1/ $f(x,y) = x^2 y^3 \cos(ax + by)$ $\quad df = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right) dx + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right) dy$ avec

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 2x y^3 \cos(ax+by) - a x^2 y^3 \sin(ax+by)$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = 3 x^2 y^2 \cos(ax+by) - b x^2 y^3 \sin(ax+by)$$

2/ $\vec{A}\begin{pmatrix} -15 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\quad \vec{B}\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$

a) $\vec{W} = \vec{A} \wedge \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -15 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 4 \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 60 \\ -6 \end{pmatrix}$

$\vec{W} \cdot \vec{A} = -180 + 180 + 0 = 0$ $\quad \vec{W} \cdot \vec{B} = 24 + 0 - 24 = 0 \Rightarrow \vec{W} \perp \vec{A}$ et $\vec{W} \perp \vec{B}$

$\Rightarrow \vec{W} \perp$ au plan formé par $\vec{A}$ et $\vec{B}$

4/ $\|\vec{W}\| = \|\vec{A}\| \, \|\vec{B}\| \, |\sin\alpha| \Rightarrow |\sin\alpha| \simeq 0{,}8987$ $\Big\} \Rightarrow \alpha \cong 116°$

d'autre part $\vec{A} \cdot \vec{B} = -30 < 0 \Rightarrow \cos\alpha < 0$

3/ ~~op~~ $\vec{\nabla}$ est 1 opérateur vectoriel de dérivée partielle.

4/ le $\vec{\nabla} V$ où V est 1 chp scalaire donne 1 chp vectoriel

5/ le gradient d'1 chp scalaire nous informe de l'accroissement de ce chp scalaire ds l'espace (selon les $\neq$ directions)

6/ $\vec{E} = -\vec{\nabla} V \Rightarrow$ le chp électrique est orienté ds le sens inverse de l'accroissement de V

7) Sur 1 équipotentielle on a $dV = 0$

or $dV = \vec{\nabla} V \cdot \vec{dr} \Rightarrow dV = -\vec{E} \cdot \vec{dr} = 0 \Rightarrow \vec{E} \perp \vec{dr}$ sur l'équipot

$\Rightarrow \vec{E} \perp$ équipot en tout pt

8) le chp électrique est tjrs ~~tangent~~ aux ligne de chps $\Rightarrow$ en tout pt ds ligne de chps on a. $\vec{E} \wedge \vec{dl} = \vec{0}$

a/ $V(O) = +\frac{kq_C}{R} + \frac{kq_A}{R} + \frac{kq_B}{R} + \frac{kq_D}{R} = 0$ car. $q_C = q_A = -q$. $q_B = q_D = q$

b/ les deux droites du cercle vertical et horizontal sont des axes de symétrie ⇒ $\vec{E}$ ∈ à chacun de ces deux axes ⇒ au pt O il ne peut être que nul $\vec{E}(O) = \vec{0}$

$$\vec{E}(O) = \frac{kq_A}{R^2}\left(\frac{\vec{AO}}{R}\right) + \frac{kq_B}{R^2}\left(\frac{\vec{BO}}{R}\right) + \frac{kq_C}{R^2}\left(\frac{\vec{CO}}{R}\right) + \frac{kq_D}{R^2}\left(\frac{\vec{DO}}{R}\right)$$

$$= -\frac{kq}{R^2}(-\vec{i}) + \frac{kq}{R^2}(-\vec{j}) - \frac{kq}{R^2}(\vec{i}) + \frac{kq}{R^2}\vec{j} = \vec{0}$$

2°/a/ $\vec{AM} = \vec{AO} + \vec{OM} = -\vec{OA} + \vec{OM} = -\begin{pmatrix} R \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -R \\ 2R \end{pmatrix}$ ⇒ $AM = R\sqrt{5}$

$\vec{BM} = \vec{BO} + \vec{OM} = \vec{OM} - \vec{OB} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2R \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ R \end{pmatrix}$ ⇒ $BM = R$

$\vec{CM} = \vec{CO} + \vec{OM} = \vec{OM} - \vec{OC} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2R \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -R \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R \\ 2R \end{pmatrix}$ ⇒ $CM = R\sqrt{5}$

$\vec{DM} = \vec{DO} + \vec{OM} = \vec{OM} - \vec{OD} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2R \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ -R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3R \end{pmatrix}$ ⇒ $DM = 3R$.

b/ $V(M) = \frac{kq_A}{AM} + \frac{kq_B}{BM} + \frac{kq_C}{CM} + \frac{kq_D}{DM} = -\frac{kq}{R\sqrt{5}} + \frac{kq}{R} - \frac{kq}{R\sqrt{5}} + \frac{kq}{3R} = \frac{kq}{R}\left(\frac{4}{3} - \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$

c/ l'axe Oy est 1 axe de symétrie pour q_C et q_A ⇒ le chp créé par ces deux charges est le long de Oy ⇒ et le long de Oy. q_B et q_D ∈ Oy ⇒ elles créent en M un chp le long de Oy ⇒
Au final le chp $\vec{E}(M)$ est porté par Oy.

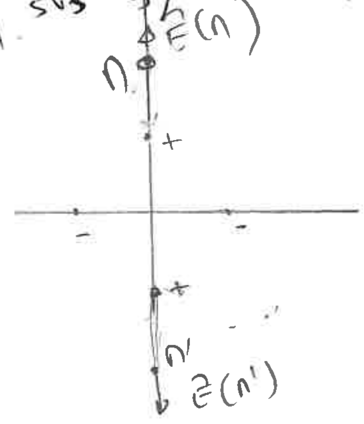
d) $\vec{E}(M) = \frac{kq_A}{AM^2}\left(\frac{\vec{AM}}{AM}\right) + \frac{kq_B}{BM^2}\left(\frac{\vec{BM}}{BM}\right) + \frac{kq_C}{CM^2}\left(\frac{\vec{CM}}{CM}\right) + \frac{kq_D}{DM^2}\left(\frac{\vec{DM}}{DM}\right)$

$$= -\frac{kq}{R^3 5\sqrt{5}}\begin{pmatrix} -R \\ 2R \end{pmatrix} + \frac{kq}{R^3}\begin{pmatrix} 0 \\ R \end{pmatrix} - \frac{kq}{5\sqrt{5}R^3}\begin{pmatrix} R \\ 2R \end{pmatrix} + \frac{kq}{27R^3}\begin{pmatrix} 0 \\ 3R \end{pmatrix}$$

$$= \frac{kq}{R^3}\begin{pmatrix} R/5\sqrt{5} + 0 - R/5\sqrt{5} + 0 \\ -\frac{2R}{5\sqrt{5}} + R - \frac{2R}{5\sqrt{5}} + \frac{3R}{27} \end{pmatrix} = \frac{kq}{R^3}\begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{4}{5\sqrt{5}} + \frac{10}{9} \end{pmatrix} R = \frac{kq}{R^2}\begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{4}{5\sqrt{5}} + \frac{10}{9} \end{pmatrix}$$

⇒ $\vec{E}(M) = \frac{kq}{R^2}\begin{pmatrix} 0 \\ 0{,}75 \end{pmatrix}$ ⇒ $\vec{E}$ est suivant Oy.

e) symétrie % à l'axe Ox ⇒ $\vec{E}(M') = \frac{kq}{R^2}\begin{pmatrix} 0 \\ -0{,}75 \end{pmatrix}$



3). $q' < 0$ au pt M
$\vec{F}(M) = q'\vec{E}(M) = \frac{kqq'}{R^2}\begin{pmatrix} 0 \\ 0{,}75 \end{pmatrix}$ $qq' < 0$ ⇒ $\vec{F}(M)$ sens inverse de $\vec{j}$
⇒ q' s'approche de B.

4/ $E_p(q') = q'V(M) = q'\frac{kq}{R}\left(\frac{4}{3} - \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$ or $q'q < 0$, $\left(\frac{4}{3} - \frac{2}{\sqrt{5}}\right) > 0$ ⇒ $E_p < 0$ ⇒ interaction attractive