PCBT MR, LDD

I) Questions de cours

1) $\vec{A}\begin{pmatrix}-5\\3\\2\end{pmatrix}$ $\vec{B}\begin{pmatrix}2\\0\\6\end{pmatrix}$

a) $\|\vec{A}\| = \sqrt{(-5)^2+3^2+2^2} = \sqrt{38}$ $\|\vec{B}\| = \sqrt{4+36} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

b) $\vec{A}\wedge\vec{B} = \begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ -5 & 3 & 2\\ 2 & 0 & 6\end{vmatrix} = \begin{pmatrix}18\\34\\-6\end{pmatrix}$

c) $\|\vec{A}\wedge\vec{B}\| = \sqrt{18^2+34^2+6^2} = \sqrt{1516} = \|\vec{A}\|\|\vec{B}\|\left|\sin(\widehat{\vec{A},\vec{B}})\right| \Rightarrow \sin(\widehat{\vec{A},\vec{B}}) = \frac{\sqrt{1516}}{\sqrt{38}\sqrt{40}}$

$\Rightarrow (\widehat{\vec{A},\vec{B}}) \simeq 87.06°$

2°/ $\vec{E} = -\vec{\nabla}V \Rightarrow$ le champ électrique est suivant le sens inverse de l'accroissement du potentiel électrostatique.

3°) $\int_A^B \vec{E}\cdot\vec{dl} = \int_A^B -\vec{\nabla}V\cdot\vec{dl} = -\int_A^B \vec{\nabla}V\cdot\vec{dl} = -\int_A^B dV = -(V(B)-V(A)) = V(A)-V(B)$

4°) P montrer que $\vec{A}(x,y,z)$ est 1 chp de gradient il faut montrer que $\vec{A}\begin{pmatrix}A_x\\A_y\\A_z\end{pmatrix} \rightarrow \frac{\partial A_x}{\partial y} = \frac{\partial A_y}{\partial x}$, $\frac{\partial A_x}{\partial z} = \frac{\partial A_z}{\partial x}$, $\frac{\partial A_y}{\partial z} = \frac{\partial A_z}{\partial y}$.

5°) a/ $\mathcal{E}_{qq'} = \frac{kqq'}{r}$ $\mathcal{E}_{qq'}$ s'exprime en J.

b/ $r = 9\,10^{-6}$ m $q = -2\,10^{10}e = -3.2\,10^{-9}$ C. $q' = 3\,10^{10}e = 4.8\,10^{-9}$ C.

$\Rightarrow \mathcal{E}_{qq'} = -15,36$ mJ.

c/ $\mathcal{E}_{qq'} = -9.6\,10^{16}$ eV.

d) $\mathcal{E}_{qq'} < 0 \Rightarrow$ interaction attractive entre q et q'

II) Charges aux sommets d'un rectangle

1°/ $AO^2 = 2a^2 = BO^2 \Rightarrow AO = BO = a\sqrt{2}$

2°/ Pour déterminer le potentiel $V(O)$ on utilise le principe de superposition

3°/ $V(O) = V_{q_A}(O) + V_{q_B}(O) + V_{q_C}(O) + V_{q_D}(O) = \frac{kq}{OA} + \frac{kq}{OB} - \frac{3kq}{a} - \frac{3kq}{a} = \frac{2kq}{a\sqrt{2}} - \frac{6kq}{a}$

$\Rightarrow V(O) = \frac{kq}{a}(\sqrt{2} - 6)$

4°/ l'axe oy est 1 axe de symétrie $\Rightarrow$ en O $\vec{E}(O)$ porté par oy.

5°/ $\vec{E}_A(O) = \frac{k\,q_A}{AO^2}\left(\frac{\vec{AO}}{AO}\right) = \frac{k\,q}{2\sqrt{2}\,a^3}a(\vec{i} - \vec{j}) = \frac{kq}{2\sqrt{2}\,a^2}(\vec{i} - \vec{j})$

$\vec{E}_B(O) = \frac{kq_B}{OB^3}(\vec{BO}) = \frac{kq}{2\sqrt{2}\,a^3}a(-\vec{i} - \vec{j}) = \frac{kq}{2\sqrt{2}\,a^2}(-\vec{i} - \vec{j})$

$\vec{E}_C(O) = \frac{kq_C}{a^3}(\vec{CO}) = \frac{-3kq}{a^2}(-\vec{i}) = \frac{3kq}{a^2}\vec{i}$

$\vec{E}_D(O) = \frac{kq_D}{a^3}(\vec{DO}) = \frac{-3kq}{a^2}\vec{i}$

6°) $\Rightarrow \vec{E}(O) = \vec{E}_A(O) + \vec{E}_B(O) + \vec{E}_C(O) + \vec{E}_D(O) = -\frac{kq}{\sqrt{2}\,a^2}\vec{j}$

$\|\vec{E}(O)\| = \frac{kq}{a^2\sqrt{2}}$

7°) $Q < 0$ au pt O

a) $\vec{F}(O) = Q\vec{E}(O) = -\frac{kqQ}{a^2\sqrt{2}}\vec{j}$.

b) $Q < 0 \Rightarrow \vec{F}(O)$ est orientée vers le haut selon oy.

8°/ $a = 30\,10^{-6}$ m $\quad q = 20 \times e = 3{,}2\,10^{-18}$ C $\quad Q = -15e = -2.4\,10^{-18}$ C

$\Rightarrow V(O) = -4.4\,10^{-3}$ V $= -4.4$ mV

$\|\vec{E}(O)\| = 22.6$ V/m. (ou N/C)

$\|\vec{F}(O)\| = |Q|\,\|\vec{E}(O)\| = 5.43\,10^{-17}$ N.