

Epreuve écrite d'électromagnétisme

Durée 1h30

Documents, calculatrices alphanumériques et téléphones portables interdits.

Les exercices sont indépendants les uns des autres.

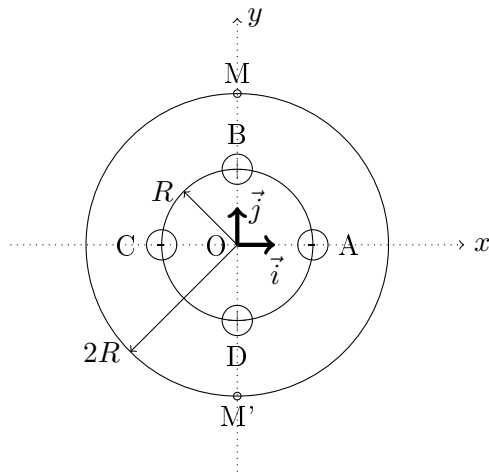
Les questions de cours sont indépendantes les unes des autres.

I. Questions de cours.

1. Calculer la différentielle de la fonction $f(x, y) = x^2y^3 \cos(ax + by)$ où a et b sont des constantes.
2. Dans un repère orthonormé direct (Oxy) , on considère deux vecteurs \vec{A} et \vec{B} de composantes respectives $(-15, 3, 0)$ et $(2, 0, 4)$. Soit \vec{W} le vecteur résultant du produit vectoriel de \vec{A} et \vec{B} .
 - (a) Montrer \vec{W} est perpendiculaire au plan formé par les deux vecteurs \vec{A} et \vec{B} .
 - (b) Déterminer l'angle entre les deux vecteurs \vec{A} et \vec{B} .
3. Rappeler la définition de l'opérateur Nabla.
4. Le gradient d'un champ scalaire donne un champ scalaire ou un champ vectoriel ?
5. Quelle est la signification du gradient d'un champ scalaire ?
6. Après avoir rappelé la relation qui lie le champ électrostatique et le potentiel électrostatique, donner sa signification.
7. Démontrer que les lignes de champ électrique sont toujours perpendiculaires aux surfaces équipotentielles.
8. Quelle est la relation entre un champ électrique et ses lignes de champ ?

II. Champ et potentiel électrostatiques.

On considère quatre charges ponctuelles placées en A, B, C et D sur un cercle de rayon R , de centre O. Comme on le voit sur la figure, les points A et C sont situés sur l'axe Ox , les points B et D étant situés sur l'axe Oy . Les charges électriques sont telles que $q_A = q_C = -q$ et $q_B = q_D = +q$, avec $q > 0$. Le cercle contenant ces charges est entouré d'un autre cercle de rayon $2R$ et de même centre O.



1. On s'intéresse dans un premier temps au potentiel et au champ électrique créés par la distribution de charges au point O, centre des cercles.
 - (a) Déterminer le potentiel électrostatique $V(O)$ au point O.
 - (b) Montrer par un calcul explicite et par une analyse des symétries et/ou antisymétries de la distribution de charges, que le champ électrique au point O est nul.
2. On s'intéresse maintenant au potentiel et au champ électrique créés par la distribution de charges au point M, de coordonnées cartésiennes $(0, 2R)$.
 - (a) Exprimer les coordonnées cartésiennes des vecteurs \overrightarrow{AM} , \overrightarrow{BM} , \overrightarrow{CM} , \overrightarrow{DM} repérés dans la base orthonormée (O, \vec{i}, \vec{j}) et en déduire leurs normes.
 - (b) En déduire le potentiel électrostatique $V(M)$ au point M en fonction de k, q et R .
 - (c) Déterminer la direction du champ électrique $\vec{E}(M)$ au point M par une analyse des symétries de la distribution de charges.
 - (d) Montrer que les composantes du champ électrique $\vec{E}(M)$ dans la base (O, \vec{i}, \vec{j}) sont données par : $E_x = 0, E_y = \frac{kq}{R^2}(\frac{10}{9} - \frac{4}{5\sqrt{5}})$.
 - (e) Représenter $\vec{E}(M)$ sur la figure.
 - (f) Sans aucun calcul, mais en justifiant votre réponse, représenter le champ électrique $\vec{E}(M')$ au point M', symétrique du point M par rapport à O.
3. On place une charge ponctuelle $q' < 0$ au point M.
 - (a) Donner l'expression de la force électrique $\vec{F}(M)$ exercée par la distribution de charges sur q' . Sous l'effet de cette force, la charge q' tend-elle à se rapprocher ou à s'éloigner du point B ?
 - (b) Donner l'expression de l'énergie potentielle électrostatique de la charge q' en fonction de k, q, q' et R . Analyser son signe et le discuter.