

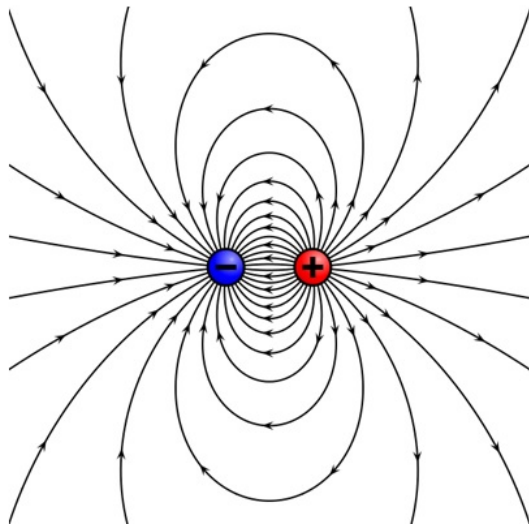
Université Paris Saclay

Electromagnétisme I

L1-S2 : PCST, LDDPC, LDDGP

LDD STAPS-SPI

Électrostatique et Magnétostatique



TRAVAUX DIRIGÉS, 2025-2026

Équipe pédagogique : A. Bernard (TD G1 et G3),
E. Charron (TD G4 et G5), Z. Djouadi (Cours et TD
G6), C. Lantz (TD G2), J-L Raimbault (TD G7) et C.
Vouille (TD LDD STAPS-SPI)

Table des matières

TD 1 : Les outils mathématiques en électromagnétisme.	3
1/ Fonctions, dérivées.	3
2/ Vecteurs, calculs vectoriels.	3
3/ Gradient et opérateur Nabla.	4
4*/ Champs de gradient et énergie potentielle.	5
TD 2 : Champ et potentiel électrostatiques : distributions discrètes de charges.	7
1/ Ordres de grandeur.	7
2/ Loi de Coulomb : Représentation qualitative.	7
3/ Distributions discrètes de charges.	8
4/ Trois charges aux sommets d'un triangle.	9
5/ Quatre charges aux sommets d'un carré.	10
6*/ Trois charges alignées.	10
TD 3 : Dipôle électrostatique et énergie potentielle.	11
1/ Notion de moment dipolaire.	11
2/ Potentiel et champ d'un dipôle électrique.	11
3/ Dipôle électrique en coordonnées cartésiennes et polaires.	12
4/ Dipôle dans un champ extérieur uniforme. Équipotentielle.	13
5*/ Interaction de deux dipôles. Positions d'équilibre. Énergie.	13
TD 4 : Magnétostatique et dynamique de particules chargées dans un champ électromagnétique.	15
1/ Force magnétique.	15
2/ Autour de la force de Lorentz.	15
3/ Action d'un champ électromagnétique sur une particule chargée.	16
4*/ Spectrographes de masse de Dempster et de Bainbridge. Filtre de vitesse.	16

T.D. n°1 : Les outils mathématiques en électromagnétisme.

1/ Fonctions, dérivées

1. Calculer les dérivées des fonctions suivantes, où x est la variable, a et b sont des constantes :

$$f(x) = ax + b; \quad f(x) = ax^{\frac{3}{2}} + b; \quad f(x) = (a^2 + x^2)^{-\frac{1}{2}}; \quad f(x) = \cos(2x); \\ f(x) = \sin^2 x$$

2. Calculer les dérivées partielles des fonctions des variables x et y suivantes, où a et b sont des constantes.

$$f(x, y) = \sin(ax + by); \quad f(x, y) = xy^2; \quad f(x, y) = e^{xy}.$$

3. Calculer les dérivées partielles en r et θ , de la fonction $V(r, \theta) = k \frac{p \cos \theta}{r^2}$, où k et p sont des constantes.

2/ Vecteurs, calculs vectoriels

2-1/ Dans un repère orthonormé direct ($Oxyz$), on considère trois vecteurs \vec{A}_1 , \vec{A}_2 et \vec{A}_3 de composantes respectives $(-1, 0, -2)$, $(5, 1, -3)$ et $(2, 2, 0)$.

1. Calculer les normes de \vec{A}_1 , \vec{A}_2 et \vec{A}_3 .
2. Calculer les différents produits scalaires $\vec{A}_i \cdot \vec{A}_j$.
3. Trouver l'angle formé par chaque paire de vecteurs.
4. Calculer les différents produits vectoriels $\vec{A}_i \wedge \vec{A}_j$.
5. Vérifier que l'on retrouve bien les valeurs des angles trouvées en question (3).

2-2/ Dans un repère orthonormé direct ($Oxyz$) on considère un point matériel P de masse m , de charge électrique e et de vitesse $\vec{v} = (0, 0, v_0)$. Si P se déplace dans une région de l'espace où règne un champ magnétique \vec{B} constant, il est soumis à la force $\vec{F} = e\vec{v} \wedge \vec{B}$. Cette force est appelée force de Lorentz.

1. Déterminer les composantes de la force \vec{F} sachant que \vec{B} est de composantes (B_x, B_y, B_z) .
2. Trouver la direction de \vec{B} qui conduit à un mouvement de P dans le plan (Oxz).

3/ Gradient et opérateur Nabla $\vec{\nabla}$

On rappelle que l'opérateur vectoriel de dérivées partielles, gradient $\vec{grad} = \vec{\nabla}$, s'écrit :

- en coordonnées cartésiennes : $\vec{\nabla} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix}$

- en coordonnées cylindriques : $\vec{\nabla} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix}$

3-1/ Soit un champ de température $T(x, y, z) = C \times (x - y)$ où C est une constante positive.

1. Exprimer, dans le système de coordonnées cartésiennes, les composantes du vecteur $\vec{\nabla}T$.
2. En déduire l'évolution de la température selon les 3 axes du repère cartésien.
3. La température s'exprime en Kelvin (K), en quelle unité SI exprime-t-on $\|\vec{\nabla}T\|$?

3-2/ Ecrire le gradient des fonctions suivantes :

1. En coordonnées cartésiennes : $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$ $f(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$
 $f(x, y) = e^x \cdot \cos(xy) - xy$.
2. En coordonnées cylindriques : $f(r, \theta, z) = \frac{A \cos \theta}{r^2} + Bz \sin \theta$, où A et B sont des constantes.
3. *Montrer que $\vec{\nabla}f$ est un vecteur perpendiculaire à la surface $f(x, y, z) = Cte$ en chaque point (x, y, z) .
4. *Discuter la conséquence sur la relation $\vec{E} = -\vec{\nabla}V$ qui lie le champ électrique \vec{E} et le potentiel électrique V.

3-3/ Soit $V(r, \theta) = C \frac{\cos \theta}{r^2}$, où C est une constante positive, le champ scalaire (appelé potentiel électrique) défini au point $M(r, \theta)$.

1. Exprimer, dans le système de coordonnées polaires, les composantes du vecteur $\vec{E}(r, \theta) = -\vec{\nabla}V$.
2. Dans un plan (x,y) placer les points M définis par les angles $\theta = 0$, $\theta = \frac{\pi}{2}$, $\theta = \pi$ et $\theta = \frac{3\pi}{2}$.
3. Représenter en chacun de ces 4 points les vecteurs unitaires \vec{u}_r et \vec{u}_θ de la base polaire.
4. Représenter le vecteur $\vec{E}(r, \theta)$ en chacun de ces points.
5. Exprimer en chacun de ces points V(r, θ) et $\|\vec{E}(r, \theta)\|$.

4*/ Champs de gradient et énergie potentielle

4-1/ Circulation de vecteurs

1. Dans l'espace à trois dimensions, soit le champ de vecteurs \vec{A} défini dans le repère cartésien (O, x, y, z) par $\vec{A} = (y^2 - x^2)\vec{u}_x + 2xy\vec{u}_y$. Soient les points $I(a, 0, 0)$, $J(0, b, 0)$ et $K(a, b, 0)$. Calculer la circulation de \vec{A} sur les contours OIK et OJK.
2. Montrer que \vec{A} est un champ de gradient.
3. Donner une fonction ϕ dont dérive \vec{A} . En déduire que la circulation de \vec{A} sur tout contour fermé est nulle, ce qui explique les résultats obtenus à la question précédente.

4-2/ Force de gravité

1. Rappeler l'énergie potentielle dont dérive la force de gravité $-mg\vec{u}_z$, \vec{u}_z étant le vecteur unitaire vertical montant. On prendra l'origine des énergies en $z = 0$.
2. Calculer le travail fourni par un opérateur pour déplacer une pomme de masse m depuis l'altitude $z = 0$ jusqu'à l'altitude z .
3. Commenter le résultat (signe du travail, relation avec la question précédente).

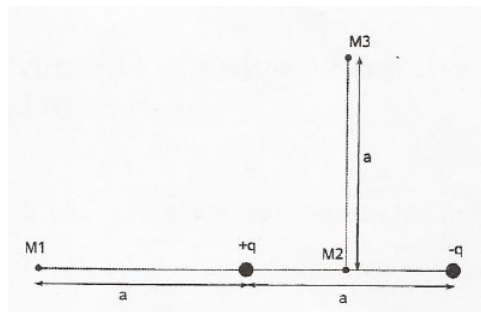
T.D. n°2 : Champ et potentiel électrostatiques : distributions discrètes de charges.

1/ Ordres de grandeur

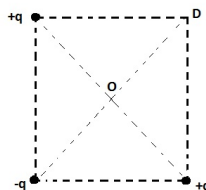
1. Quel est le champ électrique nécessaire pour compenser le poids d'un électron proche de la surface de la Terre ?
2. Quelle charge doit porter une particule de masse 2 g pour demeurer en équilibre dans un champ électrique vertical dirigé vers le bas et d'intensité 500 N/C ?
3. Comparer l'ordre de grandeur des forces de Coulomb et de gravitation qui s'exercent entre deux électrons de charge $e = -1.6 \times 10^{-19}$ C et de masse $m = 9.1 \times 10^{-31}$ kg séparés d'une distance $d = 1$ cm.
On rappelle la valeur de la constante de la gravitation universelle : $G = 6.67 \times 10^{-11}$ S.I. La valeur de la constante de Coulomb $k_c = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9$ S.I.
4. Un noyau d'uranium possède 92 protons.
 - (a) Donner le sens, la direction et le module du champ électrostatique dû au noyau à une distance $d = 0.1$ nm.
 - (b) En déduire le sens, la direction et le module de la force électrostatique subie par un électron se trouvant à cette distance.
 - (c) Calculer en J puis en eV l'énergie potentielle électrostatique ressentie par cet électron.

2/ Loi de Coulomb : Représentation qualitative

1. Représenter qualitativement, aux points M_1, M_2 et M_3 , le champ électrostatique créé par deux charges électriques opposées et séparées d'une distance a . Voir figure suivante.



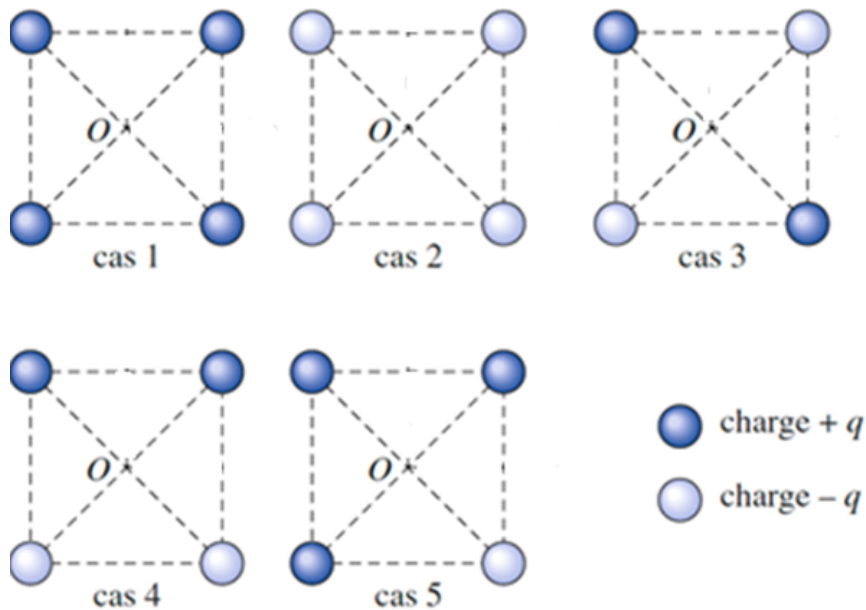
2. Soient trois charges fixes représentées sur la figure ci-dessous, avec $q > 0$.



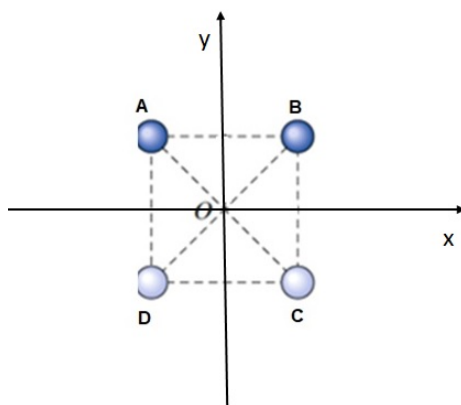
- (a) Représenter qualitativement les forces électrostatiques agissant sur les trois charges.
- (b) Représenter qualitativement la force électrostatique qui s'exercerait sur une charge libre positive placée en O . Calculer et représenter le champ électrostatique en O .
- (c) Représenter qualitativement la force électrostatique qui existerait sur une charge libre positive placée en D . Calculer et représenter le champ électrostatique en D .

3/ Distributions discrètes de charges.

On dispose 4 charges aux sommets de carrés de côtés a , voir figures ci-dessous :



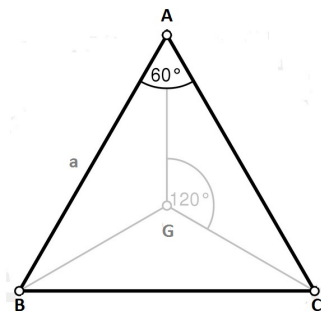
1. Représenter (sans calculer) le champ électrique total au centre du carré pour chacun des cas.
2. Justifier pour chacun des cas pourquoi les résultats étaient prévisibles.
3. On s'intéresse désormais au cas 4, on notera les sommets comme indiqué en figure ci-dessous et on prendra un repère cartésien centré en O doté de sa base orthonormée (\vec{i}, \vec{j}) . En utilisant le principe de superposition, déterminer en fonction des données de l'exercice :
 - (a) l'expression de $\vec{E}(O)$, le champ électrique au point O .
 - (b) l'expression de $V(O)$, le potentiel au point O .
4. On place une charge $Q_O = -2q$ au point O . Donner l'expression de $\vec{F}(O)$ la force électrostatique ressentie par Q_O en fonction de q et a .
5. Calculer $V(O)$, $\|\vec{E}(O)\|$ et $\|\vec{F}(O)\|$ sachant que $a = 30 \text{ cm}$, $q = 9 \cdot 10^{-10} \text{ C}$. On rappelle la valeur de la constante électrostatique $k = 9 \cdot 10^9 \text{ S.I.}$



6. On veut maintenir Q_O en équilibre en O on utilise pour cela une charge $Q_p = 3q$, déterminer la position du point P où placer la charge Q_p pour assurer l'équilibre de Q_O .
7. Calculer en J puis en eV l'énergie d'interaction électrostatique entre Q_O et Q_p .

4/ Trois charges aux sommets d'un triangle

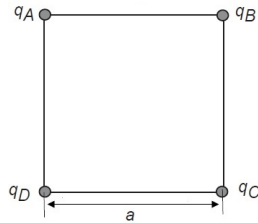
Trois charges ponctuelles identiques $q > 0$ sont placées aux sommets A, B et C d'un triangle équilatéral de côté a et de centre de gravité G (cf figure ci-dessous). On rappelle que G est situé à l'intersection des médianes qui se coupent au $2/3$ de leur longueur à partir des sommets correspondants et que la longueur de chaque médiane est de $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.



1. Représenter la direction et le sens de la force électrostatique \vec{F} qui s'exerce sur chacune des charges.
2. Que se passe-t-il pour les charges si elles ne sont pas maintenues mécaniquement aux sommets du triangle ?
3. Etablir l'expression de $\vec{F}(A)$ la force s'exerçant sur la charge au point A en fonction des données de l'exercice et du vecteur \vec{HA} où H est le milieu du segment $[BC]$.
4. En raisonnant avec les symétries de cette distribution discrète de charges, déterminer le champ électrique $\vec{E}(G)$ au centre de gravité G .
5. Retrouver par le calcul le résultat de la question précédente.
6. On place une charge q' au point G . Quelle force électrostatique subit-elle ?
7. En raisonnant avec le point A , déterminer la valeur de q' pour que les quatre charges soient en équilibre.

5/ Quatre charges aux sommets d'un carré

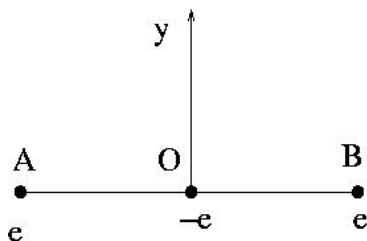
Soient quatre charges ponctuelles q_A , q_B , q_C et q_D maintenues aux sommets d'un carré de côté a .



1. Si on suppose que $q_A = q_C$ et $q_B = q_D$, étudier les symétries de cette distribution discrète de charges et déterminer $\vec{E}(O)$, la valeur du champ électrique en O , le centre du carré.
2. Retrouver par le calcul la valeur de $\vec{E}(O)$.
3. Calculer $V(O)$, le potentiel au centre O du carré.
4. Si $q_A = -q$ et $q_B = q_C = q_D = q$. Déterminer, $\vec{F}(A)$, la force électrostatique que les trois charges placées en B , C et D exercent sur la charge placée en A .
5. Cette fois-ci, $q_A = 2q_B$ et $q_C = q_D = 0$. Préciser la position du point P où le champ créé est nul.
6. Déterminer l'expression de $V(P)$ en fonction de q_B et a .
7. A.N. Calculer $V(P)$ sachant que $q_B = 1.6 \times 10^{-19}$ C et que $a = 1$ cm.

6*/ Trois charges alignées

Trois charges $+e$, $-e$ et $+e$ sont maintenues fixes aux points A , O et B ($AO = OB = a$) selon le schéma ci-dessous.

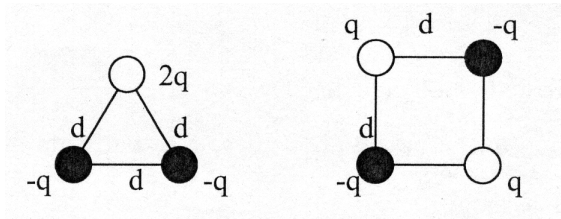


1. Quelle est la force résultante pour chacune des charges ?
Les charges $+e$ sont des ions supposés très lourds et immobiles alors que la charge $-e$ est un électron mobile.
2. Sans faire de calculs, discuter si l'équilibre de l'électron est stable ou instable par rapport à de petits déplacements :
 - (a) le long de la droite joignant les deux ions.
 - (b) le long de la médiatrice des deux ions.
3. On lâche sans vitesse initiale l'électron central depuis un point M de la médiatrice tel que $OM = y \ll a$. Quel est son mouvement ? Donner l'expression de sa période.
4. Reprendre les deux questions précédentes si la charge centrale est $+e$, mobile et lâchée d'un point M de la droite (AB) tel que $OM = x \ll a$.

T.D. n°3 : Dipôle électrostatique et énergie potentielle.

1/ Notion de moment dipolaire

1. Rappeler la définition de \vec{p} le moment dipolaire électrostatique défini à partir de deux charges q et $-q$ séparées d'une distance d .
2. On considère N charges électriques q_i situées aux points M_i vérifiant la condition $\sum_i q_i = 0$. Écrire l'expression de \vec{p}_0 , le moment dipolaire de cet ensemble de charges par rapport à un point O .
3. *Montrer que si $\sum_i q_i = 0$, le moment dipolaire \vec{p} est indépendant de l'origine O choisie.
4. On notera G_p et G_n les barycentres respectifs des charges positives situées aux points P_i et des charges négatives situées aux points N_j . On supposera que l'on a autant de charges positives que de charges négatives.
 - (a) Rappeler la définition de G_p et G_n .
 - (b) Exprimer alors \vec{p} en fonction de G_p , G_n et Q (la somme des charges positives).
 - (c) Dédurre de ce qui précède les moments dipolaires des distributions de charges suivantes :



2/ Potentiel et champ d'un dipôle électrique.

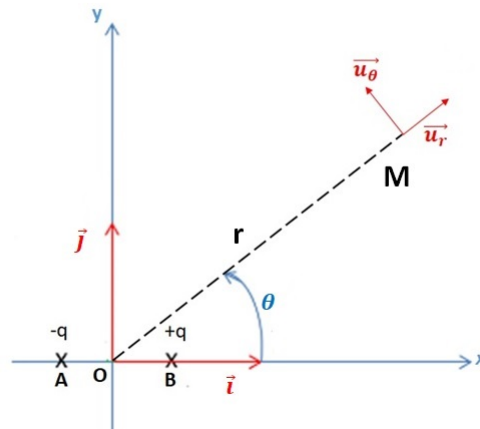
Soient deux charges ponctuelles ($-q$) et ($+q$) placées dans le vide aux points A_1 ($x=-a$, $y=0$) et A_2 ($x = +a$, $y = 0$) du plan (xOy). Un point M éloigné des charges est repéré par ses coordonnées polaires $r = OM$ et $\theta = (Ox, \overrightarrow{OM})$. On désignera par \vec{u} le vecteur unitaire dans la direction $\vec{r} = \overrightarrow{OM}$.

1. Exprimer le potentiel électrique au point M. On posera $\vec{p} = q \cdot \overrightarrow{A_1 A_2}$ (moment dipolaire).
2. En déduire le module et l'orientation du champ électrique \vec{E} en $M(r, \theta)$. On appellera E_0 le module du champ dans la direction $\theta=0$.
3. Indiquer l'orientation et le module de \vec{E} ainsi que le potentiel pour les 4 positions de Gauss : $\theta = 0, \frac{\pi}{2}, \pi$ et $\frac{3\pi}{2}$.
4. *Donner l'équation et l'allure des surfaces équipotentielles (V_1) et des lignes de champ du dipôle.

3/ Dipôle électrique en coordonnées cartésiennes et polaires.

(Cet exercice n'est à faire en TD que par les étudiants de PCST)

On considère un dipôle électrostatique constitué d'une charge $-q$ placée en A et une charge $+q$ placée en B (voir figure ci-dessous). Le plan (xOy) contenant le dipôle est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . On considère un point M dans ce plan défini par ses coordonnées polaires (r, θ) représentées sur la figure ci-dessous. Le point M peut également être défini par ses coordonnées cartésiennes (x, y) . On notera \vec{p} , le moment dipolaire électrique associé à ces deux charges.



1. Exprimer \vec{p} en fonction des données de l'exercice.
2. On rappelle que le potentiel électrostatique au point M s'exprime en coordonnées polaires par : $V(M) = V(r, \theta) = k \frac{p \cos \theta}{r^2}$, où k est la constante électrostatique. A quelle condition cette expression est-elle valable ?
3. Exprimer x et y , les coordonnées cartésiennes de M, en fonction de r et θ .
4. Ecrire alors l'expression de $V(M)$ en fonction de k , p , x et y .
5. En déduire les expressions de $E_x(M)$ et $E_y(M)$, les composantes cartésiennes de $\vec{E}(M)$, le champ électrique créé par ce dipôle au point M.
6. Montrer alors que le module de $\vec{E}(M)$ est donné par : $\|\vec{E}(M)\| = k p \frac{(4x^2 + y^2)^{1/2}}{(x^2 + y^2)^2}$.
7. En remplaçant x et y par leurs expressions en coordonnées polaires, donner l'expression de $\|\vec{E}(M)\|$ en fonction de r et θ .
8. Application numérique : on donne $\|\vec{AB}\| = 3.10^{-6} \text{m}$, $q = 3.10^{-10} \text{C}$, $r = 10 \text{cm}$, $\theta = 45^\circ$ et on rappelle que $k = 9 \cdot 10^9 \text{S.I.}$
 - (a) Calculer $\|\vec{p}\|$ en unités S.I.
 - (b) Calculer $V(M)$ et $\|\vec{E}(M)\|$.

4/ Dipôle dans un champ extérieur uniforme. Équipotentielles.

Un dipôle électrique de moment \vec{p} , orienté suivant l'axe $x'Ox$ est placé en O dans un champ électrique uniforme E_0 , orienté suivant $x'Ox$.

1. Donner l'expression du potentiel électrique V de l'ensemble constitué par le dipôle et le champ, en un point M , repéré par ses coordonnées polaires r et θ , suffisamment éloigné du dipôle. On admet que le potentiel du champ uniforme \vec{E}_0 est nul en O .
2. Définir la surface équipotentielle $V=0$.
Application numérique : $p = \frac{1}{9} \cdot 10^{-10}$ C.m et $E_0 = 10^5$ V/m.
3. Montrer que le champ sur l'équipotentielle $V=0$ vaut $3E_0 \cos(\theta)$.

5*/ Interaction de deux dipôles. Positions d'équilibre. Énergie.

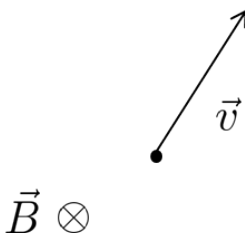
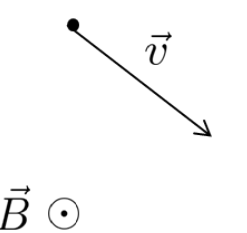
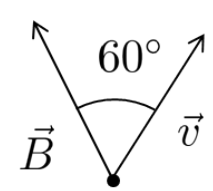
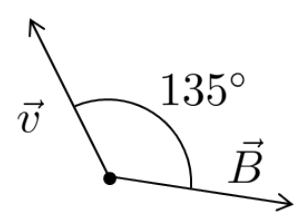
Un dipôle électrique de moment \vec{p}_1 est placé en O . Ce dipôle fixe, est orienté dans la direction de l'axe $x'Ox$. Un dipôle électrique, de moment \vec{p}_2 , placé en un point M de coordonnées polaires (r, θ) , est orienté selon \vec{u}_r de la base polaire en M .

1. Faire un schéma illustrant les données de l'exercice.
2. Déterminer le potentiel créé par \vec{p}_1 en M .
3. En déduire le champ électrique \vec{E}_1 créé par \vec{p}_1 en M .
4. (a) Exprimer l'énergie $W = -\vec{p}_2 \cdot \vec{E}_1$ du dipôle \vec{p}_2 , en équilibre dans le champ \vec{E}_1 du dipôle \vec{p}_1 .
(b) Pour quelle valeur de θ cette énergie est-elle minimale ?
(c) *A.N.* Calculer, en J puis en eV, l'énergie minimale si les dipôles sont deux molécules d'eau distantes de 3\AA et de moment dipolaire $p = 4 \times 10^{-30}$ C.m.

T.D. n°4 : Magnétostatique et dynamique de particules chargées dans un champ électromagnétique.

1/ Force magnétique.

Déterminer la direction, le sens et l'intensité de la force magnétique subie par la particule dans les quatre cas suivants :

<p>a)</p> <p>$q < 0$</p> 	<p>b)</p> <p>$q > 0$</p> 
<p>c)</p> <p>$q > 0$</p> 	<p>d)</p> <p>$q < 0$</p> 

2/ Autour de la force de Lorentz.

Dans toutes les questions, $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ désigne une base orthonormée directe.

1. Une particule de charge $q > 0$ se déplace dans le plan (Oxy) avec une vitesse \vec{v} telle que $\vec{v} = v \cos \theta \vec{i} + v \sin \theta \vec{j}$. Elle est placée dans un champ magnétique uniforme $\vec{B} = B \vec{i}$.
 - (a) Déterminer l'expression vectorielle de la force magnétique qu'elle subit.
 - (b) Pour quelle(s) valeur(s) de θ l'intensité de la force est-elle maximale ?
2. Un proton se déplace dans la même direction que les lignes de champ d'un champ magnétique.
 - (a) Que peut-on dire de la force agissant sur le proton ?
 - (b) Que peut-on dire de sa trajectoire et de sa vitesse ?
3. Un électron de vitesse initiale $\vec{v}(0) = 2 \vec{i} + 4 \vec{j}$ est soumis à un champ magnétique $\vec{B} = 2 \vec{k}$.

- (a) Le module de sa vitesse $\|\vec{v}\|$ change-t-il ou reste-t-il constant au cours du temps ?
 - (b) Quelle est la direction prise par l'électron au début de son mouvement lorsqu'il subit l'action du champ magnétique ?
 - (c) Faire un schéma dans le plan $(0xy)$ représentant $\vec{v}(0)$ et la force magnétique à l'instant initial $\vec{F}(0)$.
- 4*. Un électron et un proton se déplaçant selon la même direction ont une même quantité de mouvement. Ils pénètrent dans une région de l'espace où s'exerce un champ magnétique qui fait un angle droit avec leur direction.
- (a) Rappeler sans démonstration la nature de la trajectoire décrite par les particules.
 - (b) Comparer les rayons de courbures des trajectoires des 2 particules.

3/ Action d'un champ électromagnétique sur une particule chargée.

Soit une particule de masse m et de charge q dans un référentiel cartésien d'origine O . À l'instant $t = 0$, elle est lâchée sans vitesse initiale dans une région où régnent un champ électrique $\vec{E} = E\vec{u}_x$ et un champ magnétique $\vec{B} = B\vec{u}_z$ uniformes.

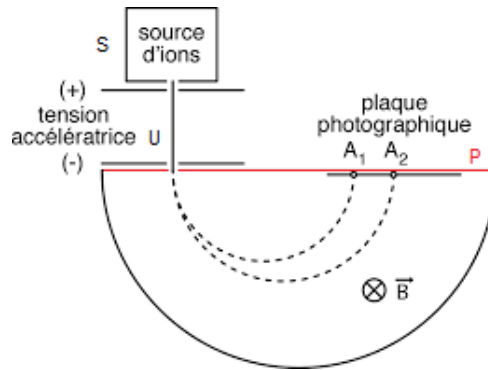
On négligera l'action de la pesanteur et on posera $\omega = qB/m$ et $a = qE/m$.

1. En appliquant le principe fondamental de la dynamique, déterminer le système d'équations différentielles vérifiées par les trois composantes de la vitesse de la particule en fonction des paramètres ω et a .
2. Comment évolue $v_z(t)$? Commentaire.
3. En utilisant la notation complexe $v(t) = v_x(t) + iv_y(t)$:
 - (a) Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $v(t)$.
 - (b) Résoudre l'équation différentielle précédente.
 - (c) En déduire les expressions de $v_x(t)$ et $v_y(t)$.
4. Déterminer les équations paramétriques $x(t)$, $y(t)$ et $z(t)$ de la trajectoire de la particule.

4*/ Spectrographes de masse de Dempster et de Bainbridge. Filtre de vitesse.

1. Spectrographe de Dempster

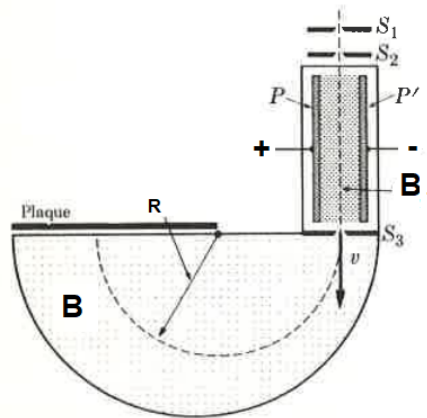
Une source ponctuelle S d'ions positifs émet un pinceau très étroit composé de deux types de particules de masses m_1 et m_2 , de charges respectives q_1 et q_2 , avec une vitesse initiale négligeable. Ils sont accélérés par une différence de potentiel U , vers la fente d'un plan P , puis déviés par un champ magnétique \vec{B} uniforme perpendiculaire à leur trajectoire (voir figure ci-dessous).



- (a) Montrer que la trajectoire des particules dans \vec{B} est circulaire.
- (b) Exprimer la distance d de leurs points d'impact sur le plan P.
- (c) Quelle doit être la largeur de la plaque photographique convenablement placée sur le plan P, qui permettrait de séparer les deux isotopes du mercure ($Z=80$) de masses atomiques $A_1=200$ et $A_2=202$?
 On donne : $B=0,2$ T ; $U=12$ kV ; charge élémentaire $e=1,6 \times 10^{-19}$ C ; unité de masse atomique : $u_{ma}=1,6 \times 10^{-27}$ kg.

2. Spectrographe de Bainbridge

Des ions positifs de masses et de charges différentes, émis par une source S sans vitesse, sont accélérés par une différence de potentiel entre les plaques S_1 et S_2 . Ils passent alors dans le sélecteur de vitesse constitué d'un champ électrique \vec{E}_1 , produit par les plaques P et P' et d'un champ magnétique \vec{B}_1 . Les deux champs sont uniformes et orthogonaux. Les ions pénètrent alors dans une capsule où règne un champ magnétique \vec{B} uniforme qui leur impose une trajectoire circulaire de rayon R ; enfin ils impressionnent une plaque photographique.



- (a) Expliquer le rôle du **filtre de vitesse**.
- (b) Exprimer la charge massique $\frac{q}{m}$ des particules qui impressionnent la plaque en fonction de E_1 , B_1 , B et R.
- (c) Calculer la distance, sur la plaque photographique, entre les points d'impact des isotopes du mercure, sachant que $B=0,2$ T ; $E_1=6.10^4$ V/m et $B_1=0,1$ T.