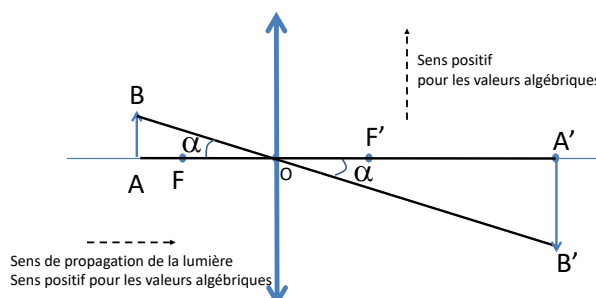
Comme nous allons le démontrer ci-dessous, la géométrie simple du modèle des lentilles minces respecte bien la relation de conjugaison.

Si l'on reprend le schéma de construction de l'image réelle d'un objet réel (ci-dessus) et que l'on considère les triangles semblables OAB et $OA'B'$, on trouve :

$$\tan \alpha = \frac{\overline{AB}}{\overline{AO}} \text{ et } \tan \alpha = \frac{\overline{B'A'}}{\overline{OA'}}$$

$$\text{Donc } \frac{\overline{AB}}{\overline{AO}} = \frac{\overline{B'A'}}{\overline{OA'}} \Leftrightarrow \overline{AB} \cdot \overline{OA'} = \overline{B'A'} \cdot \overline{AO}$$

$$\text{D'où : } \frac{\overline{B'A'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{AO}} .$$



Remarque importante : la relation précédente et la suivante sont justifiées en raisonnant sur des longueurs de segments sur la figure précédente. Ces longueurs sont des quantités positives. Pour qu'il soit correct d'en déduire des relations faisant intervenir des valeurs algébriques (quantité positive ou négative selon le sens où on l'écrit), il suffit d'écrire ces valeurs algébriques dans le sens où elles sont positives sur le schéma (par exemple $\overline{OA}$ négatif sur la figure donc dans l'égalité déduite d'un raisonnement sur des longueurs on écrit $\overline{AO}$ qui lui est positif).

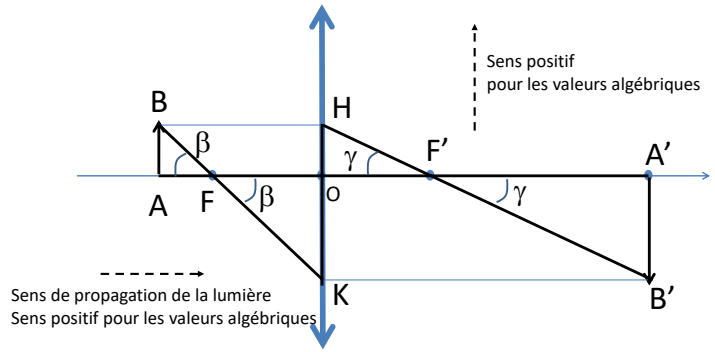
De même, en considérant les triangles semblables de sommets F et F', on trouve :

$$\tan \beta = \frac{\overline{AB}}{\overline{AF}} \text{ et } \tan \beta = \frac{\overline{KO}}{\overline{FO}} = \frac{\overline{B'A'}}{\overline{FO}}$$

$$\text{D'où } \frac{\overline{B'A'}}{\overline{FO}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AF}} \text{ et } \frac{\overline{B'A'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{AF}}$$

$$\tan \gamma = \frac{\overline{OH}}{\overline{OF'}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{OF'}} \text{ et } \tan \gamma = \frac{\overline{B'A'}}{\overline{F'A'}}$$

$$\text{D'où : } \frac{\overline{B'A'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{OF'}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{AF}}$$



On reprend la dernière égalité $\frac{\overline{F'A'}}{\overline{OF'}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{AF}} \Leftrightarrow \overline{F'A'} \cdot \overline{AF} = \overline{FO} \cdot \overline{OF'}$ pour déduire la relation suivante, dite de relation de conjugaison avec origines aux foyers, ou relation de Newton :

$$\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = \overline{FO} \cdot \overline{F'O} = -f'^2 \quad \text{où par définition } f' = \overline{OF'} = \overline{FO}$$

En combinant : $\frac{\overline{B'A'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{OF'}}$ avec la relation $\frac{\overline{B'A'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{AO}}$ établie plus haut, on peut écrire :

$$\overline{F'O} \cdot \overline{OA'} = \overline{OA} \cdot \overline{F'A'} = \overline{OA} \cdot (\overline{F'O} + \overline{OA'})$$

$$\overline{F'O} \cdot \overline{OA'} = \overline{OA} \cdot \overline{F'O} + \overline{OA} \cdot \overline{OA'}$$

En divisant par $\overline{OA} \cdot \overline{OA'} \cdot \overline{F'O}$, on obtient bien :

$$\frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OA'}} + \frac{1}{\overline{F'O}} \Leftrightarrow \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}} \quad (\text{Formule de conjugaison de Gauss})$$

c) Notion de grandissement et grossissement

Ces notions permettent de caractériser une image et sont particulièrement utiles pour les instruments d'optique.

Le grandissement γ de l'image par rapport à l'objet est une grandeur algébrique qui renseigne sur le sens et la taille de l'image par rapport à l'objet. Il est défini par :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

$\gamma > 0$ Image droite (même sens que l'objet) $|\gamma| > 1$ Image plus grande que l'objet

$\gamma < 0$ Image renversée $0 < |\gamma| < 1$ Image plus petite que l'objet

La construction géométrique de l'image de AB par la lentille (*voir au b) ci-dessus*) montre que le grandissement vérifie la propriété suivante :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

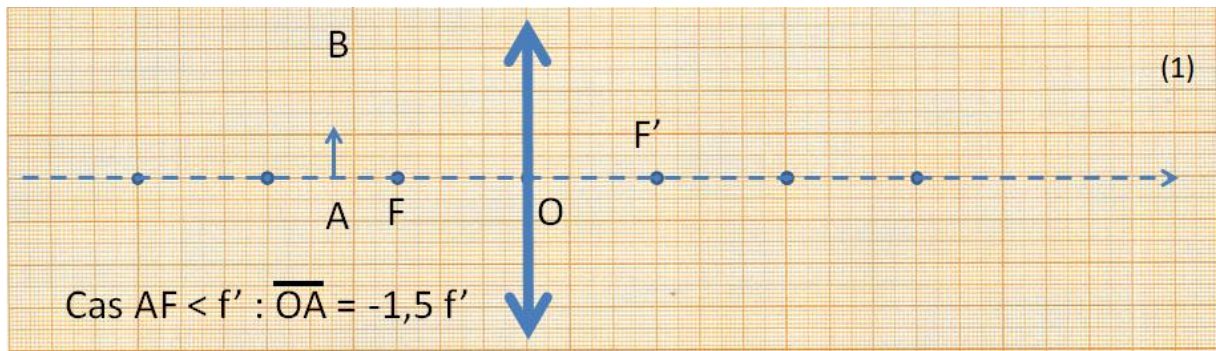
Le grossissement G obtenu avec un instrument est défini par le rapport des angles (orientés) sous lequel est vu un objet avec (α') et sans instrument (α) :

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha}$$

d) Images par une lentille convergente d'un objet réel

Nous allons maintenant réaliser des constructions géométriques dans un certain nombre de cas, pour un objet réel. Faites à chaque fois l'expérience correspondante.

- Objet réel placé à gauche du foyer objet, tel que $AF < f'$ ($\overline{OA} \in [-2f', -f']$)

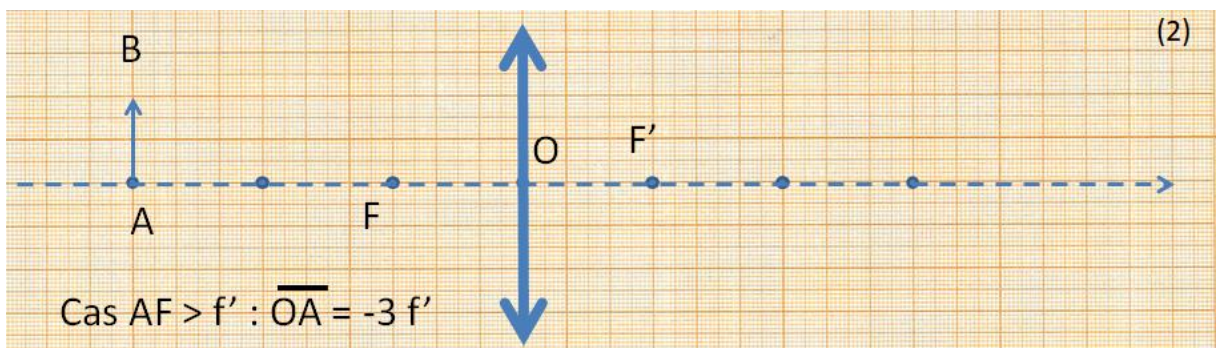


Caractériser l'image obtenue :

- ☐ Image réelle ou virtuelle ?
- ☐ Sens de l'image par rapport à celui de l'objet (image droite ou renversée) ?
- ☐ Taille de l'image par rapport à celle de l'objet (image agrandie ou rétrécie) ?

Application concrète correspondant à ce cas :

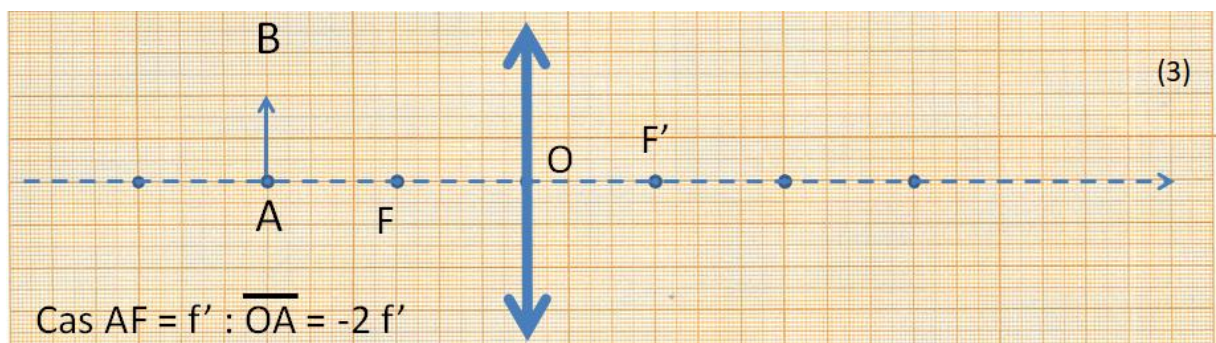
- Objet réel placé à gauche du foyer objet, tel que $AF > f'$ ($\overline{OA} < -2f'$)



Caractérisation, applications :

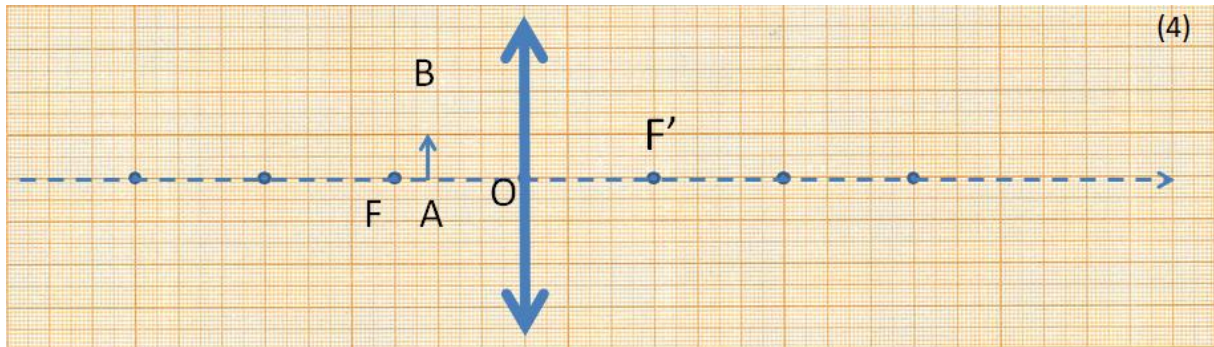
- Objet réel placé à gauche du foyer objet, tel que $AF = f'$ ($\overline{OA} = -2f'$)

Compléter le schéma ci-dessous. Caractériser l'image obtenue et donner une application concrète correspondant à ce cas.



Caractérisation, applications :

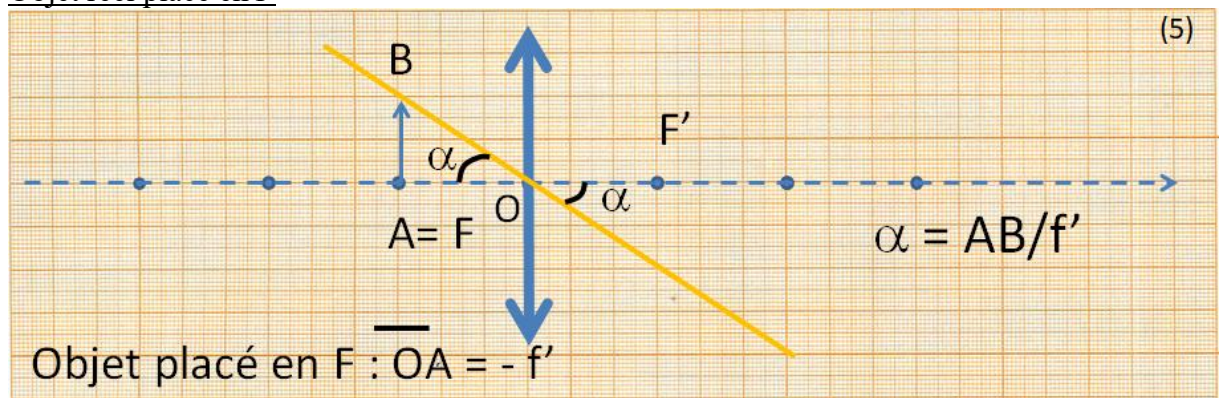
- Objet réel placé entre F et la lentille ($\overline{OA} \in [-f', 0[$)



Objet entre F et O : $\overline{OA} = -3 f' / 4$

Caractérisation, applications :

- Objet réel placé en F



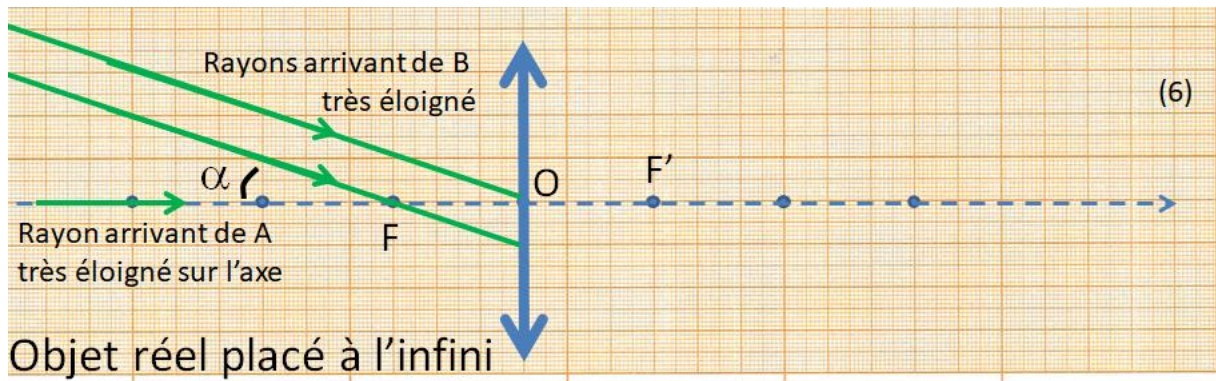
Objet placé en F : $\overline{OA} = -f'$

Ce cas est un cas particulier important. Que peut-on dire de l'image obtenue ? Comparer avec la situation précédente. Laquelle des deux est la plus confortable pour l'œil ? Donner une application concrète correspondant à ce cas.

- Objet réel placé à l'infini

Ce cas est un cas particulier important : le point objet A situé très loin sur l'axe optique (« à l'infini ») éclaire la lentille par un faisceau parallèle à cet axe. Un autre point objet très éloigné mais hors de l'axe produit un autre faisceau parallèle formant l'angle α avec l'axe optique. On dit que cet objet AB à l'infini est observé sous un angle α depuis la lentille.

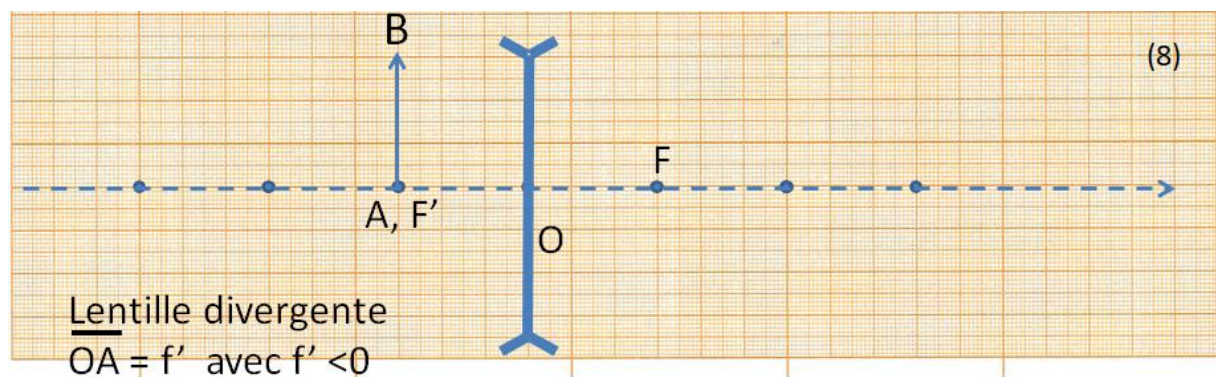
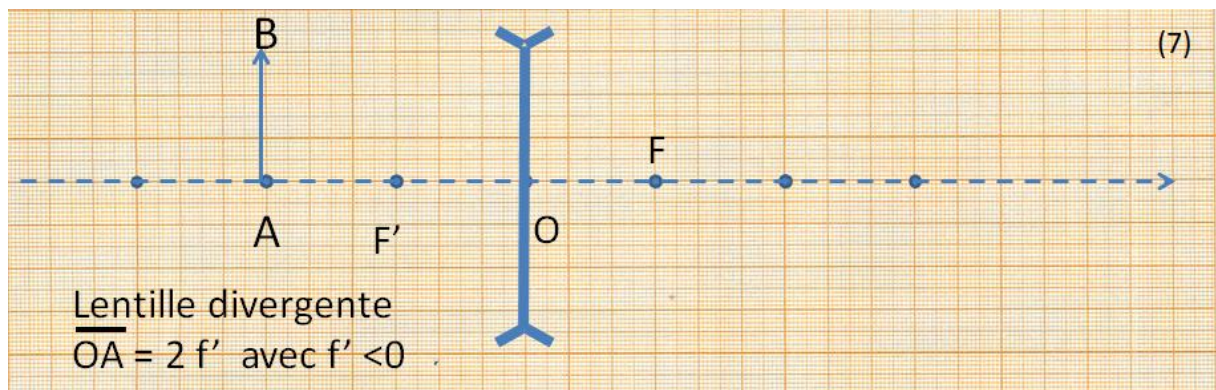
Tracez le faisceau parallèle de lumière issu de A . Où converge-t-il ? Avec une autre couleur, faire de même pour le faisceau parallèle issu de B .



Donnez l'expression de la taille $A'B'$ de l'image en fonction de la distance focale f' de la lentille et de l'angle d'observation $\alpha = \widehat{AOB}$.

e) Images par une lentille divergente d'un objet réel

Compléter le schéma ci-dessous. Caractériser l'image obtenue. Faites éventuellement d'autres schémas (correspondant à d'autres cas possibles), et concluez sur la nature de l'image d'un objet réel par une lentille divergente.



1.6 [EXAMTP] Comment déterminer expérimentalement la nature d'une image ?

Expérience 2 : nature, sens et taille des images produites par les lentilles

En touchant les lentilles présentes sur votre table à **travers un chiffon**, identifiez les lentilles concaves et convexes.

On se propose d'observer à l'œil à travers une lentille un objet proche ou lointain et de reporter les caractéristiques de l'image dans le tableau :

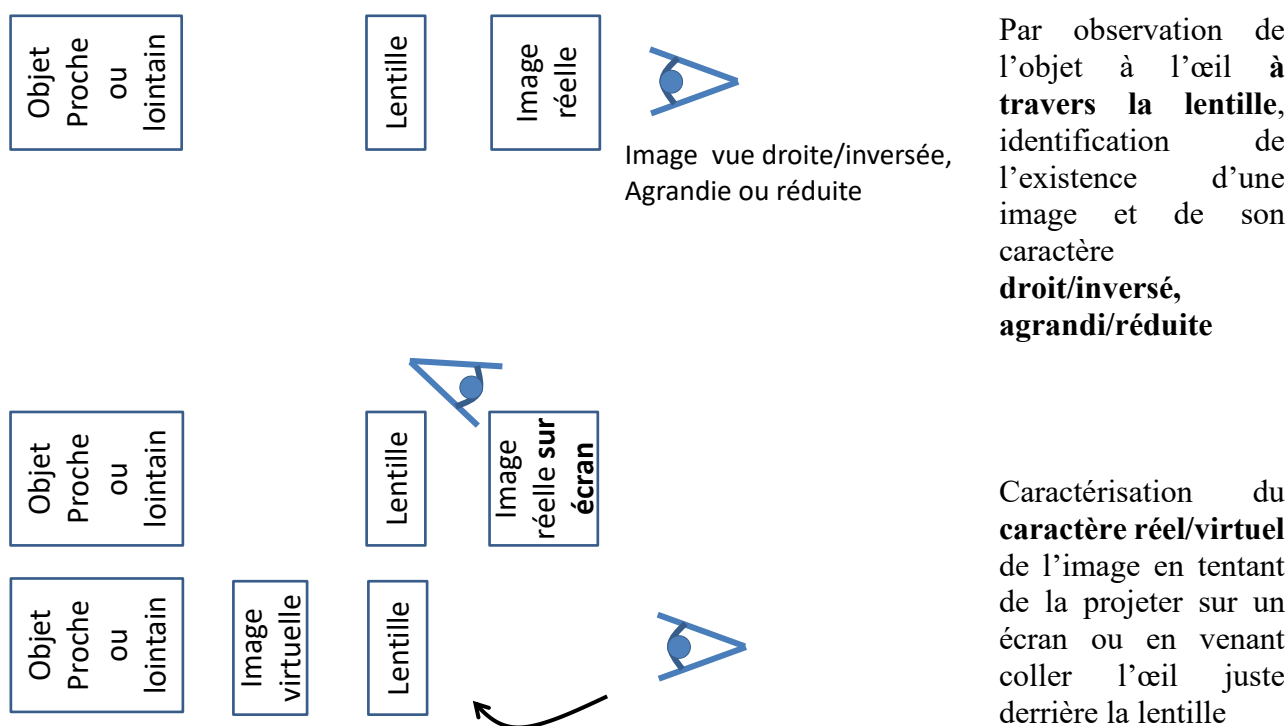
- Sens de l'image : droite ou inversée ?
- Taille de l'image : plus grande ou plus petite que l'objet ?
- Nature de l'image : réelle ou virtuelle ?

	Objet proche (quelques cm)	Objet éloigné (quelques m)
Lentille convergente		
Lentille divergente		

Protocole expérimental :

Objet proche : lettre aimantée F fixée en sortie de la source blanche LED.

Objet lointain : les lettres F projetées sur le tableau mural ou tout autre objet très éclairé situé à quelques mètres de distance.



Identifier à quelle construction géométrique (cas 1 à 8 du 1.5.d) correspond chaque case du tableau. Les caractéristiques de l'image observée correspondent-elles à celles de l'image construite géométriquement ?

1.7 [CR] [EXAMTP] Mesures de la distance focale d'une lentille convergente

Expérience 3 : mesure grossière de la distance focale d'une lentille convergente à partir de l'image d'un objet éloigné

Pourquoi le fait d'obtenir l'image d'une source éloignée (par exemple image sur le sol d'une lampe de plafond, ou image sur un écran d'une mire projetée au tableau) permet-il de déterminer la distance focale d'une lentille ? Faites l'expérience avec les lentilles L1 et L2. Estimer grossièrement l'incertitude.

Pourquoi cette méthode est-elle moins adaptée à une lentille de plus grande distance focale ?

Dorénavant, on utilisera les lentilles sur support placées sur le banc d'optique.



Les sources de lumière blanche dont vous disposez comprennent une LED et une lentille convergente (système entouré ci-dessus). Une vis de réglage ajuste la position de la LED par rapport à la lentille et ainsi modifie la forme du faisceau lumineux. On la règle pour obtenir un éclairage le plus homogène possible du système (fente, lentille, diapositive ...) situé juste après la source.

Expérience 4 : mesure précise de la distance focale par auto-collimation

Il s'agit d'une méthode simple permettant une détermination plus précise que la précédente de la distance focale d'une lentille convergente : l'idée est de réaliser, grâce à un miroir plan, l'image d'un objet dans le plan de l'objet lui-même.

Illustration du principe de la méthode d'auto-collimation.

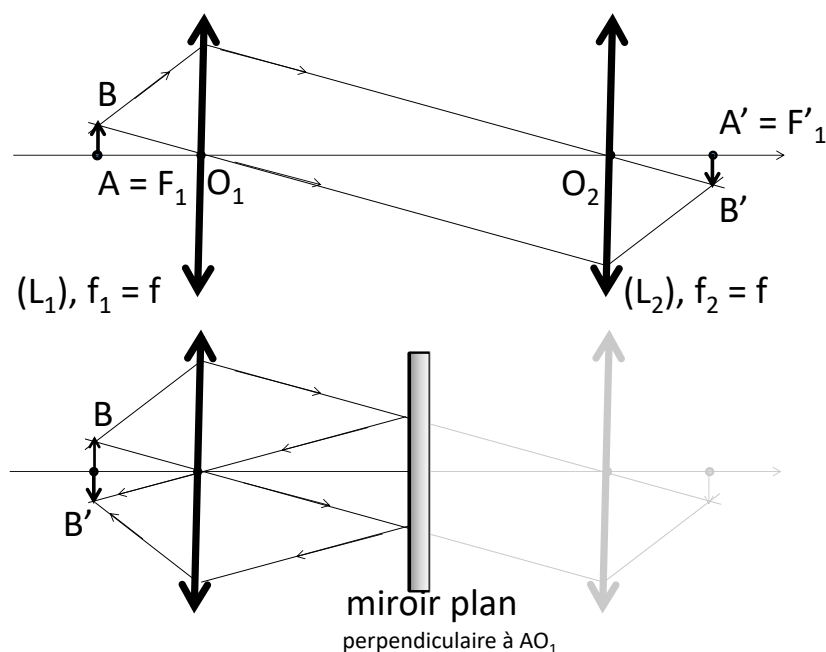


Figure du haut : B est dans le plan focal objet de la lentille convergente (L_1) . Tous les rayons émis par B forment après (L_1) un faisceau parallèle à BO_1 puis convergent en B' dans le plan focal de (L_2) . B' est l'image géométrique de B .

La symétrie du montage fait que $A'B' = AB$. Le grandissement de l'image par ce système vaut :

$$\gamma = \frac{A'B'}{AB} = -1$$

Figure du bas : on place un miroir plan perpendiculaire à l'axe optique de (L_1) , au milieu du segment O_1O_2 . En traçant les symétriques des rayons et des lentilles par rapport à la surface du miroir, on justifie que B' est dans le même plan que B .

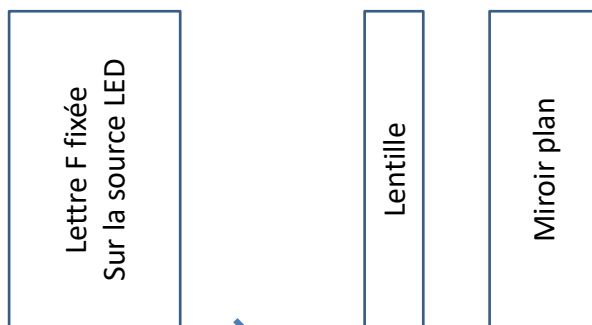
Avec AB dans le plan focal objet de (L_1) , son image par le système $(L_1) + \text{miroir plan}$ vérifie les deux propriétés suivantes :

- L'image est nette dans le plan de AB .
- Le grandissement vaut -1 , objet et image ont la même hauteur

Ces propriétés sont vraies indépendamment de la position du miroir plan. Il sera pratique de rapprocher le miroir plan de la lentille.

Protocole expérimental

Vous utiliserez comme objet la lettre F fixée en sortie de la source LED sur le banc d'optique. Positionner ensuite la lentille L_2 puis le miroir (sur son porte objet), en les réglant pour avoir les 3 systèmes à la même hauteur.



Observation de la netteté et du grandissement de l'image dans le plan de l'objet par le système (lentille + miroir plan)

Déplacer l'ensemble {lentille + miroir plan} le long du banc jusqu'à obtenir dans le plan de l'objet **une image nette et de taille égale à celle de l'objet**. La distance focale de la lentille correspond à la distance entre la lentille et l'objet associée à cette situation.

Lequel des deux critères (netteté, comparaison des tailles) donne-t-il l'estimation la plus précise de la focale ? Donner une estimation de l'intervalle des distances sur lequel les deux critères sont atteints. En déduire une estimation de l'incertitude sur la mesure de la distance focale de la lentille

Critère le plus précis :

Distance focale de L2 : $f'_2 \in [\dots ; \dots]$
 $f'_2 = \dots \pm \dots$

Les 2 méthodes que vous venez de voir (exp. 3 et exp 4) sont-elles adaptées pour mesurer la distance focale d'une lentille divergente ? Pourquoi ?

1.8 [EXAMTP] Réalisation de l'image d'une fente

Réaliser la projection de l'image d'une fente de lumière sur un écran est un savoir-faire indispensable en optique, notamment pour la spectroscopie.

Expérience 5 : Réalisation de l'image d'une fente sur un écran

Régler la source de lumière blanche pour qu'elle forme un faisceau parallèle au banc d'optique et horizontal (dont le centre est à la même hauteur au niveau de la source et à celui de l'écran, qui constituera la hauteur de référence). Ajuster les hauteurs de la lentille et la fente pour qu'elles soient centrées sur le faisceau. Pour être utilisée dans les conditions de Gauss et donner une image non déformée et sans irisations, la lentille devra être éclairée en son centre avec son plan perpendiculaire à la direction du faisceau.

Placer une fente de largeur réglable bien en face de la lampe. Ajuster la largeur pour que la fente soit très étroite.

Placez la lentille L2 à une distance suffisante après la fente pour pouvoir former sur l'écran une image réelle de celle-ci. Déplacez l'écran jusqu'à y obtenir une image nette de la fente (l'image de la fente est nette quand vous arrivez à distinguer les entailles du métal).

Vous pouvez modifier la taille de l'image en rapprochant ou en éloignant la lentille de la fente, puis en recherchant la netteté en déplaçant l'écran.

Expérience 6 : Règle des $4f'$

Placez maintenant l'écran à 50 cm de la fente. Interposez la lentille L2 entre la fente et l'écran. Déplacez la lentille de manière à obtenir une image nette de la fente sur l'écran. Y arrivez-vous ?

Vérifiez qu'il faut une distance minimale de $4f'$ entre l'écran et l'objet lumineux (la fente) pour obtenir une image nette sur l'écran.

Vérifiez qu'il existe alors deux positions de la lentille qui donnent une image nette (on pourra par exemple choisir une distance $D = 1,5 \text{ m}$ entre la fente et l'écran).

En résumé, et en vous aidant des constructions effectuées au 1.5, dressez la liste des 3 conditions nécessaires à l'obtention d'une image réelle sur un écran à partir d'un objet réel :

- * Nature de la lentille :
- * Distance minimale objet – lentille :
- * Distance minimale objet – écran :

1.9 [CR] [EXAMTP] Mesure d'une distance focale à partir de la relation de conjugaison

Expérience 7 : mesures quantitatives

Placer la lentille L2 au milieu du banc d'optique. Utiliser comme objet une diapositive.

Connaissant la valeur grossière de la focale mesurée plus tôt, placer l'objet à une position qui donnera sur l'écran une image nette de grandissement environ -1. Mesurer les distances lentille-objet $\overline{OA}$ et lentille-écran $\overline{OA'}$ correspondantes. Avancer et reculer l'objet pour que l'image ait des grandissements d'environ -2 et -0,5. Mesurer $\overline{OA}$ et $\overline{OA'}$ pour ces positions puis pour deux autres donnant des grandissements intermédiaires.

Reporter dans le compte rendu un tableau du type du suivant. On rappelle que $\left| \delta \left(\frac{1}{\overline{OA}} \right) \right| = \frac{\delta \overline{OA}}{\overline{OA}^2}$.

$\overline{OA}$	$\delta(\overline{OA})$	$1/\overline{OA}$	$\delta(1/\overline{OA})$	$\overline{OA'}$	$\delta(\overline{OA'})$	$1/\overline{OA'}$	$\delta(1/\overline{OA'})$

Représenter graphiquement les valeurs mesurées de $1/\overline{OA'}$ en fonction de celles de $1/\overline{OA}$, en ajoutant les barres d'erreur associées. On attend pour cette représentation une relation théorique $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \Leftrightarrow \frac{1}{\overline{OA'}} = 1 \times \left(\frac{1}{\overline{OA}} \right) + \frac{1}{f'}$ donc les mesures doivent s'aligner en une droite de pente 1 et d'ordonnée à l'origine $1/f'$. Ajouter à votre schéma les droites de pente 1 passant par les parties hautes et basses des barres d'erreurs. En déduire une autre mesure de la distance focale f'_2 , avec l'incertitude associée.

Distance focale de L2 :

$$1/f'_2 \in [\dots ; \dots]$$

$$f'_2 \in [\dots ; \dots]$$

$$f'_2 = \dots \pm \dots$$

1.10 [CR] Bilan comparatif des différentes mesures

Compléter le tableau ci-dessous avec les différentes mesures de la distance focale de la lentille L2 et leurs incertitudes associées :

Image d'un objet éloigné	Auto-collimation	$1/\overline{OA'} = f(1/\overline{OA})$

Commentez l'accord ou le désaccord des mesures.

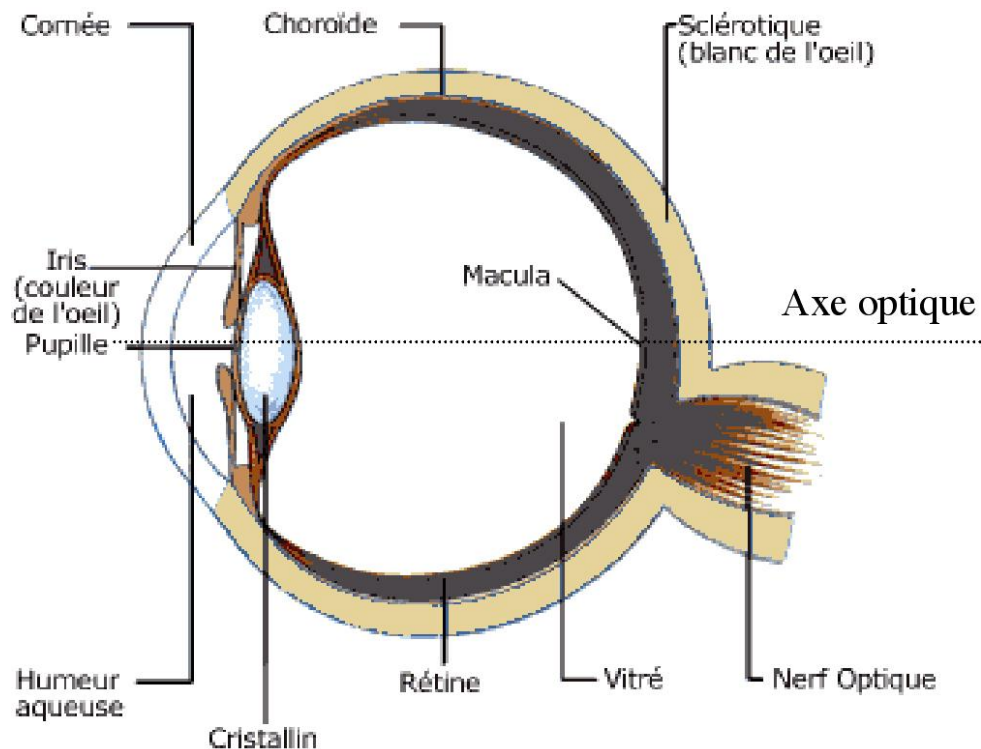
2. L'œil humain et les corrections de la vision

2.1 Découverte du fonctionnement de l'œil humain

Vers l'an 1000, AlHazen (au Caire) a décrit l'œil humain comme étant constitué de trois régions : aqueuse, cristalline et vitreuse. Kepler en 1604 émit l'idée que la vision est due au fait que "l'image du monde extérieur est projetée sur la réтина". Cette idée fut confirmée par une expérience spectaculaire réalisée en 1625 par Scheiner (un jésuite allemand), au cours de laquelle il observa sur la rétine d'un animal (une grenouille) une image inversée de la scène extérieure.

2.2 Anatomie de l'œil

a) Structure



La pupille agit comme un diaphragme de diamètre variable (2 à 8 mm) afin de contrôler la quantité de lumière entrant dans l'œil.

L'œil peut en première approximation être modélisé par *un simple dioptre sphérique* : les indices de la cornée, du cristallin et de l'humeur vitrée sont en effet tous voisins de 1,33 (l'indice de l'eau!). La seule courbure de la cornée permet bien d'expliquer la convergence d'un faisceau parallèle.

L'ensemble {cornée + cristallin + humeur vitrée} donne alors d'un objet une image renversée sur la rétine (cf. expérience de Scheiner citée plus haut).

Remarque : Pour simplifier les raisonnements, on considère souvent que l'œil est équivalent à une *lentille convergente* située à une distance fixe de la rétine (~22 mm). En effet, on peut montrer que l'œil est assimilable à une lentille mince convergente un peu particulière : elle sépare deux milieux différents, avec des distances focales objet et image différentes...

La rétine est constituée de cellules photosensibles : les cônes et les bâtonnets (voir le chapitre 4 pour plus de détails sur les cônes). L'ensemble {rétine + nerf optique} code l'image sous forme d'influx nerveux et le transmet au cerveau qui l'interprète : retournement de l'image, et impression de relief grâce aux informations transmises par les deux yeux. L'endroit où arrive le nerf optique est dépourvu de cellules réceptrices et constitue donc une zone aveugle de la rétine.

Expérience 8 : (facultative) la tache aveugle

Nous vous proposons maintenant une expérience amusante permettant de prendre conscience de l'existence de votre nerf optique.

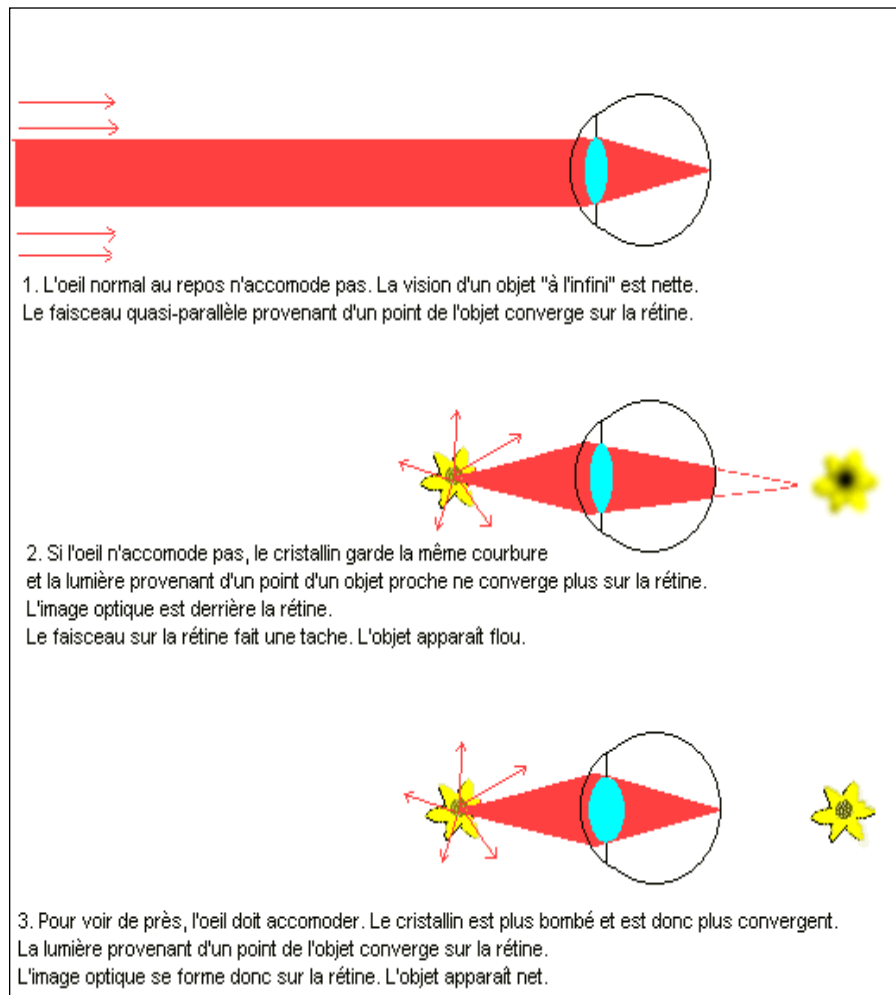


Fermez l'œil gauche, et regardez fixement la croix. Éloignez et rapprochez la feuille de votre œil. Pour une certaine position de la feuille, le cercle doit disparaître de votre champ de vision, et réapparaître quand on éloigne ou rapproche la feuille.

b) Accommodation

L'œil normal au repos ne voit nets que les objets situés à l'infini (punctum remotum, point le plus éloigné en latin) : la distance focale de l'œil est alors égale à 22 mm (soit la distance lentille-rétine).

Lorsque l'objet se rapproche, le cristallin augmente sa courbure (et ainsi, devient plus convergent) par un jeu de muscles, pour maintenir une image nette au niveau de la rétine (voir le dessin ci-dessous) : *l'œil accommode*. Cette augmentation de convergence est limitée, et on note δ la distance à l'œil du point le plus proche que l'on peut voir net (punctum proximum, point le plus proche). La distance δ varie beaucoup avec l'âge : quelques centimètres pour un enfant, de l'ordre de 25 cm pour un adulte, plus d'un mètre pour les personnes âgées. Mesurez le vôtre (avec et sans lunettes si vos yeux sont corrigés).

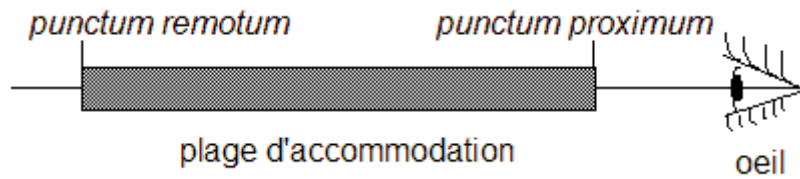


Expérience 9 (facultatif, à réaliser par l'enseignant) : modélisation de l'accommodation de l'œil

Utiliser l'un des « modèles d'œil avec accommodation » de Jeulin pour simuler :

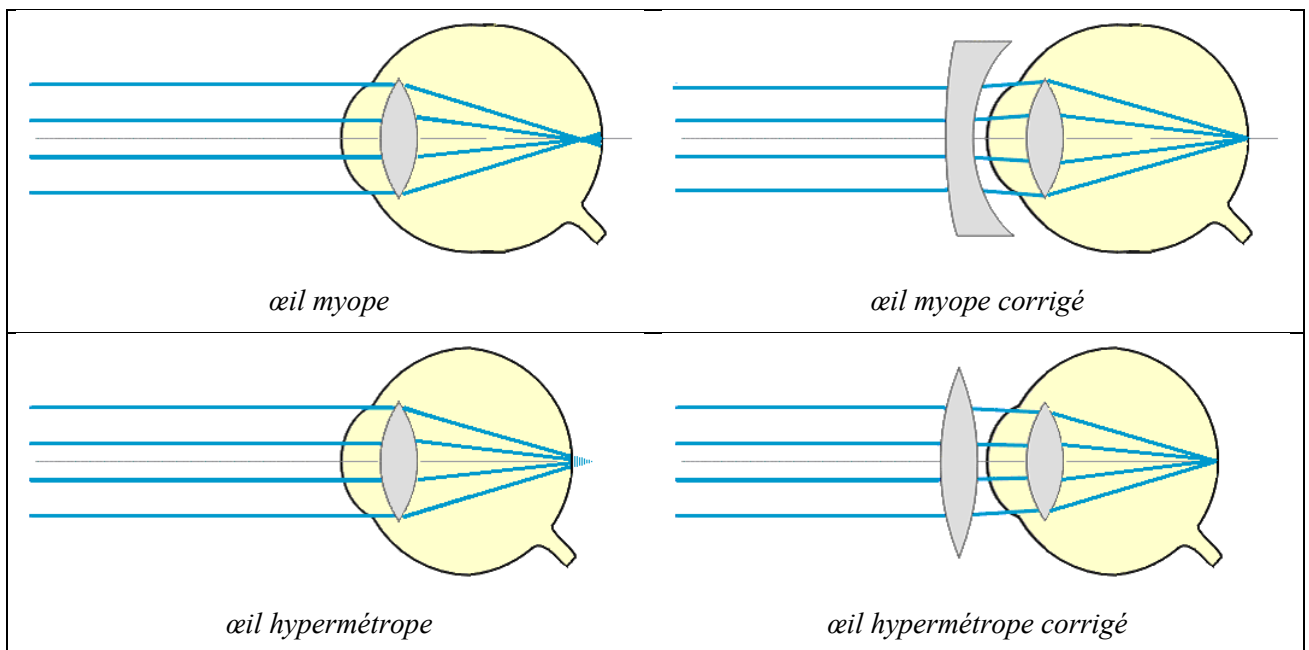
- un œil qui regarde un objet à l'infini (pas d'accommodation)
- un œil qui regarde un objet situé à distance finie (accommodation).

2.3 [EXAMTP] Défauts de l'œil



Les principaux défauts de la vision sont les suivants :

- La myopie : elle est causée par un œil légèrement trop long ou un cristallin trop convergent. On a alors un décalage du *punctum proximum* vers les courtes distances, et le *punctum remotum* se retrouve à distance finie : le myope ne voit bien que de près. La myopie se corrige à l'aide de lentilles divergentes (voir ci-dessous).
- L'hypermétropie : elle est causée par un œil légèrement trop court ou un cristallin pas assez convergent. On a alors un décalage du *punctum proximum* vers de plus grandes distances (tandis que le *punctum remotum* devient virtuel...). Les hypermétropes voient de loin, mais en accommodant (ce qui fatigue l'œil), et voient flou de près. L'hypermétropie se corrige à l'aide de lentilles convergentes (voir ci-dessous).



- L'astigmatisme : l'œil n'a pas la symétrie de révolution autour de son axe. Donc même en faisant un effort d'accommodation, l'image d'un point ne peut pas être obtenue.
- La presbytie : c'est une réduction naturelle avec l'âge de l'élasticité du cristallin et des muscles qui le contrôlent. Le *punctum proximum* s'éloigne, alors que le *punctum remotum* reste inchangé.

Un verre correcteur de focale f' est caractérisé par sa vergence définie par $C = \frac{1}{f'}$. Elle s'exprime en dioptries (δ), unité équivalente à m^{-1} , f' étant en mètre.

Expérience 10 : modélisation des défauts de l'œil



« Lunettes correctrices » à insérer dans le logement en face avant du modèle



Prendre le « modèle d'œil simple » de Jeulin. On formera sur l'écran translucide modélisant la rétine l'image d'un objet éloigné (une voiture sur le parking s'il fait grand soleil, un dessin bien éclairé ou une projection sur le tableau de la salle) et simuler :

- un œil myope qui regarde un objet éloigné, sans correction
- un œil myope qui regarde un objet éloigné, avec correction

Faire de même dans le cas d'un œil hypermétrope.

Mesurer les quantités utiles pour compléter le tableau suivant :

Focale de l'œil normal	Focale de l'œil myope sans correction	Focale de l'œil myope corrigé	Focale de l'œil hypermétrope sans correction	Focale de l'œil hypermétrope corrigé.

Expérience 11 (facultative) :

Si vous avez un défaut de vision et que vous portez des lunettes, déterminer si vos verres sont convergents ou divergents (grâce à la méthode utilisée jusqu'à présent pour reconnaître les lentilles convergentes et divergentes) et vérifiez que la connaissance que vous avez de votre défaut visuel est compatible avec les explications qui précèdent.

Expérience 12 (facultative) :

Si vous êtes myope, regardez sans vos lunettes à travers un petit trou. Que constatez-vous et comment l'expliquer ? (on peut faire une expérience analogue en regardant un objet situé un peu avant le *Punctum Proximum*)

--

3. Association de lentilles, instruments d'optique

La plupart des instruments d'optique sont constitués d'une association d'un certain nombre de lentilles convergentes ou divergentes, sur un même axe optique. Bien sûr, nous nous plaçons toujours dans les conditions de Gauss.

Il existe de multiples possibilités d'associations de lentilles, suivant que les lentilles sont convergente(s), divergente(s), suivant la distance entre les lentilles... En guise d'introduction au sujet, nous étudierons seulement ici deux cas particuliers.

3.1 [EXAMTP] Lentilles accolées

On peut montrer (voir l'exercice 3.6) que, pour un système de deux lentilles minces L_1 et L_2 accolées utilisées dans les conditions de Gauss, on a :

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2}$$

où f' est la distance focale image du doublet de lentilles, et f'_1 (resp. f'_2) la distance focale image de L_1 (resp. L_2). Par quelle(s) méthode(s) pourra-t-on mesurer la valeur de f' si le doublet $L_1 + L_2$ accolées est convergent (voir expériences 3 et 4) ?

Exemple : A partir des mesures des distances focales faites pour l'expérience 10, vérifier pour l'œil hypermétrope que les focales de l'œil non corrigé, de la lentille correctrice ($f'_c = 310 \text{ mm}$), et de l'œil corrigé vérifient la relation ci-dessus.

Expérience 13 : mesure de la distance focale d'une lentille divergente

Déduire de ce qui précède une méthode de mesure de la distance focale d'une lentille divergente, pour l'appliquer à celle de votre table. Quelle précaution faut-il prendre dans le choix de la lentille convergente à accoler à la lentille divergente ?

Méthode pour la mesure :

Précaution à prendre, lentille convergente utilisée :

Méthode pour l'estimation de l'incertitude :

Résultat :

$$f' = \quad \pm$$

Expérience 14 (facultative)

Si vous portez des lunettes, mesurez la focale de l'un de vos verres. En déduire sa vergence.

3.2 Lentilles non accolées : exemple du téléobjectif

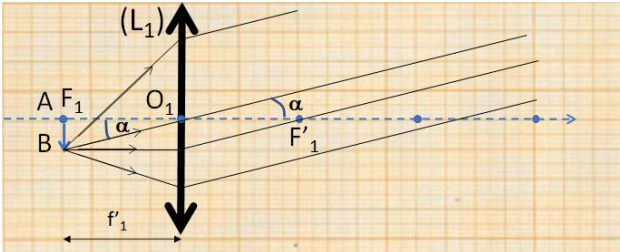
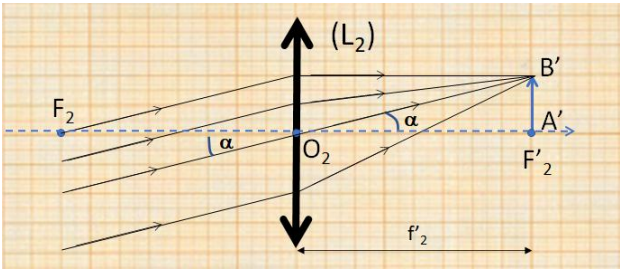
Nous allons voir ci-dessous un exemple, qui est celui du principe du téléobjectif. Celui-ci est utilisé en photographie et en cinématographie pour obtenir un grossissement important d'un objet éloigné, avec un encombrement raisonnable.

Expérience 15 : téléobjectif

Cette expérience va se dérouler en trois étapes :

- Construction sur le banc d'optique d'une source de lumière représentant un objet lumineux très éloigné
- Formation de l'image de cet objet comme un objectif simple (une lentille convergente) le ferait sur le capteur d'un appareil photo. Comparaison de la taille de l'objet sur le capteur à ce qu'on s'attend à trouver par les constructions graphiques des rayons.
- Formation de l'image de cet objet sur le capteur par un téléobjectif (association d'une lentille convergente et d'une lentille divergente). Mesure de la nouvelle taille de l'image et comparaison aux prévisions de la théorie.

Parties « source à l'infini » et « objectif simple » : Explications

	Construction d'un objet « source à l'infini » L'objet AB est dans le plan focal objet de la lentille convergente (L_1), donc à la distance f'_1 de la lentille. Le rayon BO_1 forme l'angle α avec l'axe de la lentille, on dit que l'objet AB est vu sous l'angle α avec $\tan \alpha = \frac{BA}{f'_1}$ Le rayon passant par le centre optique O_1 de (L_1) est transmis sans déviation. On considère les rayons émis par B dans différentes directions vers la lentille. Ceux transmis par (L_1) forment un faisceau parallèle d'angle α avec l'axe optique, comme s'ils venaient d'un point source B à l'infini vu sous l'angle α.
	Image par un objectif simple (L_2) Le faisceau parallèle incident formant l'angle α avec l'axe optique converge en un point B' du plan focal image de (L_2). Le rayon passant par le centre optique O_2 de (L_2) est transmis sans déviation, formant l'angle α avec l'axe optique. Il coupe le plan focal image en B' avec : $\tan \alpha = \frac{A'B'}{f'_2}$ Le comportement de ce rayon particulier détermine la position du point de convergence B' du faisceau parallèle

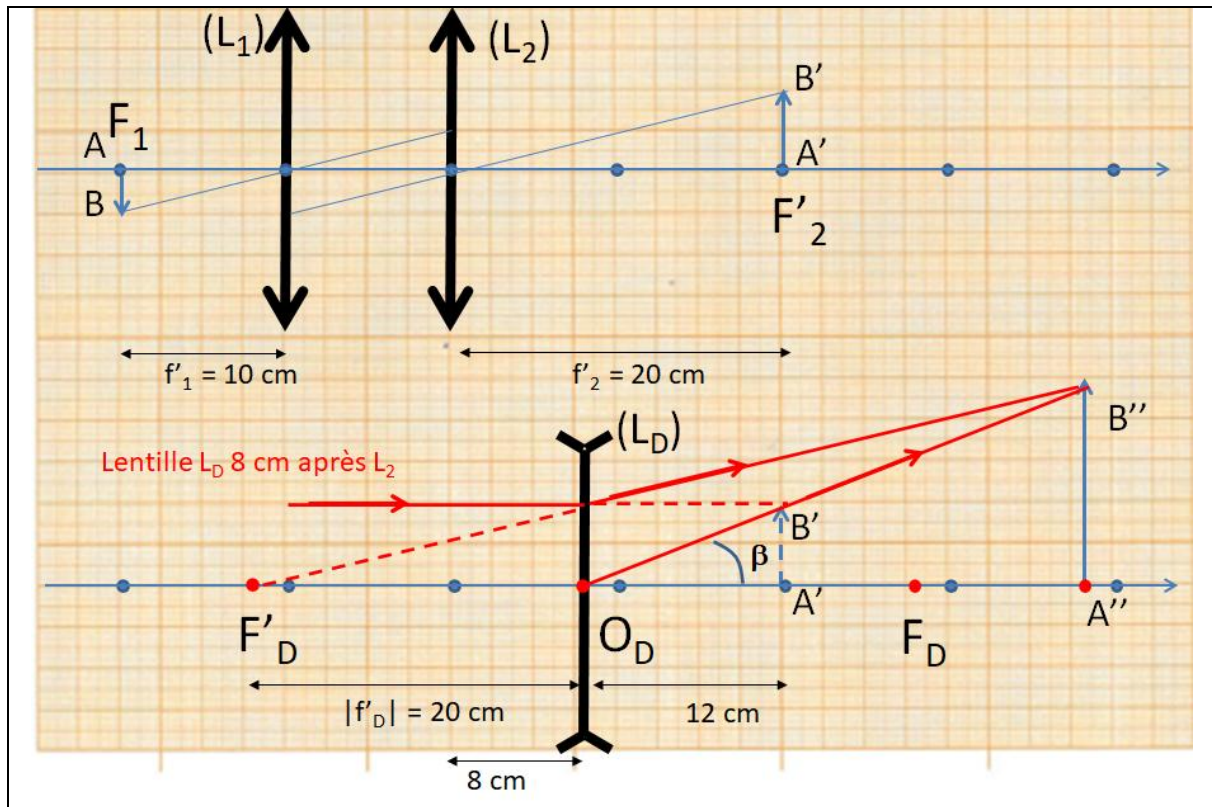
	Combinaison des deux montages précédents. Tous les rayons émis par B convergent ensuite en B' donc B' est l'image géométrique de B par le système $(L_1) + (L_2)$ $\tan \alpha = \frac{\overline{BA}}{f'_1} = -\frac{\overline{AB}}{f'_1}$ et $\tan \alpha = \frac{\overline{A'B'}}{f'_2}$ Donc le grandissement γ de l'objectif simple défini par $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$ vérifie : $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{f'_2}{f'_1}$
--	--

Parties « source à l'infini » et « objectif simple » : Travail à faire

- Compléter les rayons sur le schéma suivant 'combinaison des deux montages'.
- Réalisation de la partie de montage « source à l'infini » : avec la source blanche LED, éclairer la diapositive (texte en petits caractères) par un faisceau homogène. Positionner (L_1) une dizaine de cm plus loin. Affiner la position de (L_1) pour qu'elle forme une image nette de la diapositive sur un mur de la salle éloigné. La diapositive sera alors dans le plan de F_1 . On pourrait aussi utiliser la méthode « auto-collimation » pour placer la diapositive dans le plan focal objet de (L_1) .
- Réaliser le montage 'Objectif simple' avec (L_2) quelques cm après (L_1) . Placer l'écran à l'endroit où est observée une image $A'B'$ nette de l'objet AB . On indique que sur la diapositive le paragraphe «(times 2,5) L'œil peut une image renversée sur la rétine » est haut de 6,0 mm. Mesurer sa hauteur sur l'image $A'B'$ formée par $(L_1) + (L_2)$ sur l'écran pour en déduire le grandissement $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$ du système $(L_1) + (L_2)$. Comparer la valeur mesurée de γ à celle prévue par la théorie (constructions géométriques) pour $f'_2 = 20$ cm et $f'_1 = 10$ cm.
- Quel est l'encombrement (distance O_2 -écran) pour cet objectif simple ?

Partie « téléobjectif » : explications

Il s'agit ici d'un montage à 3 lentilles (L_1), (L_2) et (L_D). Pour plus de clarté, les constructions sont séparées en deux lignes, l'image $A'B'$ par (L_2) étant reportée sur la ligne suivante pour devenir l'objet $A'B'$ pour L_D .



L'image réelle $A'B'$ par (L_2) devient un objet virtuel pour (L_D) qui en forme une image $A''B''$ réelle agrandie avec un nouveau grandissement γ_D évalué grâce au rayon $O_D B''$ qui forme l'angle β avec l'axe optique :

$$\tan \beta = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{O_D A'}} = \frac{\overline{A''B''}}{\overline{O_D A''}} \text{ donc } \gamma_D \text{ défini par } \gamma_D = \frac{\overline{A''B''}}{\overline{A'B'}} \text{ est égal à } \frac{\overline{O_D A''}}{\overline{O_D A'}}$$

Partie « téléobjectif » : travail à faire.

Avec la formule de conjugaison par (L_D), calculer numériquement $\overline{O_D A''}$ pour $\overline{O_D A'} = 12$ cm et $f_D = -20$ cm. En déduire la valeur de γ_D .

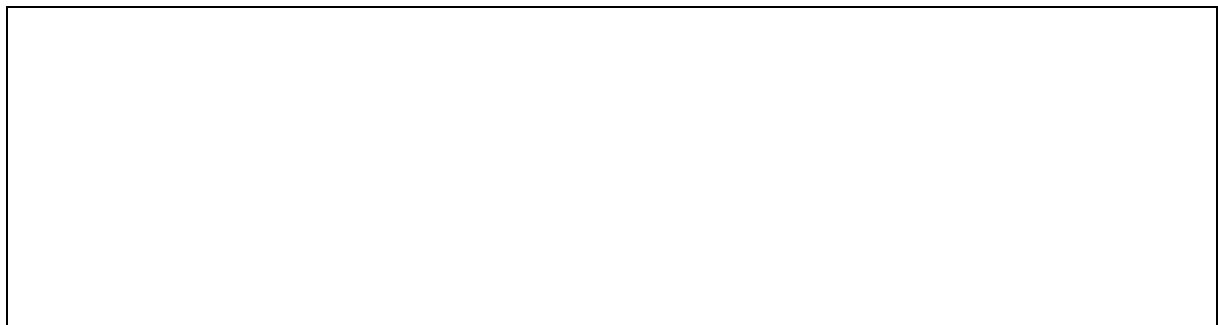
Ajouter (L_D) au montage précédent avec une distance (L_2) - (L_D) égale à 8 cm de sorte que $\overline{O_D A'} = 12$ cm. Placer l'écran à la position calculée pour A'' . Mesurer sur l'écran la hauteur de l'image $A''B''$ formée par le système (L_1) + (L_2) + (L_D) et connaissant celle de $A'B'$ en déduire la valeur expérimentale du grandissement $\gamma_D = \frac{A''B''}{A'B'}$ venant de la lentille divergente.

Comparer la valeur γ_D mesurée à celle prévue par la théorie.

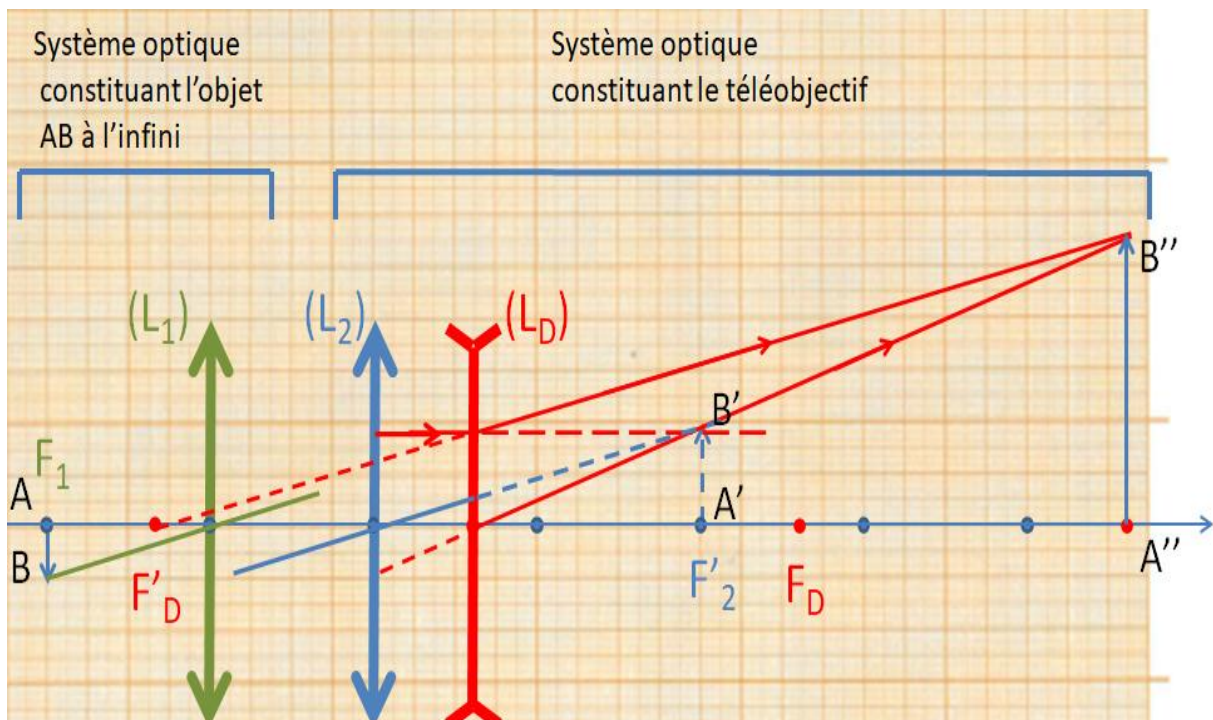
Quel est le grandissement total $A''B''/AB$ du système (L_1) + (L_2) + (L_D) ?

Quel est l'encombrement du téléobjectif ? (Distance O_2 -écran)

Comparer cet encombrement à celui d'un objectif simple de même grandissement.



Synthèse du montage



Résumé du chapitre 3

Lentilles

Une lentille est un corps transparent homogène d'indice n , limité par deux dioptries dont l'un au moins n'est pas plan, l'autre face pouvant être plane ou sphérique. Dans le cas de lentilles minces utilisées *dans les conditions de Gauss* on peut trouver la relation donnant la position de l'image A' d'un point objet A en appliquant deux fois la relation de conjugaison d'un dioptré, en appelant O le centre de la lentille, F le foyer objet et F' le foyer image :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$

(Relation de conjugaison avec origine au centre optique)

$$\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = \overline{FO} \cdot \overline{F'O'} = -f'^2$$

(Relation de conjugaison avec origines aux foyers, dite de Newton)

Conditions pour à partir d'un objet réel ($\overline{OA} < 0$) obtenir une image réelle ($\overline{OA'} > 0$) :

- * Nature de la lentille : convergente.
- * Distance minimale objet – lentille : $\overline{OA} < -f'$, l'objet doit être situé avant le foyer objet de la lentille convergente.
- * Distance minimale objet-écran : doit être supérieure à $4f'$.

On définit le grandissement (linéaire) de l'image par rapport à l'objet :

$$\gamma \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} \quad \text{avec pour les lentilles la propriété } \gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

Pour un système de deux lentilles minces L_1 et L_2 accollées utilisées dans les conditions de Gauss, on a :

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2}$$

où f' est la distance focale image du doublet de lentilles.

Les rayons particuliers pour les constructions avec une lentille sont :

Point particulier	Rayon incident sur la lentille ayant une direction passant par le point objet B et ...	Propriété du rayon émergent de la lentille (direction passant par B')
Centre optique O	passant par O	Rayon émergent sans être dévié
Foyer objet F	passant par F	Rayon émergent parallèle à l'axe optique
Foyer image F'	arrivant parallèle à l'axe optique	Rayon émergent avec direction passant par F'

L'œil humain

L'œil peut en première approximation être modélisé par un simple dioptré sphérique. Pour simplifier, on considère que l'œil fonctionne comme une seule lentille convergente de focale variable, située à une distance fixe de la rétine (environ 22 mm). L'œil normal au repos ne voit nets que les objets situés à l'infini. Lorsque l'objet se rapproche, le cristallin augmente sa courbure (et ainsi, devient plus convergent). Ce phénomène est appelé « accommodation ».

Le point le plus proche de vision nette est appelé 'Punctum Proximum ». Le point le plus éloigné de vision nette est nommé « Punctum Remotum ».

Les principaux défauts de la vision sont les suivants : la myopie, l'hypermétropie, l'astigmatisme et la presbytie.

La myopie se corrige par une lentille correctrice divergente. L'hypermétropie se corrige par une lentille convergente.

CHAPITRE 4 : SPECTROSCOPIE ET COULEURS



arc-en-ciel

Salles : « images » 100 ou 102 (cours-TP)

SOMMAIRE DU CHAPITRE 4 : SPECTROSCOPIE ET COULEURS

1. INTRODUCTION : COULEURS ET NATURE DE LA LUMIERE	96
2. [EXAMTP] DISPERSION DE LA LUMIERE BLANCHE PAR UN PRISME	96
a) <i>Expériences</i>	96
b) <i>Interprétation de la dispersion</i>	98
2.2 Couleur et longueur d'onde du physicien	100
2.3 Et l'arc-en-ciel ?	100
3. SPECTROSCOPIE	102
3.1 Définition	102
3.2 [EXAMTP] Spectres de raies	103
4. LA COULEUR DES OBJETS	105
4.1 De quoi dépend la couleur d'un objet ?	105
4.2 Les sources de lumière	106
a) <i>Les lampes à incandescence</i>	106
b) <i>Les lampes spectrales ou lampes basse pression</i>	106
c) <i>L'émission de fluorescence</i>	106
d) <i>Autres origines physiques : électroluminescence, chimiluminescence, bioluminescence</i>	107
4.3 Interaction lumière-matière : absorption	107
a) [EXAMTP] <i>Spectre de transmission d'un filtre coloré</i>	107
b) <i>Caractérisation de l'absorption de la lumière par un objet</i>	109
4.4. L'œil et la vision des couleurs	110
4.5 Synthèse des couleurs	111
a) <i>Synthèse additive</i>	111
b) <i>Synthèse soustractive</i>	114

Matériel à votre disposition par table

- 1 Source de lumière blanche
- 1 écran
- 1 petit miroir plan
- 1 prisme avec son support
- 1 fente de largeur variable
- 1 lentille convergente
- 5 pieds
- 1 jeu de 6 filtres colorés (bleu, rouge, vert, cyan, jaune, magenta)
- 1 lampe Hg avec pied
- 1 lampe « X » avec pied
- 1 grande boîte de rangement
- 1 lampe de table

Matériel pour l'enseignant

- 1 Source lumineuse blanche puissante (lampe à filament)
- Sphère transparente ou « goutte »
- 1 poster avec les spectres de raies de différents éléments
- 1 Rétroprojecteur + 1 « plaque » synthèse additive + 1 « plaque » synthèse soustractive + dispositif avec 3 miroirs orientables sur pied

1. Introduction : couleurs et nature de la lumière

Pendant près de vingt siècles, physiciens et philosophes se sont interrogés sur la nature de la lumière et ont tenté d'expliquer les couleurs (voir l'encadré page suivante). Le philosophe latin Sénèque avait déjà noté, au début de notre ère, que les couleurs de l'arc-en-ciel étaient les mêmes que celles obtenues en faisant passer la lumière du soleil à travers un morceau de verre taillé de façon à comporter trois angles : on a là l'une des premières utilisations du prisme pour l'étude des couleurs.

Le prisme sera utilisé par de grands savants comme Descartes ou Grimaldi, au XVII^e siècle, mais il faudra attendre Isaac Newton et ses expériences historiques d'analyse de la lumière pour comprendre que la lumière « blanche » est composée de « lumières élémentaires homogènes ».

La notion de couleur est reliée à l'effet perçu par l'œil, c'est une notion complètement subjective et spécifique à l'espèce humaine. On appelle couleur la combinaison de l'intensité détectée par les photo-récepteurs de la rétine en fonction de la fréquence optique et de l'interprétation qui en est réalisé par notre cerveau. C'est une notion perceptive : nous y reviendrons dans ce chapitre.

Dans une première partie, nous allons nous intéresser au phénomène de dispersion par un prisme. Nous verrons ensuite les couleurs de la lumière liée à la dispersion, telle qu'elles nous apparaissent dans l'arc-en-ciel ou dans le jeu de la lumière sur des verres ou d'autres corps transparents.

Dans une deuxième partie, nous nous intéresserons à la spectroscopie qui est une méthode qui consiste à étudier l'intensité lumineuse détectées, en émission ou en réflexion, en fonction de la longueur d'onde.

Enfin, nous étudierons le phénomène de couleur. Nous verrons qu'il s'agit d'un phénomène qui fait intervenir trois partenaires (la source lumineuse, l'objet et l'œil) et nous verrons comment chacun a une influence sur la couleur perçue des objets. Enfin, nous verrons quelques applications de la couleur dans la vie courante.

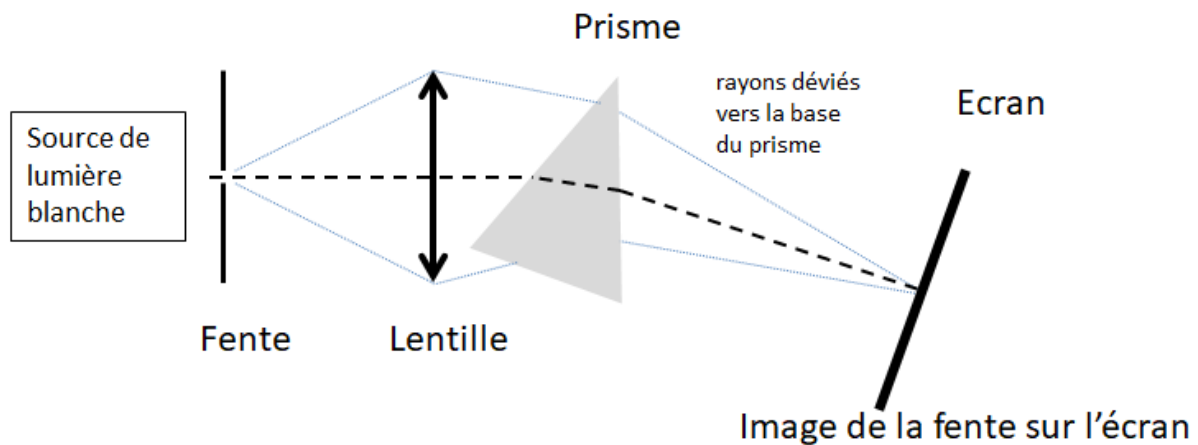
2. Dispersion
Newton a fait de nombreuses expériences avec des prismes de verre. En effet, certains verres permettent d'obtenir une dispersion des couleurs, et la forme du prisme permet de faire des études quantitatives.

Nous avons déjà vu la déviation des rayons lumineux par un prisme dans le cas d'une lumière monochromatique dans le chapitre précédent ; nous allons ici voir le comportement d'un faisceau de lumière blanche lorsqu'il traverse un prisme.

2. [EXAMTP] Dispersion de la lumière blanche par un prisme

a) Expériences

Expérience 1 (à réaliser par l'enseignant) : Décomposition par un prisme de la lumière blanche émise par une lampe à filament.



Quelle est la couleur la plus déviée ? La couleur la moins déviée ?

Dans cette expérience, on observe deux phénomènes :

- la déviation de la lumière : aux interfaces air-verre puis verre air du prisme, les rayons sont déviés (lois de Snell Descartes)
- dispersion de la lumière : comme l'indice de la lumière dépend de la fréquence de l'onde, la déviation est un peu différente pour chacune des fréquences émises par la source. Avec une source de lumière blanche, les rayons formant l'image de la fente sur l'écran donneront donc des images de couleurs différentes (du bleu au rouge) et à de positions différentes sur l'écran

Les propriétés du prisme font que c'est quand il est orienté pour donner le minimum de déviation cela correspond aussi au minimum de dispersion. Le spectre est alors le plus « resserré » et apparaît plus net.

Lien entre déviation et indice dans un cas simple

Cet encadré détermine dans un cas simple (prise de petit angle éclairé en incidence normale) la relation entre déviation du faisceau et indice du prisme

Face d'entrée du prisme : incidence normale donc pas de déviation

Face de sortie, interface verre-air

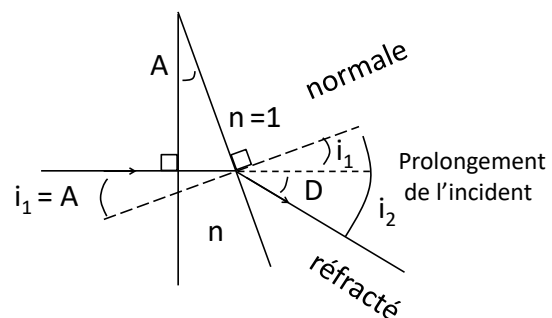
$$n \sin(i_1) = \sin(i_2) \text{ avec } i_1 = A$$

Petits angles : $n i_1 = i_2$

Déviation : $i_1 + D = i_2$ Donc

$$D = i_2 - i_1 = nA - A = (n - 1)A$$

n augmente avec la fréquence donc la déviation D vers la base du prisme augmente avec la fréquence



Expérience 2 : Décomposition par un prisme de la lumière émise par une LED « blanche »

Allumez la source de lumière blanche. Placez une fente de largeur réglable à la suite et assurez-vous qu'elle est bien en face de la lampe. Réglez la source de façon à éclairer complètement la fente.

Placez la lentille mise à votre disposition à distance de la fente. Placez alors un écran à la suite et déplacez-le jusqu'à obtenir l'**image nette de la fente** sur l'écran. Vous pouvez jouer sur la taille de celle-ci en rapprochant ou en éloignant la lentille de la fente, et en recherchant la netteté en déplaçant l'écran. Soignez à chaque fois l'alignement de l'ensemble des éléments présents : il peut être nécessaire d'ajuster aussi les hauteurs avec les pieds à vis de la fente ou de la lentille.

Interposez alors, entre la lentille et l'écran, un prisme placé sur un plateau sur pied, de façon à ce qu'une de ses faces soit dans le faisceau incident. Ajustez la hauteur si nécessaire. Tournez le prisme et recherchez le faisceau émergent en déplaçant l'écran autour du prisme en veillant à conserver la même distance prisme-écran pour que l'image de la fente associée à chaque fréquence reste la plus fine possible.

Tourner le prisme sur lui-même autour d'un axe vertical et constater l'existence d'un minimum de déviation. Est-ce que le minimum de déviation est le même pour toutes les couleurs ?

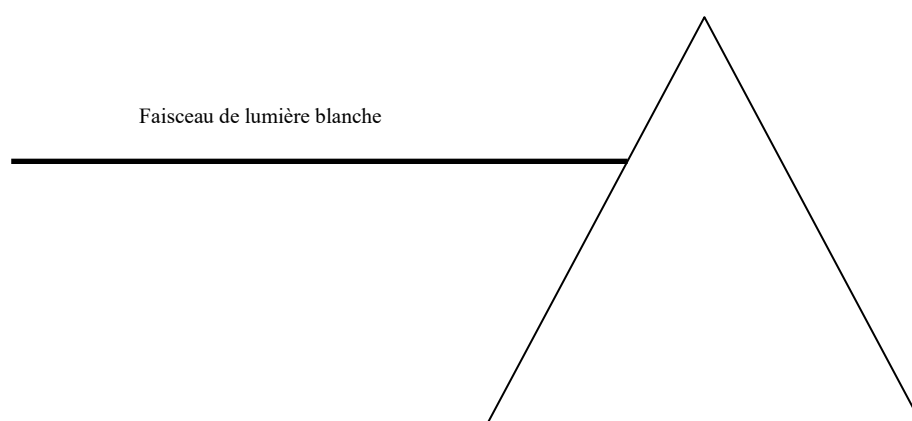
Élargir la fente, puis la rétrécir. Quel est l'effet sur le spectre ? Quel est l'intérêt d'utiliser une fente fine pour la spectroscopie ?

Quelle différence observez-vous avec le spectre de la lumière blanche émise par une lampe à filament ? Reproduisez (en couleur) ce que vous voyez sur l'écran.

b) Interprétation de la dispersion

Par ses expériences, Newton a montré que les couleurs à la sortie du prisme n'étaient pas créées par le prisme qui aurait "modifié" la lumière, mais celui-ci avait "simplement" séparé les différentes composantes contenues dans la lumière du Soleil.

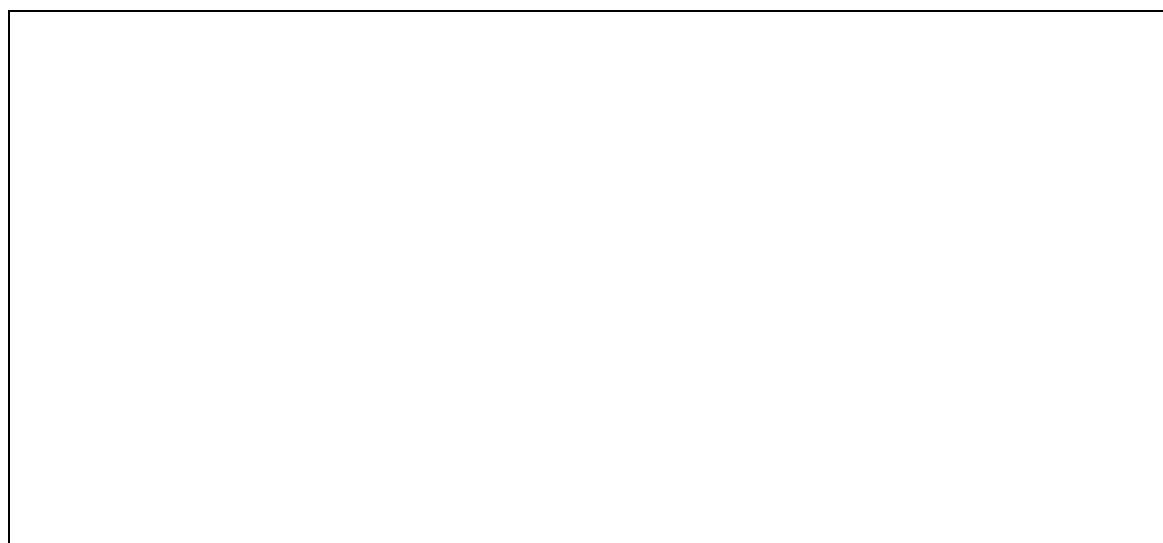
Sur le schéma ci-dessous, tracez la propagation observée pour les rayons rouge et bleu.



La séparation des couleurs, si vous l'avez obtenue avec un prisme, vient de ce qu'à *chaque dioptré* il y a une séparation angulaire des composantes chromatiques qui avec la propagation se transforme en séparation spatiale. Le jeu des deux dioptres formant un angle permet en quelque sorte, d'amplifier le phénomène du fait des deux réfractions successives à l'entrée et à la sortie du prisme.

Cela signifie donc que l'angle de réfraction dépend de la couleur. De manière plus rigoureuse d'un point de vue physique, on peut donc dire que l'indice de réfraction dépend de la fréquence de l'onde⁷. En effet, toutes les longueurs d'onde qui compose le faisceau de lumière blanche arrivent sur le prisme avec le même angle d'incidence sur le dioptré et sont dispersées en sortie de ce dernier.

Montrer que cela implique nécessairement pour les indices que $n_{\text{Bleu}} > n_{\text{Rouge}}$ (faites un dessin). Voir correction (exercice 4.4) et complément (exercice 4.5).



⁷ Attention à la phrase classique "l'indice dépend de la longueur d'onde", car elle sous-entend qu'on parle de la longueur d'onde *dans le vide*, c'est pourquoi nous préférons ici parler de dépendance en fréquence, qui est sans ambiguïté.

Si l'on regarde les valeurs d'indice mesurées avec précision, cette dépendance est faible dans le cas d'un prisme standard de verre, comme le montre le tableau ci-dessous.

Longueur d'onde dans le vide (nm)	Indice
400	1.5242
600	1.5095
800	1.5043

Pour utiliser des prismes pour l'étude de la dispersion, on utilise des verres spéciaux appelés "crown".

2.2 Couleur et longueur d'onde du physicien

Nous avons vu précédemment qu'un prisme disperse les différentes longueurs d'onde qui composent une source blanche. Chaque longueur d'onde⁸ est déviée d'un angle différent et nous retrouvons ainsi les couleurs de l'arc-en-ciel (le cas de l'arc-en-ciel est abordé en détail dans le paragraphe suivant). A chaque angle de déviation, il est possible d'associer une longueur d'onde, à laquelle nous associons une couleur perçue par notre système de vision. Il s'agit dans ce cas de couleurs monochromatiques, dans le sens où chaque couleur est associée à une longueur d'onde.

<i>Couleurs</i>	<i>fréquences (10^{14} Hz)</i>	<i>longueurs d'onde dans le vide (nm)</i>
Rouge	4,05 - 4,8	~ 625-740
Orange	4,8 - 5,08	~ 590-625
Jaune	5,08 - 5,31	~ 565-590
Vert	5,31 - 5,77	~ 520-565
Bleu	6 - 6,67	~ 450-500
Indigo	6,67 - 6,97	~ 430-450
Violet	6,97 - 7,89	~ 380-430

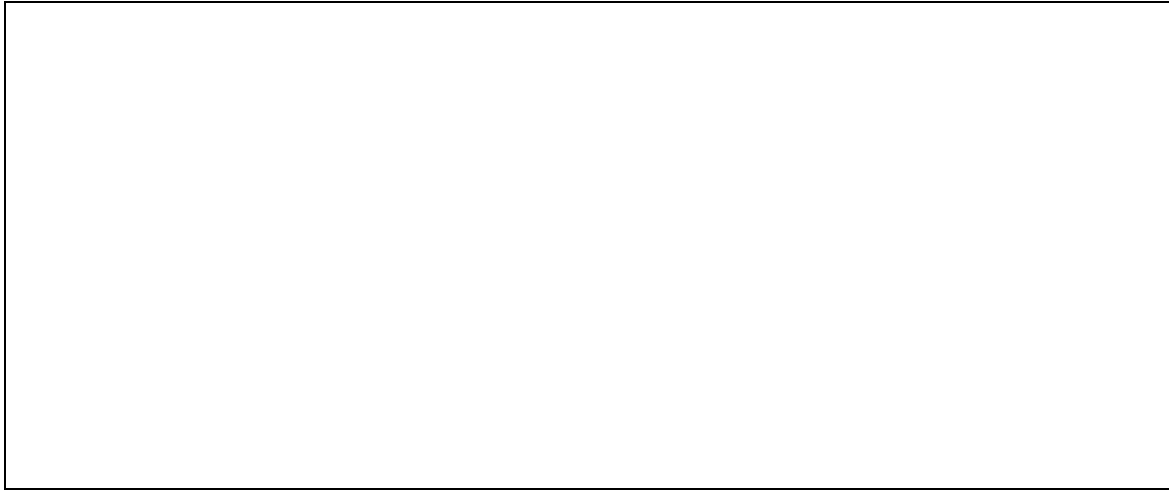
Toutefois, il est important de retenir que, dans le cas général, une couleur perçue n'est pas associée à une longueur d'onde unique. Il est même extrêmement rare d'observer des couleurs monochromatiques. En particulier la couleur des objets qui nous environnent résulte d'un mélange d'un grand nombre de longueur d'onde. Nous allons voir par la suite comment caractériser et mesurer ce mélange.

2.3 Et l'arc-en-ciel ?

Expérience 3 (à réaliser par l'enseignant)

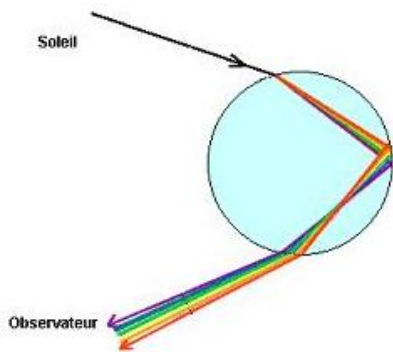
Envoyer un faisceau parallèle de lumière blanche sur une balle de jonglage en plexiglas transparent. Observer la lumière renvoyée vers la source. Faire le schéma ci-dessous de l'expérience, en notant bien l'ordre des couleurs que vous observez sur l'écran.

⁸ Il s'agit de la longueur d'onde *dans le vide*. Pour éviter toute ambiguïté il vaut mieux parler de fréquence

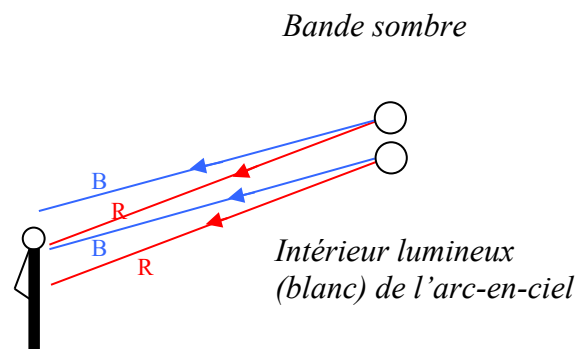


Le phénomène que vous observez est à la base des arcs-en-ciel. C'est Descartes qui en a donné le premier une interprétation satisfaisante. Celui-ci apparaît quand la lumière du soleil tombe sur des gouttes de pluie, le soleil étant *derrière* l'observateur (vérifiez-le par vous-même !). Descartes s'est rendu compte que la forme de l'arc ne dépendait pas de la taille des gouttes, il a donc étudié le passage de la lumière à travers *une seule* grosse goutte (cf. expérience précédente). Son expérience lui permit de conclure que la lumière entrant dans la goutte d'eau sphérique était réfractée, réfléchi sur la paroi interne de la goutte, puis réfractée à nouveau pour sortir de la goutte. Tout comme pour le prisme, il existe pour la goutte un minimum de déviation. C'est dans la direction de ce minimum de déviation que la lumière sera la plus intense, donnant ainsi naissance à l'arc-en-ciel.

Par la suite, c'est Newton qui a expliqué la présence des différentes couleurs : c'est lui en effet qui a compris que la lumière blanche était un mélange de couleurs (voir poly de curiosités « les couleurs au fil du temps »), et que les gouttes d'eau agissaient comme des prismes en dispersant les différentes couleurs pour former l'arc-en-ciel.



Dispersion de la lumière par une goutte : un pinceau de lumière blanche peut être décomposé en ses différentes couleurs.



La lumière bleue est plus déviée que la lumière rouge. L'arc bleu provient donc de gouttes qui sont plus basses que celles qui nous donnent à voir l'arc rouge !

Pour expliquer pourquoi on voit bien les couleurs dans la myriade de gouttes qui nous renvoient de la lumière, et pourquoi il en résulte une forme en arc, il faut une analyse détaillée.

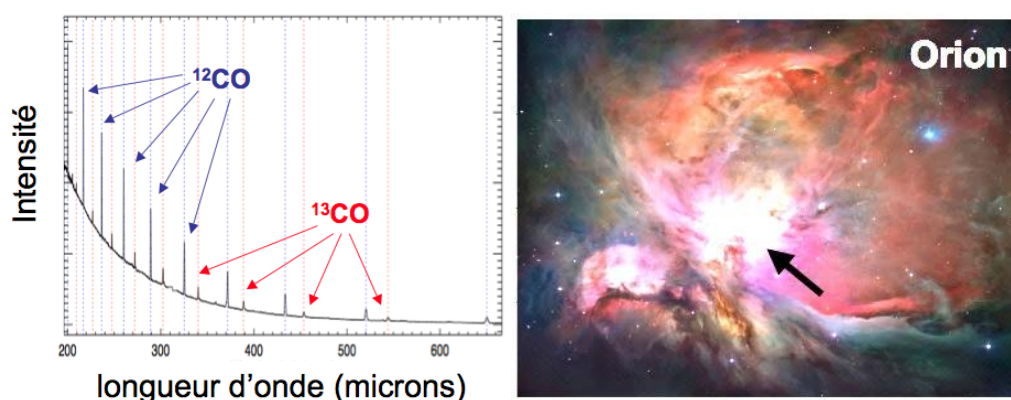
3. Spectroscopie

3.1 Définition

- Comment connaît-on la composition chimique des étoiles, des planètes, etc. ? Comment a-t-on su, par exemple, qu'il y avait de l'eau sur Mars ou qu'il y en a sur certains satellites de Jupiter, avant d'y envoyer des sondes (dans le cas de Mars)?
- Comment un chimiste analyse-t-il les molécules produites par une réaction?
- Comment caractérise-t-on quantitativement les couleurs afin d'être certain de les reproduire exactement dans le cadre d'une production industrielle ? Cette question est au centre des préoccupations de la fabrication des peintures et de nombreux produits cosmétiques, mais aussi dans les industries agroalimentaire et textile...

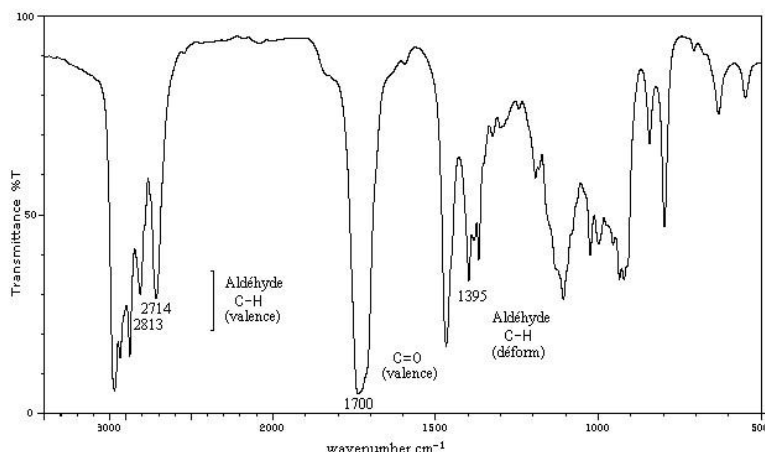
Il est possible de répondre à ces questions en décomposant la lumière, qu'elle soit émise ou réfléchi. La spectroscopie est une technique optique qui consiste à décomposer un rayonnement suivant ses différentes fréquences. On représente alors cette information sous la forme d'un spectre : un graphique qui présente *l'intensité* lumineuse reçue, en fonction de la *fréquence* ou de la *longueur d'onde*.

En astrophysique, la lumière que les objets célestes nous envoient transporte beaucoup d'information sur les conditions physiques qui y règnent. Il ne s'agit pas seulement de lumière visible mais aussi de lumière couvrant d'autres domaines du spectre des ondes électromagnétiques (radio, infrarouge, ultraviolet, X, gamma, etc. C'est ce qu'on appelle de la *spectroscopie d'émission*.



Spectre d'émission dans le domaine infrarouge-submillimétrique : intensité lumineuse en fonction de la longueur d'onde entre 200 et 660 microns, mesurée par le satellite Herschel. Le spectre observé en direction de la nébuleuse d'Orion (cf. image de droite dans le domaine visible) montre de nombreux pics : ce sont des raies d'émission caractéristiques des molécules de monoxyde de carbone en rotation sur elles-mêmes. On observe également les raies d'un de ses isotopes, plus faible car moins abondant. La composante continue de l'émission correspond à l'émission thermique des poussières interstellaires chauffées à des températures de l'ordre de 20-50 K par le rayonnement émis par les étoiles.

En chimie de laboratoire, on fait passer de la lumière (ou des ondes électromagnétiques dans une autre gamme de fréquences) à travers la solution dont on souhaite déterminer la composition, et on analyse la lumière transmise par cette solution. C'est de la *spectroscopie d'absorption*. Elle est aussi utilisée en astrophysique : on utilise alors des sources de lumière intenses situées derrière le milieu que l'on veut sonder.



Spectre en transmission d'une solution de molécules organiques. C'est le nombre d'onde $\sigma = 1/\lambda$ qui est indiqué en abscisse. Les bandes d'absorption observées, caractéristiques des liaisons chimiques, permettent d'identifier chaque espèce chimique en solution, et de mesurer leur concentration.

Dans l'industrie textile ou dans l'industrie graphique, la lumière est envoyée sur la surface à étudier : peinture ou autre revêtement de surface, encres d'impression. La lumière renvoyée par cette surface (par réflexion diffuse) est décomposée puis analysée. C'est la *spectroscopie de réflexion*.

3.2 [EXAMTP] Spectres de raies

Parmi les lampes qui permettent l'obtention de lumières colorées, vous avez sans doute remarqué les éclairages jaune-orangé utilisés pour l'éclairage public au-dessus des carrefours ou dans les tunnels. Il s'agit de lampes dont l'ampoule contient un gaz (dans ce cas du sodium) et dont l'excitation va produire un rayonnement particulier.

Vous avez à disposition sur votre table, des lampes dites "spectrales basse pression" : il s'agit de cylindres montés sur pied et reliés à un boîtier d'alimentation via un cordon.

Expérience 4 : Utilisation du prisme en spectroscopie

Choisir la lampe spectrale connue Hg (mercure). L'allumer, et attendre quelques minutes pour qu'elle se stabilise en température.

À l'aide du même montage que précédemment (prisme et l'association d'une fente et d'un écran), réaliser le spectre de la lampe choisie sur l'écran. Le décrire. Comme toujours en spectroscopie, on se placera au minimum de déviation.

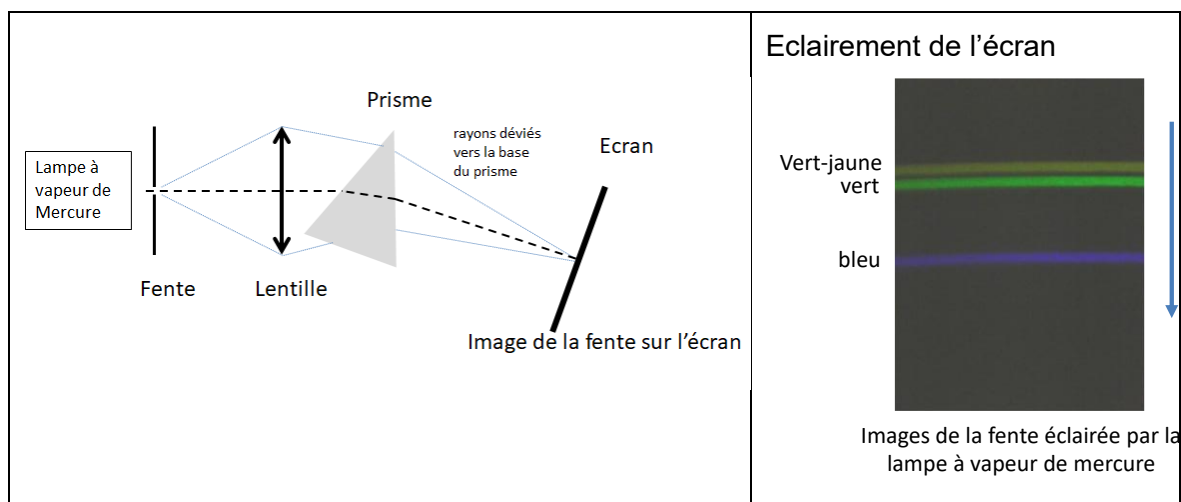
Élargir la fente, puis la rétrécir. D'après ces observations, la fente vous semble-t-elle utile ? Expliquer son rôle dans le cas de la spectroscopie.

Quel est l'intérêt de se placer au minimum de déviation ?

Le spectre observé correspond-il à celui attendu pour une source à vapeur de mercure ? (voir poster dans la salle donnant les spectres de différents éléments chimiques)

Remplacer désormais la lampe à mercure par la lampe « X » dont on souhaite identifier la composition à partir de sa signature spectrale. Décrire le spectre obtenu. Pouvez-vous identifier l'espèce chimique qui la compose.

L'expérience 4 a formé sur l'écran une image nette de la fente pour chacune des fréquences émises par la lampe à vapeur de mercure. Ci-dessous, vous en avez le montage et le spectre obtenu :



4. La couleur des objets

4.1 De quoi dépend la couleur d'un objet ?

Comme il a été dit dans l'introduction de ce chapitre, la notion de couleur n'a pas de réalité physique. Il s'agit d'un attribut perceptif traité par le système visuel. Dans le phénomène de couleur, trois partenaires interviennent et qui vont chacun influencer la perception finale que nous aurons de la couleur. Ces trois partenaires sont :

- la *source de lumière*, qui génère un rayonnement composé dont le spectre⁹ est caractéristique de la source (ex: corps noir, laser, lampes spectrales).
- le *matériau*. La lumière incidente va interagir avec le matériau par absorption et par diffusion principalement. En absorbant certaines bandes de fréquences qui lui sont propres, le matériau va modifier le spectre de la lumière incidente. Cette interaction lumière-matière est à l'origine de la couleur perçue des matériaux.
- l'*observateur* perçoit le rayonnement renvoyé par le matériau. La couleur perçue est ainsi fonction de :
 - la *sensibilité spectrale de nos photo-récepteurs* qui composent la rétine humaine (trois types de cônes pour la vision des couleurs de jour et les bâtonnets pour la vision nocturne) et de leurs éventuels défauts.
 - du *traitement cérébral* de l'information reçue en provenance des photo-récepteurs.
 - des sociétés humaines.

Cette partie va reprendre un à un les rôles optiques de ces trois acteurs afin de montrer comment chacun joue un rôle sur la perception finale de la couleur par l'observateur.

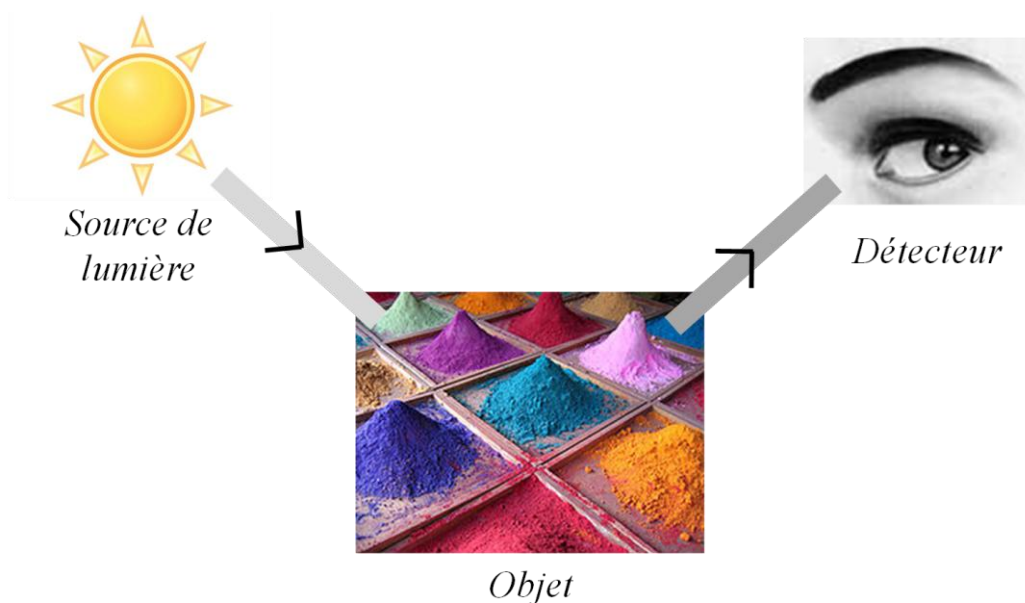


Schéma représentant les trois acteurs qui interviennent dans la vision des couleurs.

⁹ Le spectre d'une source est le contenu de son rayonnement en fréquences. On le représente sous forme d'un graphe qui porte l'intensité d'une composante lumineuse en fonction de sa fréquence (ou longueur d'onde), cf. 4.1.

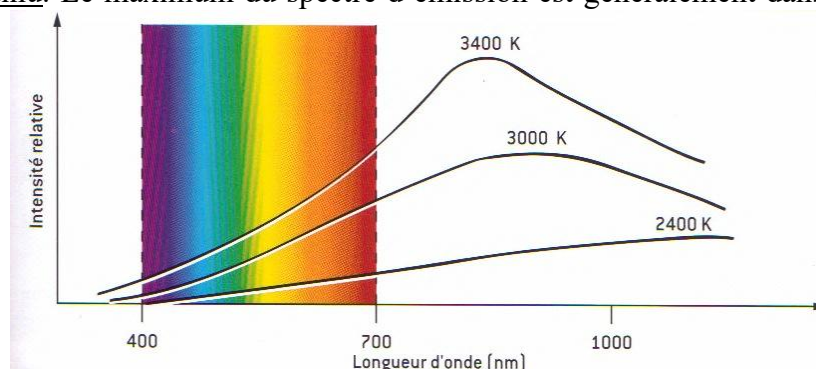
4.2 Les sources de lumière

L'émission de lumière peut avoir différentes origines physiques. Nous allons évoquer différents types de sources lumineuses et leurs caractéristiques spectrales.

a) Les lampes à incandescence

Le spectre d'émission de ce type de source lumineuse est déterminé par la température du filament : plus il est chaud, plus la source paraîtra « blanche », c'est-à-dire qu'elle couvrira l'ensemble du spectre visible. La loi qui relie la température d'un corps avec son spectre d'émission est appelée loi de Planck ou loi du corps noir. Les lampes halogène paraissent plus blanches car dans ce cas le filament est porté à plus haute température que les lampes à filament traditionnelles¹⁰.

Allure du spectre d'émission : on peut remarquer que dans le cas d'une lampe à incandescence le spectre d'émission est continu. Le maximum du spectre d'émission est généralement dans l'infrarouge (pour la plupart des lampes à incandescence) mais peut être décalé dans les longueurs d'onde du visible à très haute température. C'est le cas par exemple du soleil, qui est un autre corps incandescent, qui présente une température externe autour de 5500 °C.



Spectres d'émission d'un corps en fonction de sa température

b) Les lampes spectrales ou lampes basse pression

Nous avons caractérisé dans la partie précédente les spectres d'émission de ce type de lampe.

Allure du spectre d'émission : les lampes à raies, comme leur nom l'indique, ne présentent que quelques raies dans leurs spectres d'émission. Les spectres d'émission sont donc discrets. (cf. partie 3.2).

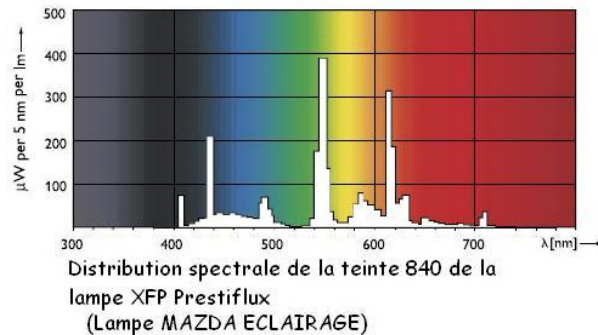
c) L'émission de fluorescence

Dans ce cas, les atomes sont excités par absorption de photons suffisamment énergétique (généralement dans l'ultraviolet ou dans les basses longueurs d'onde du domaine du visible). On observe alors une désexcitation radiative qui est émettrice de photons. La lumière émise est moins énergétique et donc à des longueurs d'onde plus élevée que le rayonnement initial excitateur. L'émission de fluorescence se fait donc toujours à une longueur d'onde plus grande que la longueur d'onde de la lumière excitatrice¹¹. Ce phénomène est utilisé dans le cadre des tubes fluorescents (« tubes néon ») et des lampes fluocompactes (ou « à économie d'énergie »).

¹⁰ Ces sources de lumière sont faiblement efficaces d'un point de vue énergétique car une grande partie de l'énergie est convertie en chaleur. C'est pourquoi ces ampoules à filament sont interdites depuis 2013 au profit des tubes fluorescents (cf. partie suivante sur la fluorescence) ou des LED.

¹¹ Les lampes « noires » utilisées dans les soirées sont en fait des tubes fluorescents émettant dans les longueurs d'onde les plus courtes du domaine visible (d'où l'aspect violet de ces lampes). Ce rayonnement est absorbé par les vêtements (en particulier les vêtements blancs) et réémis à des longueurs d'onde plus grandes.

Allure du spectre d'émission. Le principe de ces tubes est d'exciter un gaz, du mercure, comme dans le cas d'une lampe à raies. L'émission de lumière du mercure dans l'ultraviolet va alors exciter les différents types de fluorophores déposés sur toute la surface interne de la lampe fluorescente afin d'émettre de la lumière à différentes longueurs d'onde du visible. Le spectre d'émission présente des pics liés aux fluorophores présents dans les tubes.



Spectre d'émission d'un tube fluorescent

d) Autres origines physiques : électroluminescence, chimiluminescence, bioluminescence

Enfin, il existe d'autres phénomènes qui sont à l'origine de l'émission de lumière.

Les diodes électroluminescentes (DEL ou LED en anglais) sont des semi-conducteurs qui émettent de la lumière lorsqu'elles sont parcourues par un courant électrique. Ces sources sont de plus en plus répandues car elles consomment moins d'énergie que les sources de lumière traditionnelles (lampe à filament ou lampe halogène).

Dans le cas de la chimiluminescence, une réaction chimique est à l'origine de l'émission de lumière. C'est par exemple le cas des bâtons lumineux qu'il faut briser pour mélanger deux liquides qui par réaction chimique vont émettre de la lumière.

On peut également citer la bioluminescence lorsque la lumière est émise par les animaux (vert luisant, certains poissons).

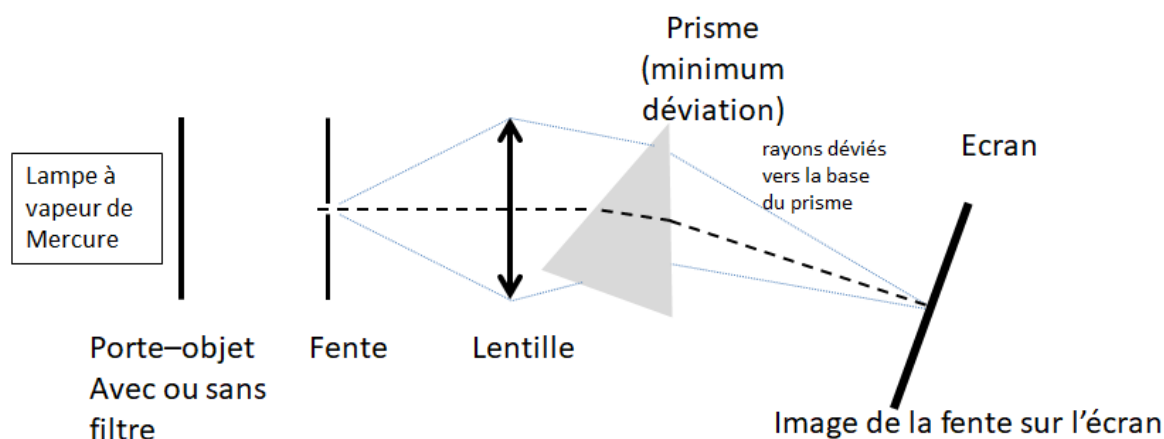
4.3 Interaction lumière-matière : absorption

Le phénomène d'absorption est la principale cause de la couleur. En effet, la plupart des objets qui nous environnent absorbent une partie de la lumière incidente tandis qu'une autre partie est renvoyée (par réflexion et/ou par diffusion) par l'objet. C'est cette composante qui va participer à la perception de couleur.

a) [EXAMTP] Spectre de transmission d'un filtre coloré

Expérience 6 : spectres de transmission d'un filtre coloré avec un prisme

Reprendre la source de lumière blanche et régler correctement la fente pour qu'elle soit projetée sur l'écran.



Intercalez sur le trajet des filtres colorés. Reproduire en couleur le parcours des rayons de la source à l'écran et expliquer ce que vous observez avec le filtre Magenta

Comment expliquez-vous la couleur observée ? Que deviennent d'après vous les radiations qui ont disparu ?

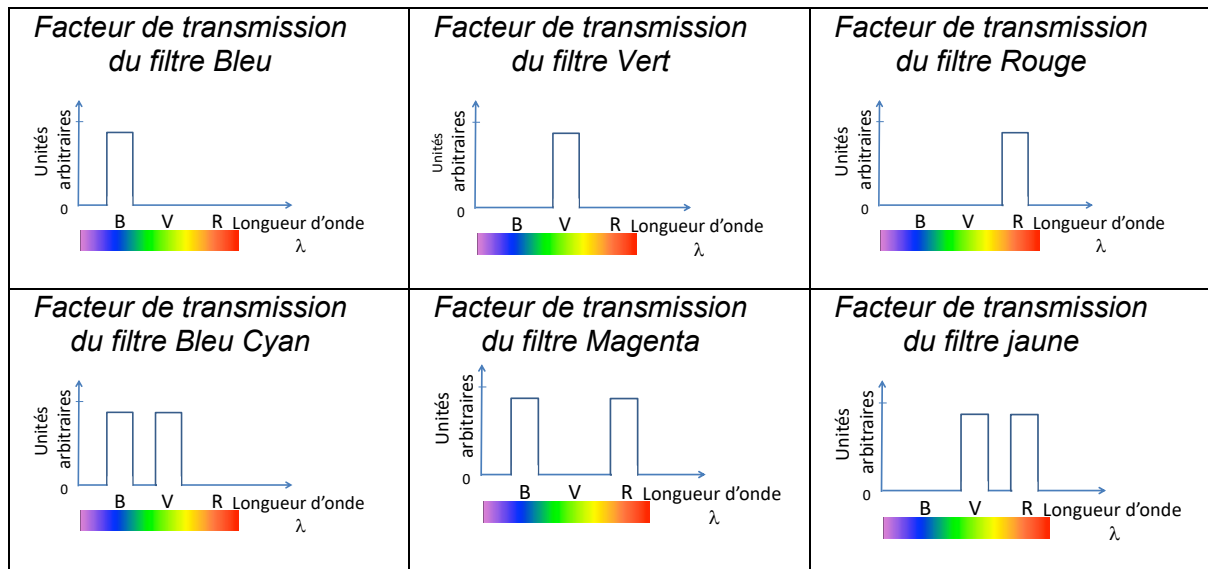
Placez le filtre avant puis après le prisme. Quelle est l'influence de la position du filtre (avant ou après le prisme) ?

Le spectre de transmission est caractérisé par :

$$T(\lambda) = 100 \frac{L_{\text{lumière transmise}}(\lambda)}{L_{\text{lumière incidente}}(\lambda)}$$

avec L la luminance qui mesure l'intensité de lumière par unité de surface. Dans cette expérience, $L_{\text{lumière incidente}}$ correspond à la luminance de la lumière blanche et $L_{\text{lumière transmise}}$ à celle de la lumière transmise par le filtre.

Les transmissions de la lumière blanche obtenues par des filtres parfaits des couleurs primaires et complémentaires sont assemblées ci-dessous :



b) Caractérisation de l'absorption de la lumière par un objet

Afin de caractériser optiquement cette interaction, on doit mesurer le spectre de réflexion (ou de transmission) de l'objet étudié. Cette mesure se fait à l'aide d'un spectromètre (détecteur), qui est caractérisé par une sensibilité spectrale homogène sur l'ensemble du domaine visible.

Ici, nous regardons le spectre de réflexion qui est définie par :

$$R(\lambda) = 100 \frac{L_{\text{échantillon}}}{L_{\text{blanc de référence}}}$$

avec L la luminance qui mesure l'intensité de lumière par unité de surface. Dans cette expérience, $L_{\text{blanc de référence}}$ correspond à la luminance de la lumière réfléchi pour un objet blanche de référence et $L_{\text{échantillon}}$ à celle de la lumière réfléchi par l'objet d'étude.

Note : afin de remonter aux propriétés spectrales de l'objet, il est donc nécessaire de s'affranchir des propriétés de la source lumineuse. Cette opération est effectuée en mesurant le spectre d'un blanc de référence (échantillon diffusant qui possède la propriété de réfléchir de manière équivalente l'ensemble des longueurs d'onde du domaine du visible). La réponse spectrale détectée par le spectromètre est alors normalisée par le spectre de la source.

4.4. L'œil et la vision des couleurs

Comment fonctionne notre vision des couleurs ?

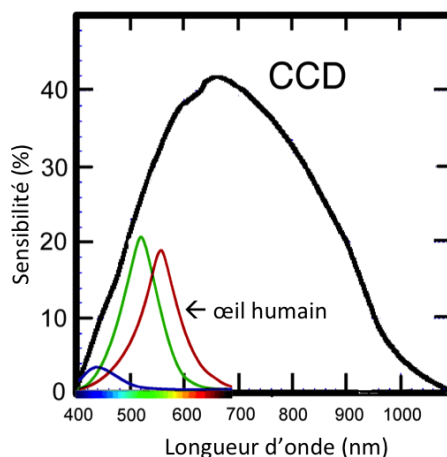
La réponse à cette question a été suggérée par Young, médecin et physicien anglais de génie au XIX^{ème} siècle, connu en physique pour ses études sur les interférences. Il a suggéré que notre vision des couleurs était basée sur l'existence de trois types de détecteurs différents dans notre œil.

Grossièrement, l'œil fonctionne comme une chambre noire en photographie. La cornée et le cristallin jouent le rôle d'une lentille qui permet d'effectuer une image de la scène extérieure sur un "écran" situé au fond de l'œil, la rétine (cf. chapitre 3). Sur la rétine, sont disposées des cellules photoréceptrices de deux sortes : les cônes et les bâtonnets, qui tirent leur nom de leur forme. La rétine humaine comporte environ 120 millions de bâtonnets et 5 millions de cônes, soit 70% des récepteurs de notre organisme, ce qui souligne l'importance des yeux et de l'information visuelle. Les cônes et les bâtonnets assurent deux fonctions différentes dans la vision humaine.

- Les bâtonnets sont plus sensibles à la lumière que les cônes. Ce sont eux qui interviennent dans la vision nocturne ou vision scotopique. Ils ont la particularité d'être tous identiques et ils ne permettent pas de distinguer les couleurs. La vision nocturne se fait donc en noir et blanc, d'où le fait que « la nuit tous les chats sont gris ».
- Les cônes permettent la reconnaissance des couleurs mais requièrent davantage de lumière. Ils permettent donc la vision de jour ou vision photopique

La vision des couleurs chez l'homme repose sur trois types de cônes, sensibles à des longueurs d'onde différentes, il s'agit d'une vision trichromatique :

- les cônes "bleus" absorbent le mieux les longueurs d'onde autour de 455 nm
- les cônes "verts" absorbent le mieux les longueurs d'onde autour de 530 nm
- les cônes "rouges" absorbent le mieux les longueurs d'onde autour de 575 nm.



Courbes de réponse des cônes de la rétine : de gauche à droite : pour les "bleus", les "verts" et les "rouges" et sensibilité spectrale d'un capteur CCD commercial

La figure ci-dessus montre les courbes de réponse des cônes en fonction de la longueur d'onde en comparaison avec la sensibilité spectrale d'un capteur CCD.

Les intervalles de longueurs d'onde caractérisant la sensibilité de chacun des types de cônes ne sont pas séparés les uns des autres mais se chevauchent. Une combinaison complexe des informations issues des trois types de cônes permet de retrouver l'information spectrale. Ainsi, une lumière bleuâtre autour de 500 nm stimule principalement les cônes verts, mais aussi les rouges et les bleus dans une moindre mesure. La perception d'une lumière jaune autour de 575 nm stimule à peu près également les cônes verts et rouges. Si tous les cônes sont stimulés de

manière égale, nous voyons du blanc.

L'interprétation des couleurs passe enfin par une étape de traitement de l'information. Les cellules rétinienne effectuent tout d'abord un travail considérable de pré-traitement de l'information détectée par les photo-récepteurs. En effet, le nerf optique est constitué de seulement 1,2 millions d'axones, alors que l'information initiale est collectée par 125 millions de photo-récepteurs. Le nerf optique transmet alors l'information jusqu'au cortex visuel où est réalisé le traitement cérébral. Cette zone est constituée de différentes sous-régions fonctionnelles qui vont traiter les informations provenant des voies visuelles (couleurs, formes, mouvements...). C'est cette étape qui nous permet de reconnaître et de nommer les couleurs.

Les capteurs CCD monochromatiques ont un maximum de sensibilité dans le rouge et l'infrarouge proche jusqu'à environ 900 nm. Cette sensibilité dans l'infrarouge peut être facilement observée quand on filme le signal issu d'une télécommande de téléviseur avec un caméscope ou un téléphone portable récent (essayez!). Par contre, dans le cas de caméras couleurs, des filtres colorés sont placés devant chacun des pixels. Trois types de filtres sont utilisés pour retrouver une information trichromatique qui permet ensuite de remonter à rendu complet des couleurs (cf. la suite de ce chapitre).

4.5 Synthèse des couleurs

a) Synthèse additive

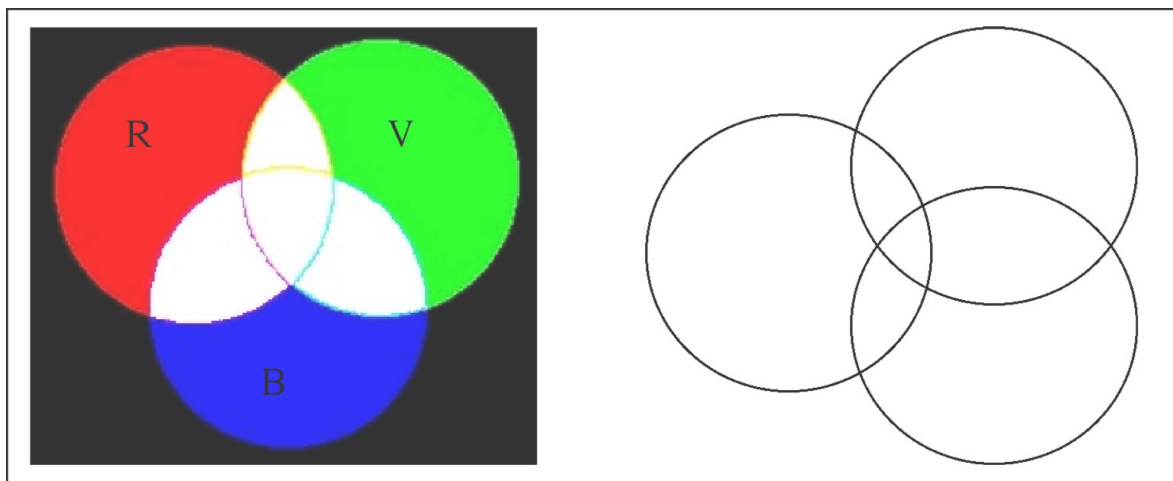
Principe de la synthèse additive

La synthèse additive consiste à additionner trois flux lumineux provenant de sources dites couleurs primaires. On constate qu'il est alors possible de reproduire presque l'ensemble des couleurs à partir de ces couleurs primaires en jouant sur la quantité de chacun de ces flux. Les trois couleurs primaires généralement utilisées sont le vert, le rouge et le bleu.

Expérience 10 (à réaliser par l'enseignant) : *synthèse additive*

Réaliser l'addition des trois couleurs primaires (rouge, vert et bleu), en superposant trois faisceaux. Utiliser pour cela le dispositif tout fait de Jeulin avec rétroprojecteur, ou additionner les faisceaux de trois lampes suivies d'un filtre respectivement rouge, vert et bleu.

Complétez le schéma ci-dessous en indiquant les couleurs observées.



Synthèse additive : Jaune : addition de rouge et de vert en proportions égales

Cyan = addition de bleu et de vert en proportions égales

Magenta = addition de rouge et de bleu en proportions égales

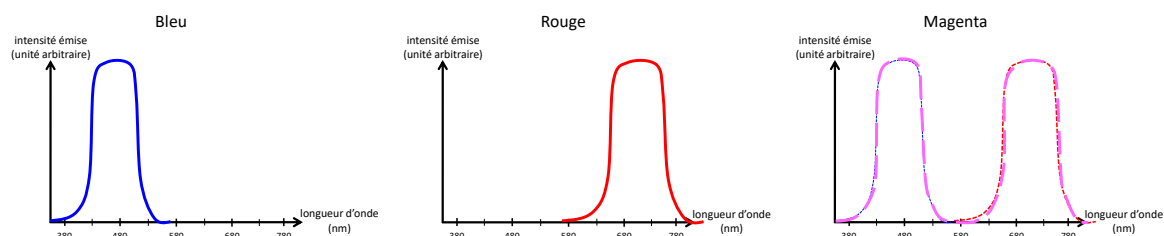
Quelles conditions doivent remplir les trois faisceaux pour obtenir du blanc par mélange des faisceaux ?

L'expérience précédente montre qu'on peut construire une nouvelle couleur par superposition de plusieurs couleurs. En jouant sur l'intensité de chacun des faisceaux indépendamment, il est possible de faire varier les couleurs obtenues. En effet, on peut construire toutes les couleurs par mélange de trois couleurs dites "primaires" dans des proportions variables. Le choix de ces couleurs primaires est assez arbitraire, chacune d'entre elles devant couvrir une bande de fréquences donnée du domaine optique, avec des recouvrements entre les trois bandes de manière à restituer tout le domaine optique.

Interprétation de la synthèse additive

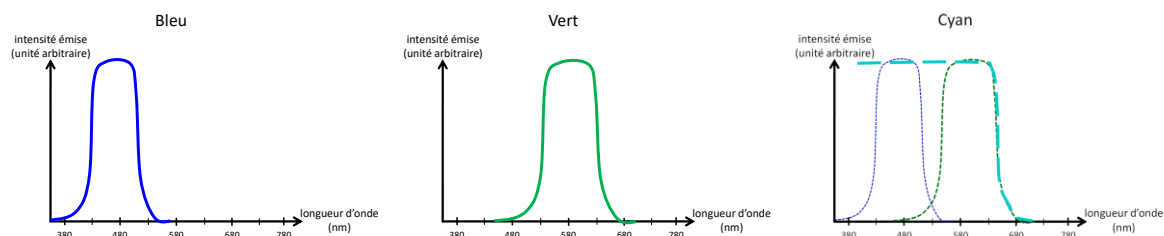
Du point de vue spectral, la synthèse additive consiste à additionner les composantes spectrales des différentes sources initiales.

Ainsi, une lumière bleue possède un spectre d'émission dans les plus basses longueurs d'onde du visible. Une lumière rouge est caractérisée par une émission dans les plus hautes longueurs d'onde du visible. Lorsque ces deux faisceaux lumineux sont projetés sur un écran blanc, le spectre résultant de ces deux faisceaux de lumière correspond à l'addition de ces deux spectres. Il s'agit du magenta. Ceci est valable si les intensités des deux faisceaux sont équivalentes. Le principe de la synthèse additive est représenté sur la figure ci-dessous.

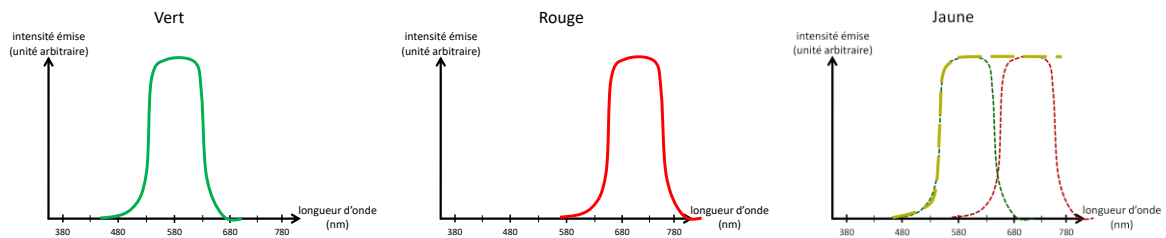


Spectres d'émission modélisés pour une lumière bleue, rouge et pour la synthèse additive de ces deux sources de lumière

Le même raisonnement peut être réalisé pour l'obtention du cyan à partir de la synthèse additive du bleu et du vert. De même pour obtenir du jaune à partir de la synthèse additive du rouge et du vert



Spectres d'émission modélisés pour une lumière bleue, verte et pour la synthèse additive de ces deux sources de lumière



Spectres d'émission modélisés pour une lumière verte, rouge et pour la synthèse additive de ces deux sources de lumière

Applications de la synthèse additive

Les écrans sont sans doute aujourd'hui l'application la plus répandue de la synthèse additive. Le but de ces écrans (écrans plats, tablette, téléphone portable, affichage¹²) est de recréer une palette des couleurs la plus large possible afin d'afficher des images en couleurs qui se veulent le reflet de la réalité. En fait ces écrans sont constitués de trois types de pixels distincts : rouge, vert et bleu, dont la taille est suffisamment petite pour que notre œil ne soit pas capable de les résoudre individuellement. Ainsi, notre œil va faire la synthèse des différents signaux reçus, c'est le principe de la fusion optique. La couleur obtenue correspond donc à la synthèse additive des différents pixels dans une zone de l'écran. En modulant de l'intensité de ces différents pixels, il est ainsi possible de recréer une palette complète de couleur.

Ainsi le système RVB, pour Rouge-Vert-Bleu (RGB en anglais pour Red-Green-Blue) est à la base de la colorimétrie pour l'ensemble des systèmes numériques.

La perception des couleurs par notre système visuel est également basée sur la synthèse additive. En effet, nos photo-récepteurs intègrent l'ensemble de l'information provenant d'une zone de notre champ de vue.

L'utilisation des lumières sur une scène de spectacle afin de recréer des ambiances colorées est également basée sur la synthèse additive. En effet, les composantes spectrales des différents spots de lumière vont se composer pour donner lieu à la couleur finale sur scène.

Enfin, dans l'histoire de l'art, un mouvement artistique a également utilisé le principe de la synthèse additive pour le rendu final des œuvres d'art. Il s'agit du pointillisme. Dans ces œuvres, l'observateur placé à une certaine distance de l'œuvre, ne peut pas séparer chacun des points. L'information perçue par notre système visuel correspond à la fusion des composantes spectrales des différents points. C'est le principe de la fusion optique.

¹² Attention, il est important de noter que si tous ces écrans utilisent le même principe de synthèse additive pour reproduire les couleurs, les technologies qui les composent sont très variées. Par exemple, parmi les écrans plats, les technologies les plus courantes sont les écrans plasma, écrans à diodes (LED ou OLED) et les écrans LCD

b) Synthèse soustractive

Principe de la synthèse soustractive

La synthèse soustractive consiste à soustraire au spectre visible certaines composantes spectrales. Généralement, le principe consiste à partir d'un fond uniforme blanc. Dans ce cas, le spectre de réflexion d'un tel support est plat sur l'ensemble du spectre visible. Certaines couleurs sont appliquées sur ce support. Chaque couleur va absorber une partie du rayonnement initial. Ainsi la couleur résultante correspond à la soustraction liée aux différents composants colorés appliqués. C'est le principe utilisé par les peintres sur leur palette dans le mélange des couleurs pour obtenir la teinte recherchée.

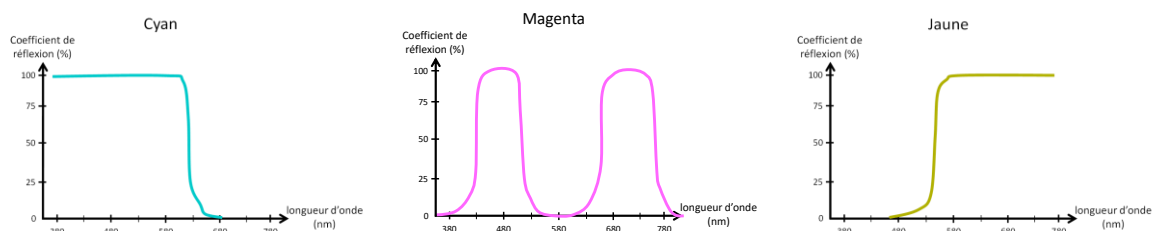
Le jeu de couleurs primaires utilisé pour la synthèse soustractive est différent de celui présenté précédemment pour la synthèse additive. Cette fois-ci les trois couleurs primaires utilisées dans la synthèse soustractive sont le cyan, le jaune et le magenta.

Interprétation de la synthèse soustractive

Du point de vue spectral, la synthèse soustractive consiste à soustraire à un spectre plat représentant le blanc les composantes spectrales de la couleur étudiée.

Le point de départ est donc un spectre plat qui présente un facteur de réflectance égal à 100 % sur l'ensemble du spectre visible.

- Le cyan correspond au spectre du blanc auquel on a ôté les plus hautes longueurs d'onde (correspondant au rouge). Autrement dit le cyan est une couleur composée du mélange des longueurs d'onde correspondant au bleu et au vert.
- Le jaune correspond au spectre du blanc auquel on a ôté les plus basses longueurs d'onde (correspondant au bleu). Autrement dit le jaune est une couleur composée du mélange des longueurs d'onde correspondant au vert et au rouge.
- Le magenta correspond au spectre du blanc auquel on a ôté les longueurs d'onde intermédiaires du spectre visible (correspondant au vert). Autrement dit le magenta est une couleur composée du mélange des longueurs d'onde correspondant au bleu et au rouge.



Spectres de réflexion modélisés des trois couleurs primaires utilisées dans la synthèse soustractive : cyan, magenta et jaune

Applications de la synthèse soustractive

La synthèse soustractive est bien connue des peintres. En effet, toutes les couleurs obtenues sur la palette du peintre le sont par synthèse soustractive. En mélangeant deux peintures les pigments de chacune d'elle va absorber certaines longueurs d'onde. La lumière réfléchi correspond aux longueurs d'onde qui ne sont absorbées par aucun des deux peintures.

Cette synthèse est utilisée pour les impressions couleurs. On utilise dans ce cas le système CYMK (pour cyan, yellow, magenta, black en anglais). Le mélange bien dosé des trois couleurs va permettre de reconstituer la palette complète des couleurs lors d'une impression et le noir permet de compléter cette palette pour les couleurs les plus sombres.

Résumé du chapitre 4:

Un matériau dont l'indice de réfraction du matériau dépend de la longueur d'onde disperse la lumière blanche : cela signifie qu'il dévie chaque radiation d'un angle qui est fonction de la longueur d'onde. L'eau et les verres sont des matériaux dispersifs qui dévient plus le bleu que le rouge.

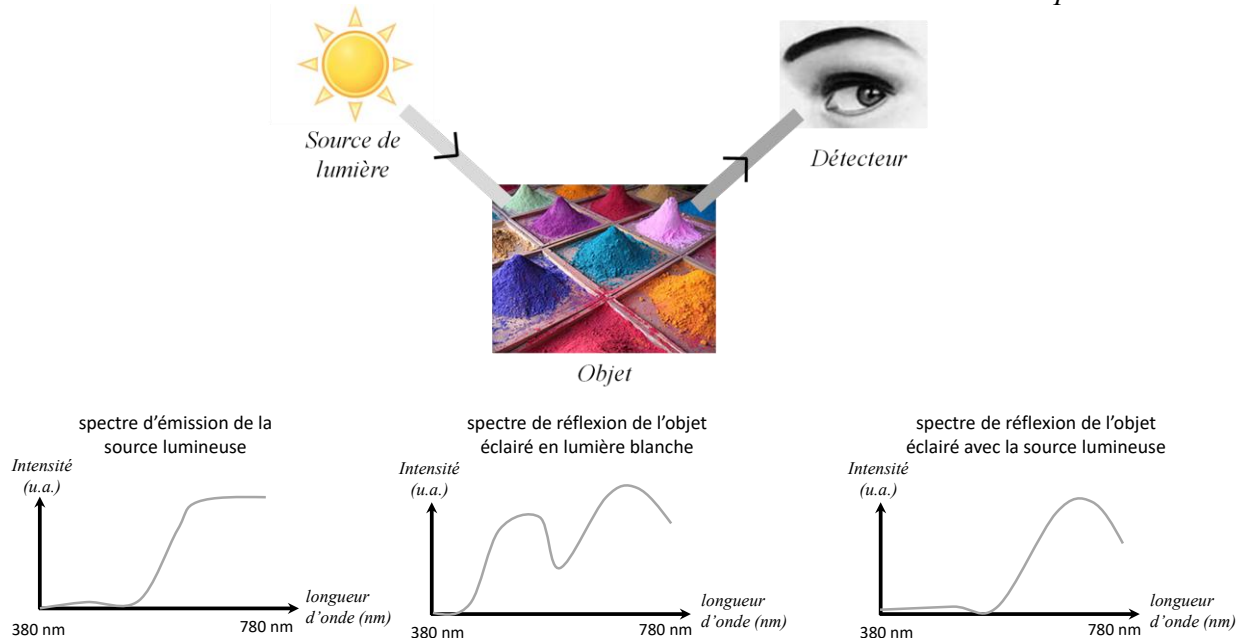
Si les arcs-en-ciel existent, c'est parce qu'une goutte d'eau sphérique possède un minimum de déviation qui dépend de la longueur d'onde, mais pas de la taille de la goutte d'eau.

La spectroscopie est l'étude d'un rayonnement lumineux (provenant d'une source lumineuse ou d'un objet en réflexion) par sa décomposition en ses différentes fréquences au moyen de prismes ou réseaux de diffraction. En spectroscopie, un prisme s'utilise au minimum de déviation.

Il existe des rayonnements à spectres continus, (rayonnement thermique dit de corps noir comme celui émis par les corps incandescents) ou à spectres discrets (comme les spectres de raies des lampes à basse pression).

La couleur est une notion subjective liée à chaque observateur. La notion de couleur fait intervenir trois partenaires.

- la source lumineuse
- l'objet
- l'œil de l'observateur et le traitement cérébral de l'information effectuée *a posteriori*.

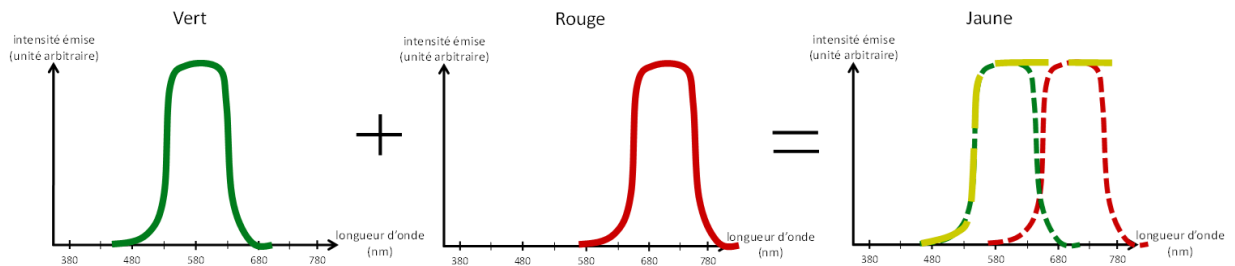


La couleur perçue dépend de la composition spectrale de la source lumineuse, des bandes de longueurs d'onde absorbées par l'objet et de la sensibilité spectrale de l'œil de l'observateur.

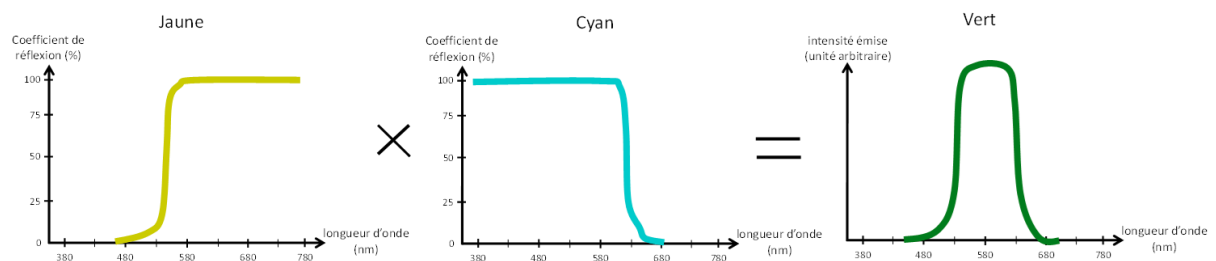
La rétine de l'œil humain est constituée de deux types de photo-récepteurs : les bâtonnets, très sensibles, mais qui ne différencient pas les couleurs, et 3 sortes de cônes, sensibles à des bandes spectrales distinctes correspondant au bleu, au vert, ou au rouge.

Synthèses additive et soustractive

La couleur observée peut être le résultat de l'addition de plusieurs émissions lumineuses (synthèse additive) comme par exemple dans le cas des écrans plats ou de l'addition de plusieurs sources.



La couleur observée peut également être le résultat de l'absorption (soustraction) de certaines longueurs d'onde à partir d'un rayonnement blanc incident comme dans le cas des peintures ou des impressions en couleur (synthèse soustractive).



ANNEXES

SOMMAIRE DES ANNEXES

A. COMPÉTENCES ET ÉVALUATION DES TP ET DE L'EXAMEN DE TP

1. Critères utilisés pour l'évaluation en séance de TP.....	119
1.1 Savoir-être	119
1.2 Savoir-faire expérimentaux	119
1.3 Connaissances	119
2. Méthodes : rédaction d'un rapport scientifique.....	119
2.1 Plan conventionnel d'un rapport scientifique	119
2.2 Conseils de rédaction d'un rapport scientifique	121
2.3 Adopter une démarche scientifique pour écrire un bon compte-rendu	122
3. Tracer un graphe $Y = f(X)$ sur du papier millimétré.....	122
3.1 Présentation du graphe	122
3.2 Choix de l'échelle	122
3.3 Tracé des points de mesure	123
3.4 Tracé de la courbe	123
4. Compétences expérimentales à acquérir pour l'examen de TP.....	123

B. MESURES, ESTIMATION ET PROPAGATION DES INCERTITUDES

1. Introduction à la mesure.....	125
1.1 La mesure en physique	125
1.2 L'erreur de mesure : une grandeur inaccessible	125
1.3 Erreur aléatoire et erreur systématique	126
1.4 L'incertitude : une estimation de l'erreur	127
1.4.1 Intervalle de confiance	127
1.4.2 Incertitude absolue	127
1.4.3 Incertitude relative	127
1.5 Chiffres significatifs	127
2. Comment calculer une incertitude à partir des mesures ?	128
2.1 Cas d'une grandeur mesurée directement	128
2.1.1 Méthode statistique	128
2.1.2 Évaluation directe	129
2.2 Cas d'une grandeur mesurée indirectement	129
2.2.1 La méthode par encadrement	130

2.2.2 La méthode de la dérivée	130
3. Modélisation et détermination de paramètres	132
3.1 Premier cas : on connaît les incertitudes sur chaque valeur	132
3.2 Second cas : on ne connaît pas les incertitudes sur les mesures	133
4. Fiche outil d'estimation et de propagation des incertitudes	134
4.1 Estimation des incertitudes de mesure	134
4.2 Écriture de résultats avec incertitudes	135
4.3 Comparaison de résultats avec incertitudes	135
4.4 Propagation des incertitudes	135
4.5 Incertitudes sur un graphique	135
5. Les grandeurs algébriques	136
5.1 Grandeurs scalaires, vectorielles, algébriques	136
5.2 Distances algébriques	136
5.3 Lois algébriques	138

A. COMPÉTENCES ET ÉVALUATION DES TP

1. Critères utilisés pour l'évaluation en séance de TP

1.1 Savoir-être

- Attitude individuelle : ponctualité, bavardages, dynamisme, implication, motivation durant la séance, ...
- Gérer le temps imparti
- Travailler de façon autonome : fréquence de sollicitation de l'enseignant, prise d'initiatives, ...
- Travailler en groupe : entraide entre binômes, répartition équilibrée du travail, explications mutuelles sur ce que chacun a fait, ...

1.2 Savoir-faire expérimentaux

- Manipuler avec soin : règles de sécurité, propretés des optiques, rangement en fin de séance, ...
- Réaliser un alignement optique
- Expliquer oralement une démarche expérimentale
- Effectuer une mesure et estimer les incertitudes associées

1.3 Connaissances

- Observer et interpréter en utilisant ses connaissances

2. Méthodes : rédaction d'un rapport scientifique

2.1 Plan conventionnel d'un rapport scientifique

Le but d'un compte rendu de travaux pratiques est de présenter les différentes étapes de la démarche expérimentale qui permettent de répondre intégralement ou en partie à un problème scientifique posé. Il s'agit d'un document scientifique. Cette méthodologie reste donc valable quel que soit le document scientifique rédigé (compte rendu, rapport de stage, article scientifique...).

Introduction	- Contexte (quelques phrases) <i>ex/: Dans un référentiel supposé galiléen, la dynamique d'un point matériel est régie par trois lois fondamentales dites lois de Newton : (1) xxx, (2) xxx, (3) xxx.</i> - Objectif du TP (1 ou 2 phrases). <i>ex/: Dans ce travail, nous cherchons à vérifier expérimentalement la première loi de Newton.</i> - Description très succincte de l'approche expérimentale envisagée <i>ex/: Pour ce faire, nous étudierons le mouvement d'un mobile préparé de sorte qu'il ne subisse aucune force.</i>
Partie dont le titre reflète un des sous-objectifs de la séance. Il peut y avoir plusieurs parties en fonction du nombre de manipulations et de thèmes abordés.	<u>Présentation de la manipulation</u> - Objectif de l'expérience - Présentation des conditions expérimentales schéma de l'expérience ou référence à une figure de l'énoncé Introduction des notations utilisées, sur le schéma et dans le texte. <i>ex/: v_1 désigne la vitesse du mobile au point de mesure 1.</i> - Présentation succincte des mesures et des analyses envisagées <u>Observations ou mesures</u> - Identification des grandeurs : paramètres contrôlés et grandeurs mesurées. - Description de la méthode de mesure - Description de la méthode d'évaluation des incertitudes de mesure. - Report des résultats bruts¹³ dans un tableau ou dans un graphique incluant les incertitudes de mesure. <u>Exploitation des mesures</u> - Rappel des relations attendues entre les différentes grandeurs physiques d'après le modèle théorique, et des hypothèses importantes (justification de la validation des hypothèses) - Calcul des grandeurs physiques pertinentes et de leurs incertitudes à partir des grandeurs mesurées. Indiquez les formules utilisées <u>sous forme littérale</u>, puis faites l'application numérique. Présentation des grandeurs physiques calculées avec leurs incertitudes et le bon nombre de chiffres significatifs. <i>ex/: $X = 32.56 \pm 0.02 \text{ mm}$</i> - Comparaison au modèle, éventuellement à l'aide d'un graphique. Discussion qualitative, puis quantitative. - Conclusion en rapport avec l'objectif énoncé en début de partie.
Conclusion	- Résumé de la démarche expérimentale, des résultats obtenus et de l'interprétation de ceux-ci. - Avis personnel concernant les expériences réalisées, la démarche scientifique et ses limites, les possibilités d'expériences complémentaires et d'applications.

¹³ Par résultats bruts, on entend les valeurs de toutes les grandeurs mesurées, avant traitement des données.

2.2 Conseils de rédaction d'un rapport scientifique

Rendons à César ce qui est à César (1) : indiquez votre nom sur le compte-rendu, ainsi que celui de votre binôme le cas échéant.

Votre texte doit être clair, court et précis :

Structurez votre texte en paragraphes, chaque paragraphe correspondant à une idée. Privilégiez les phrases simples et courtes.

Dès que possible, utilisez tableaux, graphes et schémas. Ceux-ci permettent de présenter une grande quantité d'informations sur peu d'espace, et offrent une vue globale sur un montage ou un ensemble de données expérimentales.

Détachez votre texte de l'énoncé. Si l'énoncé comporte des questions, ne vous contentez pas d'y répondre l'une après l'autre. Rédigez votre texte dans un tout cohérent qui s'enchaîne de manière fluide. Ne recopiez pas ce qui est déjà écrit par ailleurs, et privilégiez une référence en bonne et due forme (« d'après le protocole page 10 du guide,... »).

Les commentaires subjectifs sont à proscrire. Evitez les phrases telles que « Cette mesure est bizarre », ou bien « $n=1.2$, ceci semble assez faible ». Utilisez plutôt du vocabulaire précis, comme « Cette mesure est très différente de la tendance observée sur les autres mesures. Il s'agit d'un point aberrant » ou « $n=1.2$, ce qui est 20% plus faible que la valeur prédite par le modèle ou que la valeur tabulée... ».

Mettez en valeur les éléments importants de votre compte-rendu. Vous pouvez par exemple encadrer les relations importantes, souligner vos résultats majeurs, dégager les parties importantes via l'usage de couleurs, puces, chiffres...

Un langage correct, une bonne orthographe ainsi qu'une écriture aérée et lisible seront toujours un plus.

Les **figures et les tableaux** doivent être numérotés puis appelés/commentés dans le texte. Sinon, cela signifie qu'ils ne sont pas nécessaires au raisonnement scientifique... Accompagnez ceux-ci d'une légende.

ex/ : sous le tableau 1, une légende : « Tableau 1 : Temps de passage du mobile sous chacune des quatre cellules photoélectriques » + dans le texte « Les données brutes du temps de passage du mobile pour chaque cellule sont données dans le Tableau 1 ».

Sur les **graphiques**, écrivez ce qui est porté en x et en y avec les unités. Choisissez les échelles de sorte que votre courbe occupe le maximum d'espace disponible. S'il y a plusieurs courbes, indiquez dans une légende la correspondance entre les symboles et les grandeurs physiques représentées. Les graphiques sont des figures. Ils doivent être numérotés puis appelés et commentés dans le texte.

ex/ : sous le graphique 1, une légende : « Graphique 1 : Vitesse du mobile en fonction de sa position » + dans le texte « Sur le graphique 1, on a tracé la vitesse du mobile en fonction de sa position. On observe une courbe croissante.

Dans les **tableaux**, chaque ligne et/ou colonne comporte la quantité portée dans le tableau et son unité.

Dans les **équations ou formules**, tous les paramètres doivent être bien définis.

Vos **mesures et résultats** doivent toujours être accompagnés de leurs incertitudes et écrits avec le bon nombre de chiffres significatifs. N'oubliez pas les unités. Donnez toujours les formules littérales qui vous ont permis de calculer grandeurs physiques et incertitudes.

2.3 Adopter une démarche scientifique pour écrire un bon compte-rendu

Lors du processus d'expérimentation, les pièges sont nombreux : matériel défectueux, erreurs de mesure, erreurs de calcul des grandeurs physiques et de leurs incertitudes... **Adoptez un regard critique**, demandez-vous à chaque étape de votre démarche si vos résultats ont un sens, s'ils sont cohérents avec ce qu'on peut attendre.

La présentation des mesures brutes et des conditions de mesure est une étape incontournable du travail d'un expérimentateur. Si l'interprétation des mesures s'avère fausse, il doit être possible de reprendre les données brutes et d'élaborer un meilleur raisonnement. Par ailleurs, en indiquant de façon claire et détaillée votre protocole de mesure, vous permettez à une personne à l'autre bout du monde de reproduire et d'éprouver vos résultats.

Au début des études en Physique, les expériences servent souvent à vérifier la validité de modèles théoriques bien établis. Aux frontières de la recherche, les expériences peuvent aussi apporter des données qu'il convient de reproduire avec une modélisation physique adéquate. Dans les deux cas, **la détermination des barres d'erreur et des incertitudes est indispensable**, car elle fixe la précision à laquelle l'accord théorie-expérience doit être vérifié.

En tant que jeune étudiant(e) en science, vous devez dès à présent exiger **l'intégrité scientifique** pour vous-même et pour vos collègues. Lors de vos TP, ne cherchez pas à « modifier » vos résultats s'ils ne paraissent pas cohérents. Discutez plutôt les problèmes potentiels (montage, méthode de mesure, validité des différentes hypothèses...) que vous avez pu rencontrer. Si vous constatez des erreurs dans vos mesures, il est important de le souligner. Soyez conscients que l'équipe enseignante valorise au moins autant votre logique et votre démarche scientifique que vos résultats. **Rendons à César ce qui est à César (2)**. Si vous copiez du texte ou que vous utilisez d'autres données que les vôtres, citez vos sources. Sinon, on peut considérer cela comme du plagiat.

3. Tracer un graphe $Y = f(X)$ sur du papier millimétré

3.1 Présentation du graphe

Votre graphe $Y = f(X)$ doit comporter :

- une graduation régulière des deux axes (ne pas reporter vos mesures sur les axes) ;
- les grandeurs écrites au bout de chaque axe, suivies de leurs unités entre parenthèses ;
- un titre.
-

3.2 Choix de l'échelle

Comment choisir une échelle adaptée à chaque axe pour maximiser la taille du graphe ?

- Calculez l'écart entre les valeurs minimale et maximale de chaque grandeur X et Y à tracer : ΔX , ΔY .
- Comptez le nombre de carreaux dont vous disposez pour chaque axe : n_X , n_Y .
- Arrondissez $\Delta X/n_X$ à la valeur supérieure la plus commode à utiliser : ce sera votre échelle sur l'axe X . Faites de même pour l'axe Y .

Vous pouvez aussi changer l'orientation de votre feuille (Portrait, Paysage) si cela permet d'avoir un graphe plus grand.

Exemple : Tracer $D^2 - d^2 = f(D)$

- $\Delta X = 100 \text{ cm}$; $\Delta Y \sim 10 \times 10^3 \text{ cm}^2$
- Nombre de carreaux selon X : $n_X = 18$; selon Y : $n_Y = 28$
- $\Delta X / n_X = 100/18 = 5.5 \text{ cm / carreau}$;
- $\Delta Y / n_Y = 10 \times 10^3 / 28 = 0.36 \times 10^3 \text{ cm}^2 / \text{carreau}$

On peut choisir :

- axe X : 1 carreau $\Leftrightarrow 10 \text{ cm}$
- axe Y : 1 carreau $\Leftrightarrow 0.5 (x10^3) \text{ cm}^2$
-

D (cm)	$D^2 - d^2 (\text{cm}^2)$
100	$9,0 \cdot 10^3$
120	$10,7 \cdot 10^3$
140	$12,7 \cdot 10^3$
160	$14,2 \cdot 10^3$
180	$16,0 \cdot 10^3$
200	$18,4 \cdot 10^3$

3.3 Tracé des points de mesure

Représentez vos points de mesure par des croix (+), accompagnées de barres d'erreur dont la hauteur et la largeur correspondent aux intervalles de confiance $[x-\delta x; x+\delta x]$ et $[y-\delta y; y+\delta y]$ (cf. chapitre 5).

3.4 Tracé de la courbe

Ne jamais joindre les points de mesure par des segments de droite.

Si les mesures sont compatibles avec une relation linéaire (c.à.d. s'il existe au moins une droite qui passe par toutes les barres d'incertitudes), tracer la droite moyenne à la règle.

Sinon, tracer une courbe régulière à main levée, quitte à ne pas passer par toutes les barres d'incertitudes.

4. Compétences expérimentales à acquérir pour l'examen de TP

Compétences expérimentales	Chapitres concernés
Estimer une incertitude de mesure à partir de ses propres mesures.	1-3
Mesurer l'indice de réfraction d'un matériau transparent.	1
Réaliser l'image d'une fente.	3-4
Mesurer la distance focale d'une lentille, convergente ou divergente	3
Réaliser un faisceau parallèle.	3
Réaliser l'image d'un objet réel sur un écran. Mesurer la position et le grandissement, avec leurs incertitudes.	3
Réaliser une image nette dans les conditions de Gauss.	3
Réaliser la dispersion de la lumière blanche au minimum de déviation par un prisme.	4
Réaliser le spectre d'émission d'une lampe basse pression par un prisme.	4
Réaliser le spectre d'absorption d'une substance translucide par un prisme.	4

Cette liste est indicative. L'examen de TP pourra également porter sur des montages expérimentaux non étudiés pendant l'année, mais pour lesquels vous aurez les connaissances nécessaires.

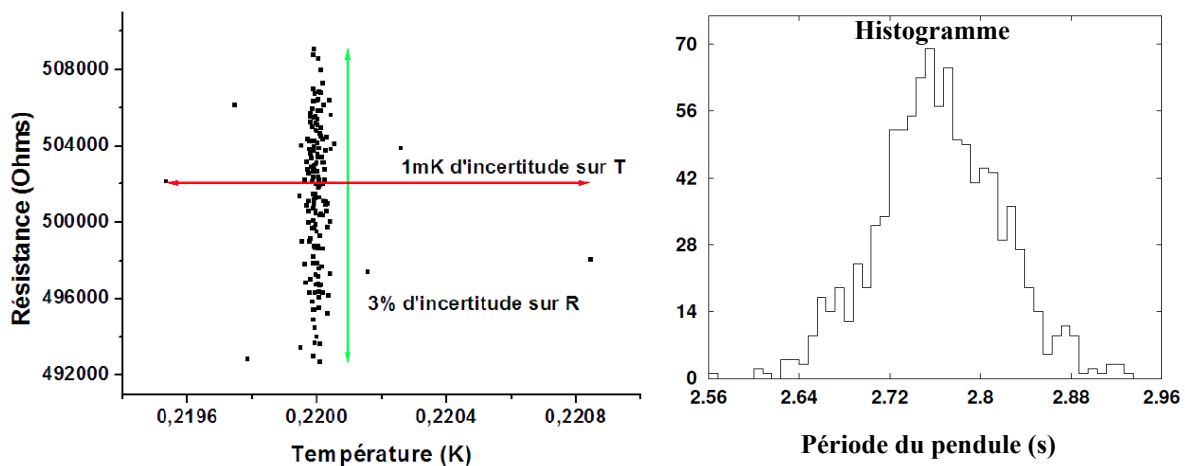
B. MESURES, ESTIMATION ET PROPAGATION DES INCERTITUDES

1. Introduction à la mesure

1.1 La mesure en physique

Commençons par signaler qu'on confond *l'action* de mesurer avec le *résultat* de cette action en un même terme, celui de mesure.

En sciences expérimentales, il n'existe pas de mesures exactes. Si l'on répète plusieurs fois la mesure d'une grandeur, dans des conditions apparemment semblables, on obtient en général des résultats différents, caractérisés par une certaine *dispersion* sur ces résultats. Par dispersion, on veut dire que les mesures se répartissent sur un intervalle plus ou moins grand autour de la valeur moyenne, comme montré sur les figures ci-dessous.



Mesure d'une résistance : dispersion sur la mesure de la résistance et sur celle de la température à laquelle la mesure a été faite.

La dispersion des mesures a des origines multiples :

- La grandeur mesurée peut fluctuer de manière incontrôlée, comme c'est le cas par exemple pour la pression ou la température (cf. figure de gauche ci-dessus).
- L'instrument de mesure n'est jamais parfait. Il a un certain temps de réponse, et il est plus ou moins précis et/ou sensible.
- Enfin, l'expérimentateur lui-même joue un rôle. Par exemple, les graduations de lecture sont plus ou moins épaisses, la netteté d'une image sur un écran pas toujours facile à apprécier, les réflexes variables (cas de la figure de droite ci-dessus où il faut déclencher le chronomètre lors du passage du pendule à la verticale).

La dispersion des mesures étant inhérente à toute mesure physique, elle n'est jamais nulle, quelle que soit la méthode expérimentale employée. Mais on peut la réduire en prenant les précautions expérimentales nécessaires.

1.2 L'erreur de mesure : une grandeur inaccessible

On cherche à mesurer la valeur d'une grandeur physique x , valeur que nous appellerons valeur de référence et que nous noterons x_{ref} . D'après ce qui précède, on conçoit que la valeur mesurée, valeur expérimentale notée x_{exp} , sera toujours a priori différente de la valeur de référence x_{ref} , et que cette valeur de référence est, et restera, inconnue.

Par définition l'erreur de mesure est : $e = x_{exp} - x_{ref}$. Elle peut être positive ou négative. Comme

x_{ref} nous est inconnue, l'erreur effectuée à chaque mesure nous est inaccessible.

1.3 Erreur aléatoire et erreur systématique

La dispersion obtenue sur les résultats de mesure résulte de phénomènes *aléatoires* (c'est-à-dire qui sont en partie le fruit du hasard). La grandeur que l'on cherche à mesurer est donc modélisée par une *variable aléatoire*.

Lorsque la dispersion des résultats de mesure est faible, on parle de mesure précise. Lorsqu'elle est élevée, on parle de mesure bruitée.

Mais attention, dire qu'une mesure est précise ne signifie pas pour autant que le résultat obtenu est proche de la valeur de référence ! En effet, il peut exister un écart reproductible entre la valeur mesurée et la valeur cherchée : on parle alors d'erreur systématique, ou de biais. Par exemple, un appareil peut être mal étalonné : le zéro peut être mal réglé, l'échelle peut être mal graduée, il peut y avoir une erreur de conversion etc. L'erreur systématique est donc une erreur de méthode (due au matériel, ou à l'expérimentateur).

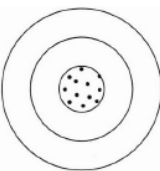
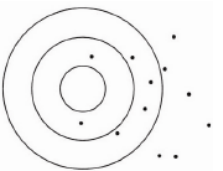
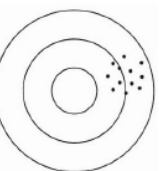
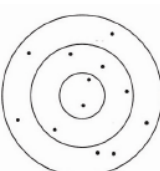
Il convient donc de distinguer deux types d'erreur : l'erreur aléatoire (la dispersion) et l'erreur systématique (le biais). L'erreur de mesure est la somme des deux : $e = e_{aléa} + e_{sys}$.

- L'erreur aléatoire commise à chaque mesure est par nature imprévisible. Mais ses propriétés statistiques sont accessibles. Par définition, l'erreur aléatoire est nulle en moyenne, et sa dispersion est celle des mesures.
- L'erreur systématique est quant à elle constante à chaque mesure. Elle n'a donc aucun effet sur la dispersion. Elle ne fait que décaler, biaiser, l'ensemble des mesures. Elle peut être nulle en principe, mais c'est rarement le cas, et surtout, il est difficile de le savoir.

Les erreurs aléatoires et systématiques sont indépendantes : une mesure peut être précise mais biaisée, imprécise et biaisée, imprécise et non biaisée, ou encore précise et non biaisée (cas souhaité !).

L'exemple ci-dessous en fournit une illustration. A la fête foraine, on s'exerce au stand de tir. Si l'on donne un bon fusil à un bon tireur...

Qualifiez dans chaque cas l'erreur aléatoire et l'erreur systématique (faible ou forte).

					
Erreur aléatoire					
Erreur systématique					

Cette présentation est en partie artificielle : dans la réalité, on ne connaît pas la valeur réelle x_{ref} de la grandeur mesurée (la cible est invisible, c'est tout le problème !). On ne connaît que x_{exp} (l'impact du tir) qui fluctue à chaque mesure. Il est donc beaucoup plus facile d'estimer les erreurs aléatoires que les erreurs systématiques.

1.4 L'incertitude : une estimation de l'erreur

Par définition, l'incertitude est une estimation de la valeur absolue *moyenne* de l'erreur. A la différence de l'erreur, l'incertitude est toujours positive. On la note δx .

La connaissance de l'incertitude de mesure est aussi importante que celle de la mesure elle-même. Sans l'incertitude associée, il est impossible d'avoir confiance dans une mesure, de confronter les résultats de deux expériences, ou d'une expérience et d'une théorie.

1.4.1 Intervalle de confiance

Une fois qu'on a évalué l'incertitude, on peut définir un intervalle de confiance à l'intérieur duquel on espère que la valeur de référence x_{ref} doit se trouver, avec une certaine probabilité. On traduit ceci de la manière suivante : on estime que la valeur cherchée x_{ref} vaut x_{exp} à δx près, ce que l'on note : $x_{ref} = x_{exp} \pm \delta x$. Cette écriture signifie que la valeur cherchée x_{ref} a une probabilité importante (par exemple 68%) de se situer dans l'intervalle dit de confiance :

$$[x_{exp} - \delta x ; x_{exp} + \delta x].$$

1.4.2 Incertitude absolue

L'incertitude δx est appelée incertitude absolue. Elle a la même dimension que la grandeur mesurée. C'est souvent elle que l'on évalue dans une mesure directe, mais elle n'est pas forcément une bonne indication de la précision de la mesure. En effet, mesurer une distance de 1 km à 1 cm près est intuitivement beaucoup plus précis que mesurer 1 m à 1 cm près.

1.4.3 Incertitude relative

On définit donc la notion d'incertitude relative, qui est tout simplement le rapport de l'incertitude absolue à la grandeur mesurée :

$$\delta x / x_{exp}$$

Ce rapport forme un nombre *sans dimension* que l'on écrit souvent comme un pourcentage (car les incertitudes usuelles sont souvent de l'ordre de quelques pourcents). Ainsi, si l'on reprend les deux exemples précédents :

- 1 km à 1 cm près : l'incertitude relative vaut $10^{-5} = 0.001\%$
- 1 m à 1 cm près : l'incertitude relative vaut $10^{-2} = 1\%$

1.5 Chiffres significatifs

Comme vous l'avez déjà vu au lycée, les chiffres significatifs d'un nombre sont ceux dont on est certain, sauf le dernier.

- Un résultat donné sans incertitude, mais avec un certain nombre de chiffres significatifs, donne en fait implicitement une indication sur la valeur de cette incertitude : ainsi, on considère généralement que l'incertitude porte sur le dernier chiffre. Par exemple, si l'on écrit $d = 3,523$ cm, on sous-entend que l'incertitude sur la mesure de d vaut environ $\delta d = 0,001$ cm. Les écritures 3 cm, 3,0 cm et 3,00 cm ne sont donc pas équivalentes...
- Dans le cas où l'on s'est donné le mal d'estimer l'incertitude (!), il convient :
 - de conserver le bon nombre de chiffres significatifs *pour l'incertitude elle-même*. Celle-ci est rarement connue avec une grande précision. On l'arrondit donc en général à 1 ou 2 chiffres significatifs.
 - d'ajuster le nombre de chiffres du résultat trouvé en ne conservant pour sa valeur que les chiffres dont on peut être certain, compte tenu de l'incertitude.

Par exemple, si on trouve $x = 8,02137 \pm 0,057$ m

On écrira $x = 8,02 \pm 0,06$ m

2. Comment calculer une incertitude à partir des mesures ?

2.1 Cas d'une grandeur mesurée directement

2.1.1 Méthode statistique

L'incertitude étant reliée à la dispersion des résultats expérimentaux, on peut, à partir d'un grand nombre de mesures réalisées dans des conditions supposées identiques, effectuer une analyse statistique de ces mesures. On détermine ainsi quantitativement la dispersion des mesures, et on exprime ensuite l'incertitude en fonction de la marge de confiance souhaitée. En principe, vous avez dû voir cette méthode au lycée.

Si l'on a fait N mesures x_i de la grandeur X (i allant de 1 à N), la valeur moyenne des mesures est par définition :

$$\langle x \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

L'écart-type σ de l'échantillon, ou sa variance σ^2 , donne une estimation de la dispersion des mesures :

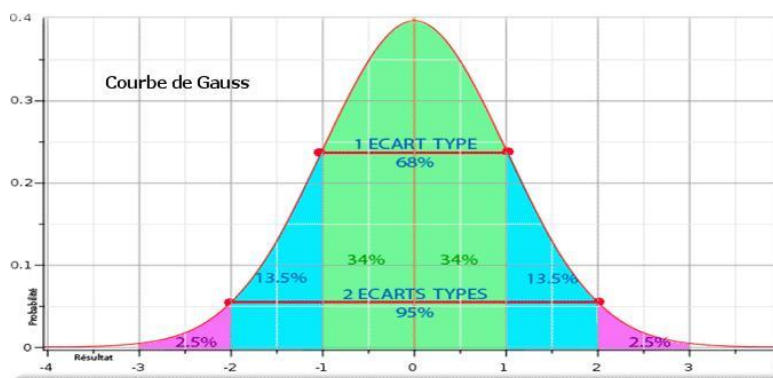
$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \langle x \rangle)^2}$$

C'est une mesure de l'erreur aléatoire, pas de l'erreur systématique. Si l'erreur systématique est négligeable, la valeur moyenne $\langle x \rangle$ s'approche de la valeur recherchée x_{ref} en $\sim 1/\sqrt{N}$.

Si les erreurs aléatoires de mesure suivent une statistique gaussienne, alors le tableau suivant donne la probabilité que la vraie valeur x_{ref} de x soit comprise dans des intervalles de confiance de plus en plus grands centrés sur la valeur moyenne $\langle x \rangle$:

Intervalle de confiance	Probabilité de trouver x_{ref} dans cet intervalle
$[\langle x \rangle - \sigma ; \langle x \rangle + \sigma]$	68,20%
$[\langle x \rangle - 2\sigma ; \langle x \rangle + 2\sigma]$	95,45%
$[\langle x \rangle - 3\sigma ; \langle x \rangle + 3\sigma]$	99,73%
$[\langle x \rangle - 5\sigma ; \langle x \rangle + 5\sigma]$	99,99994%

La figure ci-contre montre comment on calcule cette probabilité : c'est la surface comprise sous la gaussienne, intégrée sur l'intervalle de confiance considéré (ici $\langle x \rangle = 0$ et $\sigma = 1$).



Attention cependant, la précision croissante de

l'estimation de x_{ref} par la moyenne statistique $\langle x \rangle$ repose sur deux hypothèses :

- la statistique des erreurs aléatoires est gaussienne : ce n'est pas toujours le cas.

l'erreur systématique de mesure est nulle (la mesure est non biaisée) : cette hypothèse, souvent

non vérifiée, devient critique quand l'erreur aléatoire diminue.

2.1.2 Évaluation directe

La méthode précédente est rigoureuse mais également fastidieuse...Souvent en physique on ne prend pas, ou on n'a pas le temps de répéter un grand nombre de fois une mesure donnée, notamment pour des mesures effectuées "à la main". C'est notamment le cas pour ce module.

Comment alors évaluer expérimentalement l'incertitude δx lors d'une *unique* mesure directe de la grandeur x étudiée ? Il s'agit bien d'une *évaluation*, la seule méthode rigoureuse étant celle du 2.1.a...

1. Si la mesure implique un appareil de mesure, on peut se reporter à la *notice* de celui-ci qui indique souvent les incertitudes à prendre en compte (le travail statistique décrit au paragraphe précédent a été fait par le constructeur de l'appareil...)
2. Si l'instrument de mesure est simple, ou si on ne trouve pas la notice de l'appareil (!), on prend généralement *une graduation du dernier chiffre* (cf. chiffres significatifs). Ainsi, pour un appareil à affichage numérique, on prendra comme incertitude une unité du dernier chiffre affiché (sauf évidemment si on observe que les trois derniers chiffres fluctuent...). Pour une mesure impliquant une lecture de graduations (règle, vernier), on prendra également une unité (ou une demi-unité, suivant les cas) de la dernière graduation.
3. Une troisième méthode consiste à *surestimer l'incertitude*. On peut en effet effectuer, non pas un grand nombre de mesures identiques, mais seulement 3 ou 4. On évalue alors *une valeur maximale de l'incertitude* en prenant la moitié de la différence des valeurs extrêmes:

$$\delta x = \left| \frac{x_{\max} - x_{\min}}{2} \right|$$

Cette méthode s'applique notamment lorsque la mesure implique un jugement de l'expérimentateur. Par exemple, celui-ci doit apprécier la netteté d'une image (chapitre 3, TP S5 et S7). Si l'on veut déterminer la position de l'écran où l'image est considérée comme nette, il existe une certaine plage de positions de l'écran où l'observateur considèrera que l'image est nette. On peut alors déterminer les deux positions extrêmes de l'écran où l'image peut encore, à la limite, être considérée comme nette, et prendre comme incertitude la différence et diviser par deux le résultat.

Lorsque vous donnerez une valeur expérimentale avec son incertitude, *expliquez toujours comment vous avez déterminé cette incertitude!*

2.2 Cas d'une grandeur mesurée indirectement

Nous traiterons ici le cas d'une grandeur y , non plus mesurée directement, mais reliée à une grandeur x que l'on mesure *via* une fonction connue $y = f(x)$.

Par exemple, on veut déterminer le volume d'un cube (une pièce par exemple), et on mesure, non pas directement ce volume (!), mais le côté du cube : on trouve une valeur x_0 , à δx près. Bien entendu, le volume du cube peut être estimé par x_0^3 , mais à combien près? En d'autres termes, que vaut l'incertitude δy ?

2.2.1 La méthode par encadrement

Sauf cas particulier, la méthode la plus simple est de calculer à partir des valeurs extrémales ($x_{\inf}$ et $x_{\sup}$) de la grandeur mesurée, les valeurs extrémales correspondantes $y_{\min}$ et $y_{\max}$ de la valeur calculée (en faisant attention à l'ordre...).

Méthode par encadrement : calcul

On peut estimer l'incertitude δy sur la grandeur $y = f(x)$ à partir des valeurs extrémales de x dues à son incertitude δx :

$$\delta y = \left| \frac{f(x_{\text{sup}}) - f(x_{\text{inf}})}{2} \right| = \left| \frac{f(x + \delta x) - f(x - \delta x)}{2} \right|$$

Exemple 1 : on mesure le côté d'un cube et on trouve 1 m, à 1%, 10% ou 25%. Que vaut l'incertitude sur le volume du cube dans les trois cas?

Exemple 2 : soit un angle α mesuré à 30° avec une incertitude de $\pm 2^\circ$. Quelle est l'incertitude sur $\sin \alpha$, sur $\cos \alpha$?

Avec une calculette, il est facile de remplir la suite d'encadrements :

angle : $28^\circ < \alpha < 32^\circ$ ou bien : $\alpha = 30 \pm 2^\circ$

sinus : $0.47 < \sin \alpha < 0.53$ ou bien : $\sin \alpha = 0.50 \pm 0.03$

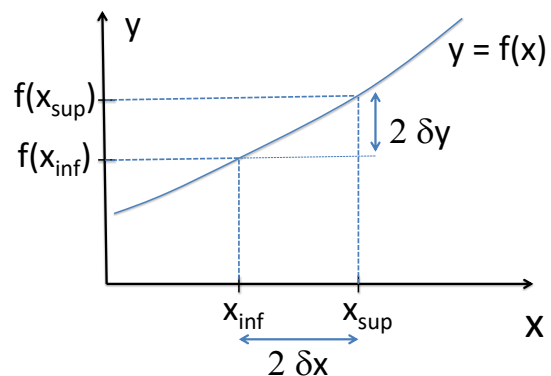
cosinus : $0.85 < \cos \alpha < 0.88$ ou bien : $\cos \alpha = 0.87 \pm 0.02$

Seuls les chiffres considérés comme significatifs sont à conserver.

Méthode par encadrement : représentation graphique

Cette méthode peut être généralisée à une relation dont la fonction est compliquée ou inconnue, mais dont on dispose d'une représentation graphique.

Sur l'exemple ci-contre, on a tracé la courbe reliant les grandeurs x et y . Si la mesure de x donne une valeur comprise entre x_{inf} et x_{sup} , alors on peut déterminer l'incertitude qui en résulte sur la valeur de la grandeur y .



2.2.2 La méthode de la dérivée

Une méthode qui peut ensuite se généraliser, repose sur l'utilisation de la dérivée.

Méthode de la dérivée : calcul

Vous avez vu que, par définition : $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$

Ceci permet de considérer que, si l'intervalle $\Delta x = x - x_0$ est suffisamment petit (c'est-à-dire que la dérivée ne varie pas beaucoup sur cet intervalle), on a : $f'(x_0) \approx \frac{\Delta f}{\Delta x}$, soit : $\Delta f \approx f'(x_0) \Delta x$

En général, les incertitudes constituent ainsi de faibles intervalles. Si l'on utilise la notation δ introduite précédemment, en tenant compte que les incertitudes sont des valeurs absolues, on peut donc résumer :

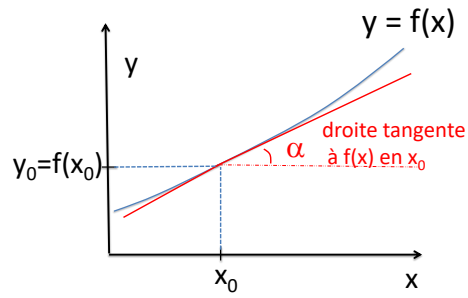
Si δx représente l'incertitude sur une valeur x_0 de la grandeur x , alors on peut estimer l'incertitude correspondante δy sur la valeur de la grandeur y telle que $y_0 = f(x_0)$:

$$\delta y = |f'(x_0)| \delta x$$

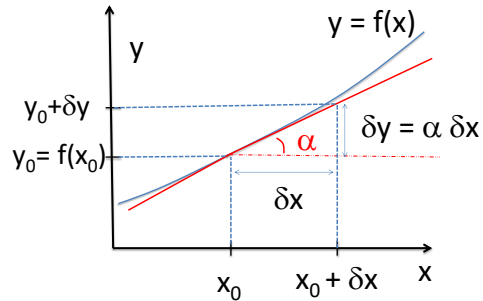
Méthode de la dérivée : discussion graphique

Cette discussion repose sur l'interprétation graphique de la dérivée en un point.

Comme vu au lycée, la pente de la tangente à la courbe en un point est la valeur $f'(x_0)$ de la dérivée de $f(x)$ en ce point. Graphiquement, l'angle α entre la droite tangente à $f(x)$ et l'horizontale vaut $\alpha = f'(x_0)$

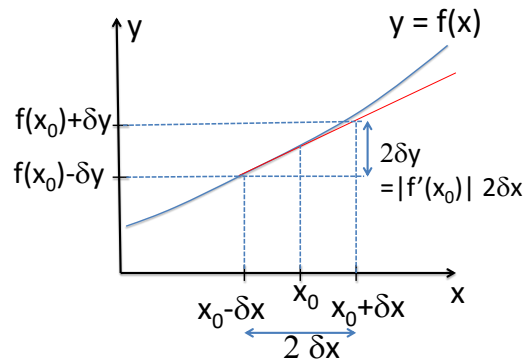


Le graphe montre que pour x dans l'intervalle $[x_0, x_0 + \delta x]$ on aura y dans $[y_0, y_0 + \delta y]$ avec $\delta y = \alpha \delta x = f'(x_0) \delta x$.



La discussion précédente s'adapte au cas des incertitudes en considérant qu'à x dans l'intervalle $[x_0 - \delta x, x_0 + \delta x]$ est associé y dans $[y_0 - \delta y, y_0 + \delta y]$ avec $y_0 = f(x_0)$ et $\delta y = f'(x_0) \delta x$.

Ceci revient à considérer les points non plus sur la courbe mais sur la tangente au point considéré.



Exemples :

1- Incertitude sur le calcul du volume d'un cube de côté x .

Si δx représente l'incertitude sur la mesure du côté, alors, l'incertitude sur le volume $V = x^3$ est : $\delta V \approx 3x^2 \delta x$

Reprendre l'exemple où l'on trouve pour le côté du cube : 1 m, à 1%, 10% ou 25%. Que vaut l'incertitude sur le volume du cube dans les trois cas ? Comparer au résultat obtenu précédemment par la méthode par encadrements.

2- Incertitude sur l'accélération lors d'un glissement sur un plan incliné.

Si α représente l'angle du plan incliné et $\delta \alpha$ son incertitude, alors l'incertitude sur l'accélération $a = g \cdot \sin \alpha$ est égale à $\delta a = g \cdot \cos \alpha \cdot \delta \alpha$ (à condition d'utiliser "l'unité" d'angle des mathématiciens : le *radian* !!)

Reformulation à retenir :

x est mesuré directement, sa valeur est dans $[x_0 - \delta x, x_0 + \delta x]$.

On en déduit indirectement la quantité $y = f(x)$, cette fonction f étant basée sur un modèle et connue analytiquement.

La quantité y est alors dans $[y_0 - \delta y, y_0 + \delta y]$ avec :

- $y_0 = f(x_0)$
- $\delta y = \left| \frac{df}{dx}(x) \right|_{x=x_0} dx = |f'(x_0)| dx$ où $f'(x_0)$ est la dérivée de $f(x)$ calculée en x_0 .

3. Modélisation et détermination de paramètres

Dans d'autres cas, on réalise une série de mesures de deux grandeurs pour étudier la relation qui les relie. Vous avez ainsi tracé des graphes $U=f(I)$ en électricité, $v=f(t)$ en mécanique, etc.

Il s'agit de tester un modèle, de retrouver une loi physique, et éventuellement d'en déduire la valeur d'un paramètre. On effectue alors une série de mesures en faisant varier l'une des grandeurs : mesures de I en faisant varier U , mesure d'allongement d'un ressort en faisant varier le poids accroché, etc.

L'analyse de telles mesures repose sur la représentation graphique des couples de mesures (x_i, y_i) dans un graphe (x, y) .

Seule cette méthode permet le contrôle de la modélisation et des calculs scientifiquement valides.

Ci-après, on ne considère que le cas où les points ainsi obtenus correspondent à un *modèle affine ou linéaire*, qui sera représenté par une droite d'équation $y = ax + b$, où a et b sont des *paramètres inconnus à déterminer*.

3.1 Premier cas : on connaît les incertitudes sur chaque valeur

Dans un certain nombre de cas, on connaît les incertitudes sur chacune des valeurs mesurées x_i et y_i : incertitude liée à l'appareil ou à la qualité du repérage, incertitude mesurée ou calculée (voir partie précédente). Pour chaque valeur x_i , on a donc un $\pm \delta x_i$ (idem pour y_i).

- La première étape consiste à reporter les incertitudes sur les valeurs représentées. Pour ce faire, on peut tracer des "croix" dont la taille représente les incertitudes "en x" et "en y": largeur $2\delta x_i$, hauteur $2\delta y_i$

On parle de barres d'erreur.

Remarque : dans certains ouvrages, on trace un rectangle dit "rectangle d'incertitude".

- Dans une seconde étape, le modèle attendu étant linéaire ou affine, on trace les droites de **pent**es extrêmes (pente minimale et pente maximale) passant par les "rectangles d'incertitudes" définies par les croix ainsi tracées.

Ces deux droites fournissent chacune une valeur des paramètres a (pente) et b (ordonnée à l'origine).

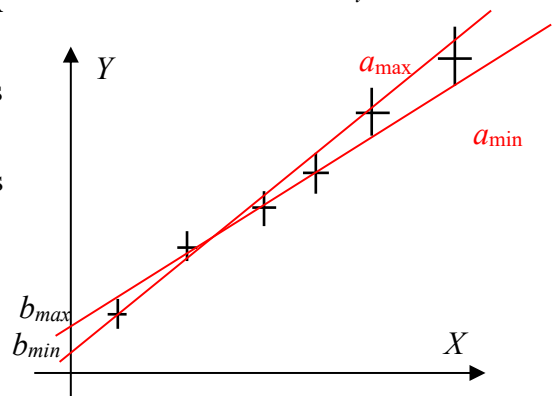
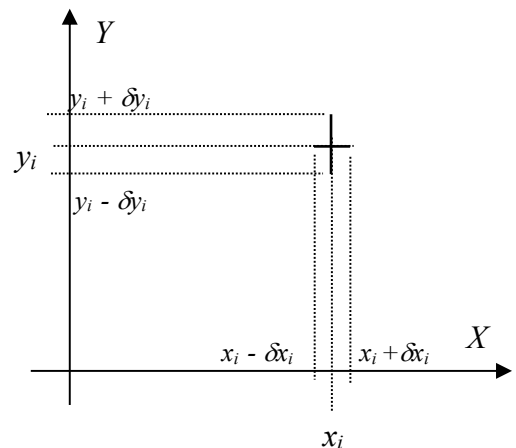
On en déduit un encadrement pour les valeurs des paramètres cherchés :

$$a_{\min} < a < a_{\max}$$

$$b_{\min} < b < b_{\max}$$

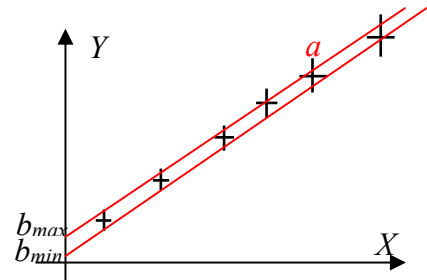
Remarque importante :

- les barres d'erreur représentées par les croix ne sont pas nécessairement toutes de la même taille ! Ainsi l'incertitude peut être plus importante sur les points "éloignés" de l'origine (cas du dessin ci-dessus) : les points mesurés avec plus de précision ont une croix plus petite. Le fait de faire passer la droite par ces croix va donc faire que l'on va en général passer plus près des points dont on est le plus sûr ! Ce qui est logique !



- La méthode des droites de pentes extrêmes décrite ci-dessus est adaptée lorsque les droites sont tracées à la main. Il est aussi possible d'utiliser un logiciel de traitement de données : une droite passant au mieux par toutes les mesures est alors tracée grâce à une régression linéaire (par la méthode des moindres carrés par exemple) et une analyse statistique des données permet d'obtenir l'incertitude sur les paramètres de la droite (δa , δb).

Cas particulier : si on connaît la valeur de la pente (par exemple parce qu'elle est fixée par la loi), on peut déterminer de manière plus fine l'incertitude sur l'ordonnée à l'origine en traçant les droites parallèles de bonne pente et d'« ordonnées à l'origine extrêmes » b_{min} et b_{max} .

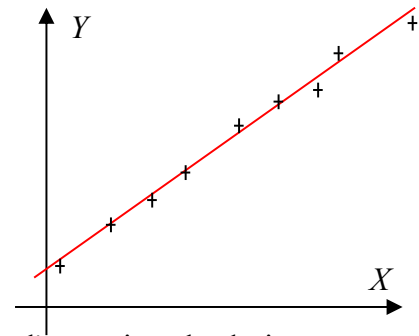


3.2 Second cas : on ne connaît pas les incertitudes sur les mesures

On trace alors une *droite moyenne* qui passe "au mieux" par l'ensemble des points : on essaie d'équilibrer le nombre de points au-dessus et le nombre de points au-dessous.

Remarques :

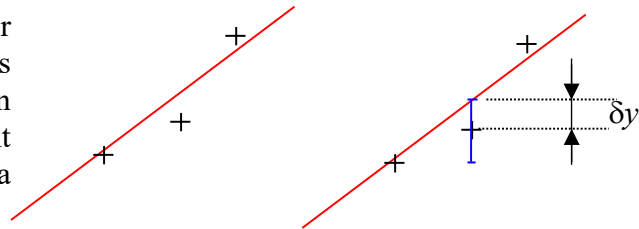
- 1- Les "croix" tracées ici ne représentent pas les incertitudes.
- 2- Il se peut que la droite ne passe par aucun point expérimental !
- 3- Ceci effectué, *tout point de la droite constitue alors une meilleure estimation des mesures*, puisque la droite tient compte de tous les points expérimentaux, et fait donc bien une sorte de *moyenne sur l'ensemble*.



Donc, si l'on conserve tous les points expérimentaux, et que l'on estime la droite comme représentative des mesures, alors *cela signifie que l'on considère que le fait que des points ne soient pas sur la droite est dû aux incertitudes de mesure*.

De plus, ayant considéré de la même façon tous les points, on suppose implicitement que l'incertitude est la même pour tous (cf. remarque précédente). *L'écart le plus grand entre un point et la droite est donc représentatif des incertitudes pour tous les points*.

La figure ci-contre (à gauche) est un zoom sur la partie du graphique ci-dessus où l'un des points est le plus éloigné de la droite. Si l'on suppose que les incertitudes sont essentiellement sur la grandeur Y, alors on a l'estimation de δy (figure de droite).



Cette incertitude peut alors être reportée sur tous les points et l'on est ramené au cas du §3.1.

Remarques importantes :

- 1- La méthode repose ici sur l'hypothèse que l'incertitude est négligeable sur la grandeur portée en abscisse (mais l'on pourrait généraliser en traçant les perpendiculaires à la droite).
- 2- *La méthode suppose que les incertitudes sont les mêmes pour tous les points*. C'est ce qui permet d'interpréter la dispersion des points de part et d'autre de la droite moyenne comme représentative des erreurs aléatoires, donc des incertitudes.
- 3- On a ici maximisé l'incertitude sur y, en prenant l'écart *maximum* entre un point et la droite. La méthode "correcte" pour ne pas surestimer cette incertitude consiste à prendre l'écart *moyen* entre les points et la droite (moyenné sur l'ensemble des points). C'est ce que fait une régression linéaire.

4. Fiche outil d'estimation et de propagation des incertitudes

La physique expérimentale consiste beaucoup à comparer des modèles et des expériences. Il s'agit alors de s'assurer qu'un modèle décrit correctement des données expérimentales dans la limite des incertitudes de mesure. Cette comparaison nécessite donc d'estimer les incertitudes sur les grandeurs que l'on mesure mais aussi sur les grandeurs que l'on extrait lors du traitement de données.

Il s'agit bien d'estimation, c'est à dire d'une valeur un peu subjective, qui peut fluctuer un peu selon l'expérimentateur et la méthode de mesure, mais va toujours avoir le même ordre de grandeur. Lors de l'estimation des incertitudes, le physicien essaie surtout de faire preuve de bon sens et de sens critique.

L'objectif de cette fiche est de rappeler les différents outils d'estimation des incertitudes et leur domaine d'application. Un cours détaillé est disponible dans le chapitre 5.

4.1 Estimation des incertitudes de mesure

Vous cherchez à mesurer une grandeur x et à estimer son incertitude absolue δx .

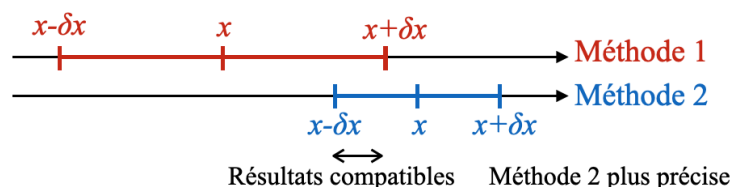
Méthode	Champs d'application	Technique
Estimation directe	Vous ne faites qu'une seule mesure	<u>Vous êtes limité par l'instrument de mesure :</u> δx est donné par la demi-graduation, le dernier chiffre affiché, la notice de l'instrument, ... <u>Vous êtes limité par la fluctuation de la mesure ou le jugement de l'expérimentateur :</u> Estimez des valeurs x_{min} et x_{max} de votre mesure $x = \frac{(x_{max} + x_{min})}{2} \quad \delta x = \frac{(x_{max} - x_{min})}{2}$
Estimation semi-directe	Vous avez fait quelques mesures de la même grandeur	$x = \frac{(x_{max} + x_{min})}{2} \quad \delta x = \frac{(x_{max} - x_{min})}{2}$
Méthode statistique	Vous avez effectué un nombre statistiquement représentatif de mesures	Vous avez effectué N mesures $x^{(i)}$ de la variable x $x = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x^{(i)}$ $\delta x = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} \quad \text{avec : } \sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x^{(i)} - x)^2}$

4.2 Écriture de résultats avec incertitudes

On présente le résultat comme $x \pm \delta x$. On ne garde qu'un 1 ou 2 chiffres significatifs pour δx et seulement les chiffres significatifs de x , en adéquation avec δx (le dernier chiffre significatif est celui sur lequel porte l'incertitude). N'oubliez pas l'unité.

4.3 Comparaison de résultats avec incertitudes

Des résultats obtenus par différentes méthodes pour une même grandeur x sont compatibles entre eux si leurs intervalles $[x - \delta x ; x + \delta x]$ se recouvrent au moins en partie. Si ce n'est pas le cas, les résultats sont incompatibles (il y a peut-être eu un problème pour certaines mesures ou les incertitudes ont été sous-estimées).



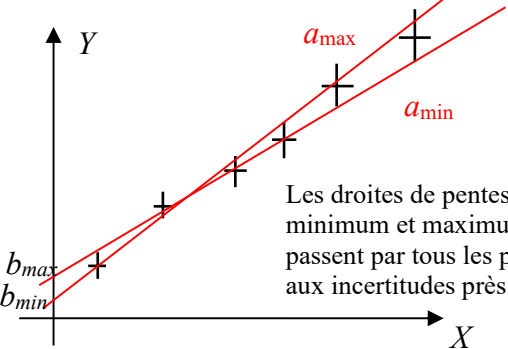
4.4 Propagation des incertitudes

On veut estimer l'incertitude δy sur une variable y qui dépend d'une ou plusieurs variable(s) mesurée(s) : $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$.

Méthode		Champs d'application	Technique
Encadrement		Calcul simple dans le cas des fonctions à une variable, mais parfois long à appliquer (préférer la méthode de la dérivée).	Calculer y_{min} et y_{max} à partir de x_{min} et x_{max} en utilisant la fonction f . $y = \frac{(y_{max} + y_{min})}{2}$ $\delta y = \frac{(y_{max} - y_{min})}{2}$
Dérivée	Formule générale	Si les incertitudes sont aléatoires et indépendantes	$\delta y = \sqrt{\left[\frac{\partial f}{\partial x_1}\right]^2 \delta x_1^2 + \dots + \left[\frac{\partial f}{\partial x_n}\right]^2 \delta x_n^2}$
	Formule simplifiée	En pratique, pour simplifier le calcul, ou si les incertitudes ne sont pas indépendantes	$\delta y = \left \frac{\partial f}{\partial x_1}\right \delta x_1 + \dots + \left \frac{\partial f}{\partial x_n}\right \delta x_n$
	Dérivée logarithmique	<u>Uniquement</u> lorsque la fonction f est une loi de puissance ou un produit (plus simple dans ce cas): $y = k x_1^\alpha x_2^\beta \dots x_n^\gamma$	$\left \frac{\delta y}{y}\right = \left \alpha \frac{\delta x_1}{x_1}\right + \left \beta \frac{\delta x_2}{x_2}\right + \dots + \left \gamma \frac{\delta x_n}{x_n}\right $

4.5 Incertitudes sur un graphique

Vous avez tracé vos mesures (avec vos incertitudes sous forme de barres d'incertitudes) et vous cherchez à comparer l'expérience avec un modèle par ajustement de vos données. Les méthodes décrites ci-dessous permettent d'estimer l'incertitude sur les paramètres du modèle extraits par ajustement.

Méthode	Champs d'application	Technique
Droites de pentes extrêmes	Graphique tracé à la main et modèle de droite affine.	 Les droites de pentes minimum et maximum passent par tous les points aux incertitudes près. $a = \frac{(a_{max} + a_{min})}{2} \quad \delta a = \frac{(a_{max} - a_{min})}{2}$ $b = \frac{(b_{max} + b_{min})}{2} \quad \delta b = \frac{(b_{max} - b_{min})}{2}$
Utilisation d'un logiciel	Utilisation d'un logiciel de traitement de données	Si vous utilisez un logiciel de traitement de données, il peut souvent vous donner le résultat de l'ajustement des données en accompagnant les paramètres d'une incertitude que vous pouvez utiliser directement.

5. Les grandeurs algébriques

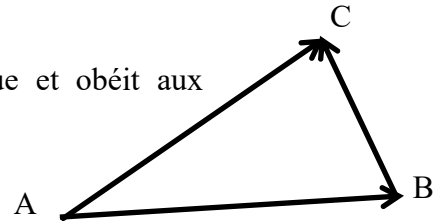
5.1 Grandeurs scalaires, vectorielles, algébriques

Parmi les grandeurs physiques, on rencontre des grandeurs scalaires positives (comme la distance, l'énergie, la masse, la température) mais aussi des grandeurs vectorielles (la quantité de mouvement, la force, le moment cinétique) et des grandeurs algébriques (les angles, les distances algébriques).

La manipulation des grandeurs scalaires positives ne pose aucun problème particulier. Par contre, la manipulation des vecteurs et des distances algébriques est source d'erreurs fréquentes en mécanique et en optique.

La combinaison des grandeurs vectorielles est bien connue et obéit aux relations de Chasles, que ce soit à 2 ou 3 dimensions :

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$$



Les grandeurs algébriques obéissent à des relations similaires.

5.2 Distances algébriques

Les distances algébriques sont des grandeurs mesurées sur une droite munie d'une origine, d'une orientation (symbolisée par une flèche), et d'une unité de mesure. A la différence des distances, les *distances algébriques* peuvent être aussi bien positives que négatives.

Pour les différencier des distances, on les note avec une barre supérieure : $\overline{AB}$ est la *distance algébrique* de A à B. Si on munit la droite d'une origine O, on appelle *position algébrique* du point A la distance algébrique $x_A = \overline{OA}$.

Exemple : considérons 3 points A, B et C sur une droite orientée munie d'une origine O.



- Avec la convention d'orientation choisie ici : $\overline{AB} < 0, \overline{BC} > 0, \overline{AC} > 0$
- Avec l'origine O choisie ici : $x_A < 0, x_B < 0, x_C > 0$
- Avec la convention inverse d'orientation, nous aurions : $\overline{AB} > 0, \overline{BC} < 0, \overline{AC} < 0$. Seuls les signes changent, les valeurs absolues restant les mêmes.

Les distances algébriques ont les propriétés suivantes :

- La valeur absolue d'une distance algébrique est égale à la distance simple : $|\overline{AB}| = AB$
- Comme pour les vecteurs, nous avons : $\overline{BA} = -\overline{AB}$
- Les distances algébriques obéissent aussi aux relations de Chasles sur la droite orientée : $\overline{AC} = \overline{AB} + \overline{BC}$
- La distance algébrique entre deux points A et B peut être calculée à partir des positions algébriques des deux points : $\overline{AB} = x_B - x_A$! **Attention à l'ordre des points dans cette formule.**
- D'après la relation de Chasles, la distance algébrique entre deux points A et B est indépendante du choix de O : $\overline{AB} = x_B - x_A = \overline{O_1B} - \overline{O_1A} = \overline{O_2B} - \overline{O_2A}$

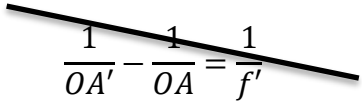
5.3 Lois algébriques

L'utilisation des grandeurs algébriques est essentielle en optique : si le caractère algébrique (ou vectoriel) de certaines lois est ignoré, ces lois deviennent tout simplement fausses.

En optique géométrique, la relation de conjugaison des lentilles s'écrit à l'aide de distance algébriques (f est aussi une distance algébrique) :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$

La relation suivante, qui ignore le caractère algébrique des distances, est fausse :


$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$

Exemples :

- la position et la nature de l'image n'est pas la même si $f' = 10$ cm (lentille convergente) ou si $f' = -10$ cm (lentille divergente).
- La nature de l'image n'est pas la même si l'objet est réel ($\overline{OA} < 0$) ou virtuel ($\overline{OA} > 0$).

Un conseil : écrivez toujours le signe d'une distance algébrique, même s'il est positif.

Ex : $\overline{OA} = +2$ cm, $\overline{OA'} = -7.5$ cm

En mécanique, la conservation de la quantité de mouvement au cours d'un choc s'écrit de manière générale sous forme vectorielle (pour un mouvement à 2 ou 3 dimensions), et sous forme algébrique quand le choc se passe sur un banc à coussin d'air (mouvement unidimensionnel). Dans ce dernier cas, la quantité de mouvement n'est conservée que si le signe des vitesses est pris en compte.

BIBLIOGRAPHIE

Ouvrages :

- *Physique*, E. Hecht (voir les chapitres d'optique), ed. De Boeck Université (1999)
- *Optique*, E. Hecht, ed. Pearson Education (2005)
- *Optique, une approche expérimentale et pratique*, Sylvain Houard, ed. De Boeck (2011)
- *Cours de physique, Optique*, J-P Parisot, P. Segonds et S. Le Boiteux, ed. Dunod (2003)
- *Optique, fondements et applications*, J-P Pérez, ed. Masson (1994)
- *Optique*, G. Bruhat, ed. Dunod (2004)
- *Lumières, Une introduction aux phénomènes optiques*, P. Léna et A. Blanchard, ed. Interéditions (1990)
- *Optique*, collection H-Prépa, ed. Hachette (1995)
- *Les instruments d'optique*, L. Dettwiller, ed. Ellipses (1997)

Sites Internet :

- <http://www.wikipedia.fr/>
- <http://ressources.univ-lemans.fr/AccesLibre/UM/Pedago/physique/02/mnoptigeo.html>
- <http://uel.unisciel.fr/physique/optigeo/optigeo/co/optigeo.html>

et bien d'autres que vous trouverez par vous-mêmes...

Espace en ligne pour le module (eCampus) :

<https://ecampus.paris-saclay.fr/> (entrez votre identifiant et votre mot de passe)

Téléchargez ce polycopié en pdf (et en couleurs !) sur eCampus

Optique Géométrique - L1 portail MPC