I/ 1°/ $f(x,y) = x^2y^3 + x^3y^2 + \sin(ax+by)$ a et b cst

a) $\frac{\partial f}{\partial x} = 2xy^3 + 3x^2y^2 + a\cos(ax+by)$.

$\frac{\partial f}{\partial y} = 3x^2y^2 + 2x^3y + b\cos(ax+by)$

$\Rightarrow$ b/ $df = \frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy = \left(2xy^3 + 3x^2y^2 + a\cos(ax+by)\right)dx + \left(3x^2y^2 + 2x^3y + b\cos(ax+by)\right)dy$

2°/ $\vec{A}\begin{pmatrix}-15\\3\\0\end{pmatrix}$ $\vec{B}\begin{pmatrix}2\\0\\4\end{pmatrix}$ a) On calcule le produit scalaire par la somme des produits des composantes puis on utilise la 2ème relation $\vec{A}.\vec{B} = \|\vec{A}\|.\|\vec{B}\|\cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha = \frac{\vec{A}.\vec{B}}{\|\vec{A}\|\|\vec{B}\|}$

b/ on a $\vec{A}.\vec{B} = -30$ $\|\vec{A}\| = \sqrt{234}$ $\|\vec{B}\| = \sqrt{20}$ $\Rightarrow \cos\alpha = \frac{-30}{\sqrt{234\times20}} = 116°$.

3°/ l'operateur Nabla est 1 operateur vectoriel de derivee partielle

4/ le gradient d 1 chp scalaire donne un chp vectoriel

5/ le gradient d 1 chp scalaire nous informe sur l'accroissement de ce chp scalaire dans l'espace. (selon les ≠ directions)

6) $\vec{E} = -\vec{\nabla}V \Rightarrow$ le chp $\vec{E}$ est dirigé ds le sens inverse de l'accroissement du pot

7/ les lignes de champ $\vec{E}$ sont toujours $\perp$ aux surfaces equipotentielles.

a/ $V(O) = +\frac{kq_C}{R} + \frac{kq_A}{R} + \frac{kq_B}{R} + \frac{kq_D}{R} = 0$ car. $q_C = q_A = -q$. $q_B = q_D = q$

b/ les deux diamètres du cercle vertical et horizontal sont des axes de symétrie ⇒ $E \in$ à chacun de ces deux axes ⇒ au pt O il ne peut être que nul $\vec{E}(O) = \vec{0}$.

$$\vec{E}(O) = \frac{kq_A}{R^2}\left(\frac{\vec{AO}}{R}\right) + \frac{kq_B}{R^2}\left(\frac{\vec{BO}}{R}\right) + \frac{kq_C}{R^2}\left(\frac{\vec{CO}}{R}\right) + \frac{kq_D}{R^2}\left(\frac{\vec{DO}}{R}\right)$$

$$= \cancel{-\frac{kq}{R^2}(-\vec{i})} + \cancel{\frac{kq}{R^2}(-\vec{j})} - \cancel{\frac{kq}{R^2}(\vec{i})} + \cancel{\frac{kq}{R^2}\vec{j}} = \vec{0}$$

2°/a/ $\vec{AM} = \vec{AO} + \vec{OM} = -\vec{OA} + \vec{OM} = -\begin{pmatrix} R \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -R \\ 2R \end{pmatrix}$ ⇒ $AM = R\sqrt{5}$

$\vec{BM} = \vec{BO} + \vec{OM} = \vec{OM} - \vec{OB} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2R \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ R \end{pmatrix}$ ⇒ $BM = R$

$\vec{CM} = \vec{CO} + \vec{OM} = \vec{OM} - \vec{OC} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2R \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -R \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R \\ 2R \end{pmatrix}$ ⇒ $CM = R\sqrt{5}$

$\vec{DM} = \vec{DO} + \vec{OM} = \vec{OM} - \vec{OD} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2R \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ -R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3R \end{pmatrix}$ ⇒ $DM = 3R$.

b/ $V(M) = \frac{kq_A}{AM} + \frac{kq_B}{BM} + \frac{kq_C}{CM} + \frac{kq_D}{DM} = -\frac{kq}{R\sqrt{5}} + \frac{kq}{R} - \frac{kq}{R\sqrt{5}} + \frac{kq}{3R} = \frac{kq}{R}\left(\frac{4}{3} - \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$

c/ l'axe Oy est 1 axe de symétrie pour q_C et q_A ⇒ le chp créé par ces deux charges est le long de Oy. q_B et $q_D \in$ Oy ⇒ Elle crée en M un chp le long de Oy ⇒. Au final le chp $\vec{E}(M)$ est porté par Oy.

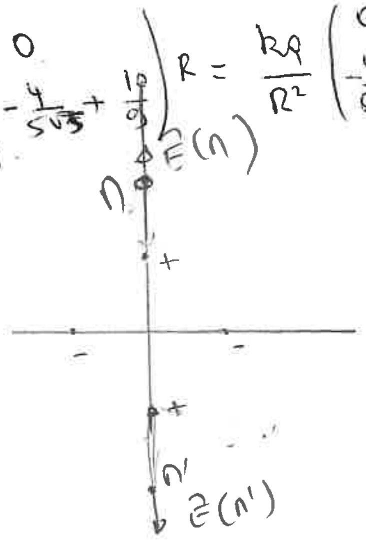
d) $$\vec{E}(M) = \frac{kq_A}{AM^2}\left(\frac{\vec{AM}}{AM}\right) + \frac{kq_B}{BM^2}\left(\frac{\vec{BM}}{BM}\right) + \frac{kq_C}{CM^2}\left(\frac{\vec{CM}}{CM}\right) + \frac{kq_D}{DM^2}\left(\frac{\vec{DM}}{DM}\right)$$

$$= -\frac{kq}{R^3 5\sqrt{5}}\begin{pmatrix} -R \\ 2R \end{pmatrix} + \frac{kq}{R^3}\begin{pmatrix} 0 \\ R \end{pmatrix} - \frac{kq}{5\sqrt{5}R^3}\begin{pmatrix} R \\ 2R \end{pmatrix} + \frac{kq}{27R^3}\begin{pmatrix} 0 \\ 3R \end{pmatrix}$$

$$= \frac{kq}{R^3}\begin{pmatrix} R/5\sqrt{5} + 0 - R/5\sqrt{5} + 0 \\ -\frac{2R}{5\sqrt{5}} + R - \frac{2R}{5\sqrt{5}} + \frac{3R}{27} \end{pmatrix} = \frac{kq}{R^3}\begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{4}{5\sqrt{5}} + \frac{10}{9} \end{pmatrix} R = \frac{kq}{R^2}\begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{4}{5\sqrt{5}} + \frac{10}{9} \end{pmatrix}$$

⇒ $\vec{E}(M) = \frac{kq}{R^2}\begin{pmatrix} 0 \\ 0{,}75 \end{pmatrix}$ ⇒ $\vec{E}$ est suivant Oy.

e) symétrie % à l'axe Ox ⇒ $\vec{E}(M') = \frac{kq}{R^2}\begin{pmatrix} 0 \\ -0{,}75 \end{pmatrix}$



3). $q' < 0$ au pt M

$\vec{F}(M) = q'\vec{E}(M) = \frac{kqq'}{R^2}\begin{pmatrix} 0 \\ 0{,}75 \end{pmatrix}$ $qq' < 0$ ⇒ $\vec{F}(M)$ sens inverse de $\vec{j}$ ⇒ q' s'approche de B.

b/ $E_p(q') = q'V(M) = q'\frac{kq}{R}\left(\frac{4}{3} - \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$ on a $\left.\begin{matrix} q'q < 0 \\ \left(\frac{4}{3} - \frac{2}{\sqrt{5}}\right) > 0 \end{matrix}\right\}$ ⇒ $E_p < 0$ ⇒ interaction attractive.