

Examen d'optique

L1–Semestre1, janvier 2025

Durée 2h

Les exercices 1 et 2 sont indépendants. Toutes les quantités demandées devront être exprimées de façon formelle en fonction de quantités connues avant toute application numérique. La calculatrice est autorisée. Le barème est indicatif, il pourra évoluer. Les pages 5 et 6 du sujet constituent l'annexe où une figure est à compléter. L'annexe doit être rendue avec la copie en fin d'épreuve, ne pas oublier d'y indiquer le numéro d'anonymat et le numéro de feuille.

1 Déviation par un prisme (10 pts)

On considère un dispositif constitué :

- d'une source lumineuse S produisant un faisceau de rayons parallèles ;
- d'un prisme d'indice de réfraction n , de sommet P et d'angle au sommet $A = 60^\circ$;
- d'un miroir plan faisant un angle B avec la face de sortie du prisme ;
- d'un objet O ;
- d'une lentille convergente L de distance focale f' ;
- et d'un écran E .

Le dispositif est dans l'air. Le miroir et le prisme sont solidaires, voir figure 1.

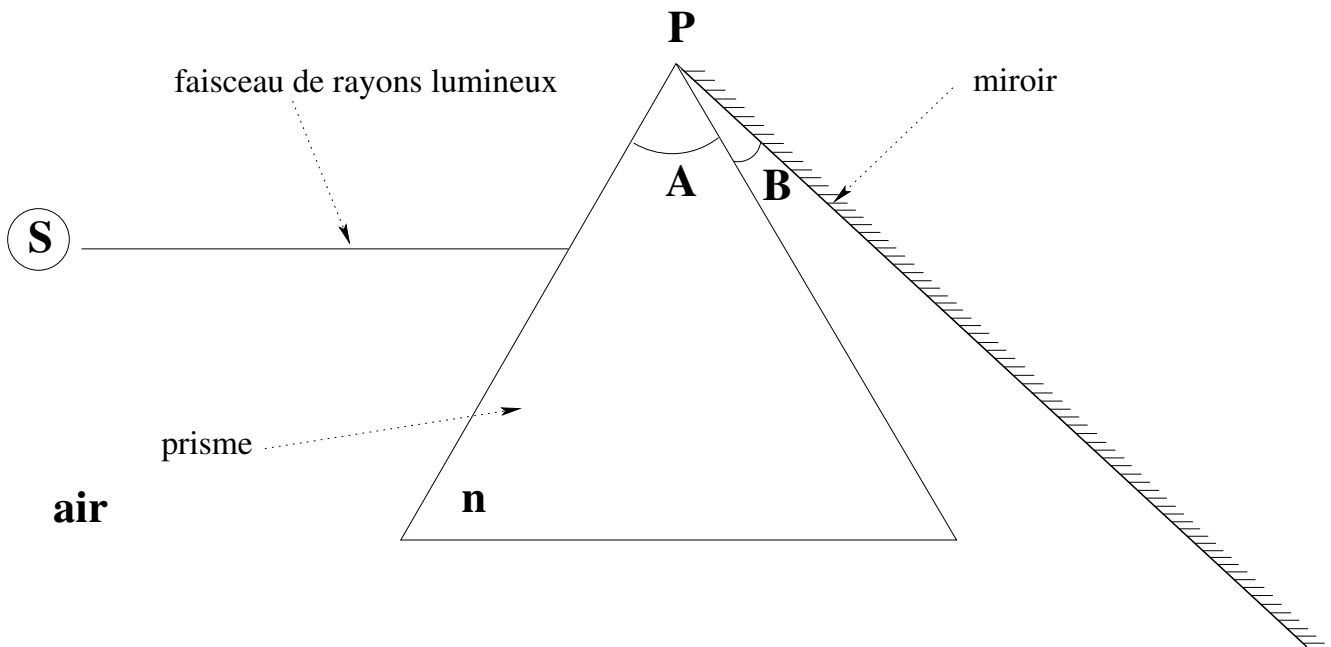


FIGURE 1 –

1. Tracer à la règle, sur le schéma de l'annexe, le trajet d'un rayon dans le prisme et sur le miroir en faisant apparaître les angles et points suivants (il est conseillé, de faire le schéma au brouillon ou d'utiliser celui de la page 1 figure 1 comme brouillon, et de le recopier sur l'annexe une fois toutes les questions de la partie 1 traitées) :

- i l'angle d'incidence sur la face d'entrée du prisme (point d'incidence I) (0,25 pt)
- r l'angle de réfraction dû à la face d'entrée du prisme (0,25 pt)
- r' l'angle d'incidence sur la face de sortie du prisme (point d'incidence I') (0,25 pt)
- i' l'angle de réfraction dû à la face de sortie du prisme (0,25 pt)
- j l'angle d'incidence sur le miroir (point d'incidence J) (0,5 pt)

2. Donner les relations liant i et r d'une part, et i' et r' d'autre part. (0,5 pt)

Face d'entrée du prisme : $\sin i = n \sin r$; et face de sortie du prisme : $n \sin r' = \sin i'$

3. Existe-t-il toujours un faisceau émergeant du prisme par la face de sortie ? Si non, à quelle condition sur r' existe-t-il un faisceau émergeant par la face de sortie ? (1 pt)

Non, il n'existe pas toujours un faisceau émergeant du prisme par la face de sortie. Le faisceau émerge si $r' < r'_{lim}$ avec r'_{lim} angle limite de réflexion totale tel que $r'_{lim} = \arcsin(\frac{1}{n})$

4. Quelle est la relation entre A , r et r' (considérer le triangle PII') ? (1 pt)

Somme des angles dans le triangle PII' , $\pi = A + (\frac{\pi}{2} - r) + (\frac{\pi}{2} - r')$ donne $A = r + r'$

5. Représenter sur le schéma la déviation D subie par le rayon entre sa direction à l'entrée du prisme et celle à sa sortie du prisme. Démontrer que $D = i + i' - A$ (utiliser le fait que $D = D_1 + D_2$ avec D_1 déviation du rayon en I et D_2 déviation du rayon en I'). (1 pt)

$D_1 = i - r$, $D_2 = i' - r'$, donc $D = D_1 + D_2 = i + i' - (r + r') = i + i' - A$

6. On considère maintenant que le rayon incident traverse la face d'entrée du prisme avec un angle d'incidence i_m telle que la déviation D soit minimale et égale à $D_m = 37^\circ \pm 2^\circ$. A partir de la relation

$$n = \frac{\sin(\frac{A+D_m}{2})}{\sin(\frac{A}{2})} \quad (1)$$

Donner la valeur de n sous la forme $n \pm \delta n$ en négligeant l'incertitude sur l'angle A . (1,5 pt)

$35^\circ < D_m < 39^\circ$, on trouve $n_{inf} = \frac{\sin(\frac{60+35}{2})}{\sin(\frac{60}{2})} = 1,48$ et $n_{sup} = \frac{\sin(\frac{60+39}{2})}{\sin(\frac{60}{2})} = 1,52$

$n = \frac{1,48+1,52}{2} = 1,50$ et $\delta n = \frac{|1,48-1,52|}{2} = 0,02$, finalement $n = 1,50 \pm 0,02$

La méthode de la dérivée est aussi acceptée.

7. Exprimer l'angle j en fonction de i' et B (considérer le triangle $PI'J$). (1 pt)

Somme des angles dans le triangle $PI'J$, $\pi = B + (\frac{\pi}{2} + i') + (\frac{\pi}{2} - j)$ donne $j = B + i'$

8. On appelle j' l'angle de réflexion sur le miroir, donner la relation entre j et j' . (0,5 pt)

$j' = j$

9. On place un ensemble objet–lentille–écran alignés $O-L-E$ de façon à ce que le faisceau lumineux réfléchi par le miroir, éclaire l'objet O dans la direction et le sens objet–lentille–écran et forme son image sur l'écran E . Placer $O-L-E$ sur votre schéma. Quel angle K doit faire la direction $O-L-E$ avec le miroir (donner K en fonction de i' et B) ? Placer K sur le schéma. (1 pt)

$K = \frac{\pi}{2} - j' = \frac{\pi}{2} - j = \frac{\pi}{2} - i' - B$

10. Dans l'ensemble objet–lentille–écran alignés, la lentille est placée à la distance $2f'$ de l'objet. Est-ce que l'écran doit être placé à une distance donnée de la lentille L pour obtenir une image nette ? Si oui, quelle est cette distance ? (1 pt)

Oui, cette distance est $2f'$ (on trouve cette réponse en faisant une construction ou en utilisant la relation de conjugaison des lentilles minces ($\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$) avec $OA = -2f'$).

2 Vision humaine : correction de l'hypermétropie (10 pts)

On rappelle qu'un œil hypermétrope est un œil qui n'est pas assez convergent. On modélise un œil hypermétrope par une lentille mince L_1 convergente de focale $f'_1 = 25$ mm et de centre optique O_1 . Le plan de la rétine est situé à la distance $d = 22$ mm de la lentille.

Correction avec un verre de lunettes

1. Réaliser un schéma soigné à l'échelle 1/2 (1 cm sur la feuille correspond à 2 cm réels) comportant la lentille L_1 , son foyer image F'_1 . (0,5 pt)

Voir figure 2

2. Soit un objet AB perpendiculaire à l'axe optique tel que A se trouve sur l'axe optique. L'objet AB est situé à l'infini. Représenter sur le schéma précédent le trajet de deux rayons provenant du point B de l'objet AB . Placer sur le schéma, l'image $A''B''$ de l'objet AB . Où se forme $A''B''$? (1 pt)

L'objet AB se situant à l'infini, son image $A''B''$ par la lentille L_1 se forme dans le plan focal image de L_1 (plan perpendiculaire à l'axe optique en F'_1). Rayons et $A''B''$ voir figure 2.

3. Placer le plan de la rétine sur le schéma. (0,5 pt)

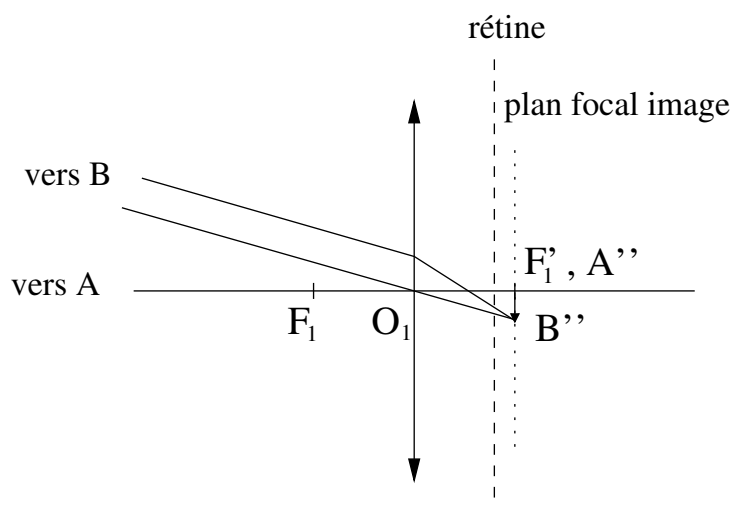


FIGURE 2 –

4. Où devrait se former l'image $A''B''$ pour qu'elle soit vue nette par l'œil? Donner la distance $\overline{O_1A''}$ correspondante. (0,5 pt)

L'image $A''B''$ devrait se former sur la rétine pour qu'elle soit vue nette par l'œil, c'est à dire que A'' devrait se trouver sur l'axe optique tel que la distance $\overline{O_1A''} = 22$ mm.

5. Rappeler la relation de conjugaison des lentilles minces. (0,5 pt)

Soit une lentille mince de centre optique O et de distance focale f' , alors les positions d'un point A et de son image A' , sont reliées par la relation de conjugaison $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$.

6. Quelle doit alors être la position d'un objet $A'B'$ pour former l'image $A''B''$ de la question 4? Afin de répondre à cette question, donner la distance $\overline{O_1A'}$ en explicitant le calcul. (1 pt)

On cherche la distance lentille-objet $\overline{O_1A'}$ telle que la distance lentille-image $\overline{O_1A''} = 22$ mm. On utilise la relation de conjugaison $\frac{1}{OA''} - \frac{1}{OA'} = \frac{1}{f'_1}$. On obtient $\frac{1}{OA'} = \frac{1}{OA''} - \frac{1}{f'_1}$ et finalement $\overline{O_1A'} = \frac{1}{\frac{1}{\overline{O_1A''}} - \frac{1}{f'_1}}$. A.N : $\overline{O_1A'} = 18,3$ cm

7. De quelle nature (réelle ou virtuelle) est l'objet $A'B'$ pour L_1 (justifier)? (0,5 pt)
L'objet $A'B'$ est situé après L_1 , $\overline{O_1A'} > 0$, c'est un objet virtuel pour L_1 .
8. On place à 2 cm devant l'œil L_1 , une lentille L_2 (verre de lunette) de focale f'_2 . On considère le système suivant : $AB \xrightarrow{L_2} A'B' \xrightarrow{L_1} A''B''$. Si un objet AB à l'infini forme une image nette $A''B''$ pour l'œil corrigé, où se forme l'image $A'B'$ par L_2 de l'objet AB ? De quelle nature (réelle ou virtuelle) est cette image (justifier)? (1 pt)
Si l'objet AB à l'infini forme une image nette $A''B''$ pour l'œil corrigé ($L_1 + L_2$), alors $A''B''$ se forme sur la rétine, c'est à dire que l'image $A'B'$ par L_2 qui est objet pour L_1 se forme à une distance 18,3 cm de L_1 (cf question 6), ou à une distance 20,3 cm de L_2 telle que $\overline{O_2A'} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1A'} = 2 + 18,3 = 20,3$ cm. L'image $A'B'$ de AB est située après L_2 , $\overline{O_2A'} > 0$, c'est une image réelle pour L_2 .
9. Donner la nature de la lentille L_2 (convergente ou divergente) ainsi que sa distance focale f'_2 en justifiant. (1 pt)
La lentille L_2 donne une image réelle $A'B'$ d'un objet réel AB situé à l'infini, telle que $\overline{O_2A'} = 20,3$ cm. La lentille L_2 est donc convergente de distance focale $f'_2 = 20,3$ cm (rappel : par définition l'image d'un objet à l'infini se forme dans le plan focal image soit à 1 distance focale de la lentille).

Correction avec une lentille de contact

10. La lentille correctrice L_2 de l'œil L_1 est maintenant une lentille de contact "accollée" au cristallin. L'ensemble ($L_1 + L_2$) est équivalent à une unique lentille L de distance focale f' . Exprimer la distance focale f' de cette lentille équivalente en fonction des distances focales f'_1 et f'_2 des lentilles L_1 et L_2 . Quelle est la nature (convergente ou divergente) de la lentille équivalente L (justifier)? (1 pt)
Pour deux lentilles L_1 et L_2 accolées de distances focales respectives f'_1 et f'_2 , la distance focale de la lentille équivalente L vaut f' telle $\frac{1}{f'} = \frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2}$. La lentille L_1 ($\equiv$ l'œil) est convergente avec $f'_1 > 0$ et la lentille L ($\equiv$ œil hypermétrope corrigé) doit être plus convergente que L_1 (œil hypermétrope non corrigé), donc L est convergente.
11. Quelle est la nature (convergente ou divergente) de la lentille correctrice L_2 (justifier). (0,5 pt)
Selon la réponse à la question précédente, il faut $f' < f'_1$, c'est à dire L plus convergente que L_1 . D'après la formule donnant la distance focale de la lentille équivalente, l'inégalité précédente est vraie si $f'_2 > 0$. Donc la lentille L_2 est convergente, c'est cohérent la première partie de l'exercice (développement : $f' < f'_1 \Rightarrow \frac{1}{f'} > \frac{1}{f'_1} \Rightarrow \frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2} > \frac{1}{f'_1} \Rightarrow \frac{1}{f'_2} > 0 \Rightarrow f'_2 > 0$).
12. Comme précédemment, on veut que l'image $A''B''$ de AB par l'ensemble ($L_1 + L_2$) se forme sur la rétine de l'œil. Que doit valoir alors la distance focale f' de L ? En déduire la valeur de la distance focale f'_2 de la lentille correctrice L_2 . Faire l'application numérique. (1 pt)
Pour former l'image d'un objet à l'infini sur la rétine, il faut former l'image à 22 mm de l'œil corrigé, c'est à dire à 22 mm de la lentille L . Il faut donc que la distance focale de L soit $f' = 22$ mm. À partir de la formule $\frac{1}{f'} = \frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2}$, on trouve $\frac{1}{f'_2} = \frac{1}{f'} - \frac{1}{f'_1}$ soit $f'_2 = \frac{1}{\frac{1}{f'} - \frac{1}{f'_1}} = 18,3$ cm.

Deuxième œil

13. Dans les questions précédentes, c'est l'œil gauche qui a été traité. L'œil droit de la personne est plus hypermétrope que l'œil gauche. Pour corriger l'œil droit, la distance focale de la lentille correctrice (verre de lunette ou lentille de contact) doit-elle être plus grande ou plus petite que celle de la lentille corrigeant l'œil gauche (justifier)? (1 pt)

Si l'œil droit est plus hypermétrope que l'œil gauche, il lui faut alors une correction plus forte que pour l'œil gauche. La lentille correctrice de droite doit être plus convergente que celle de gauche, cela implique une distance focale de la lentille correctrice plus petite pour l'œil droit que pour l'œil gauche. En utilisant les notations précédentes et les indices D et G pour droit et gauche, on a $f'_{2D} < f'_{2G}$.

Schéma supplémentaire (si besoin)

