

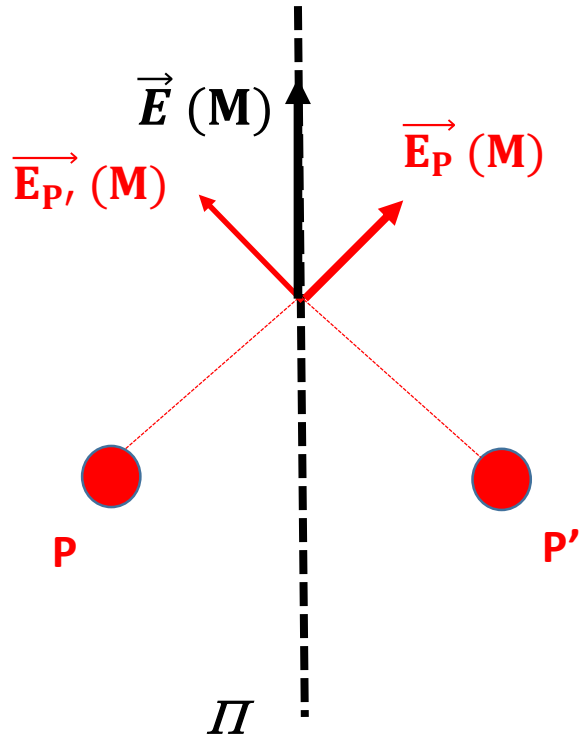
## Cours du 9 mars :

- Notion du gradient d'un champ scalaire et son interprétation
- Opérateur Nabla en coordonnées cartésiennes et polaires
- Loi de Coulomb (savoir l'écrire correctement, introduire le bon vecteur unitaire et notion de forces attractives et répulsives). Principe de superposition
- Champ électrique et principe de superposition.

### 3. Etude des symétries/antisymétries des distributions de charges

#### a/ Symétrie axiale:

Soient deux charges (ici  $> 0$ ) situées aux points P et P' et symétriques par rapport à l'axe  $\Pi$ .

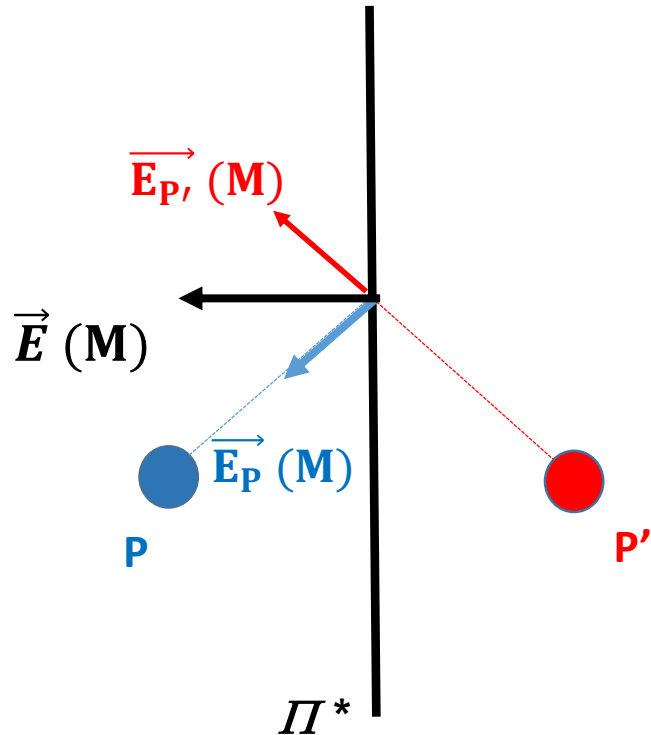


$$\forall M \in \Pi, \vec{E}(M) \in \Pi$$

Pour tout point M appartenant à  $\Pi$ , axe de symétrie d'une distribution de charges, le champ électrostatique créé par cette distribution au point M sera porté par  $\Pi$ .

## b/ Antisymétrie axiale:

Si la distribution de charges électriques admet un plan antisymétrique  $\Pi^*$



$$\forall M \in \Pi^* \quad \vec{E}(M) \perp \Pi^*$$

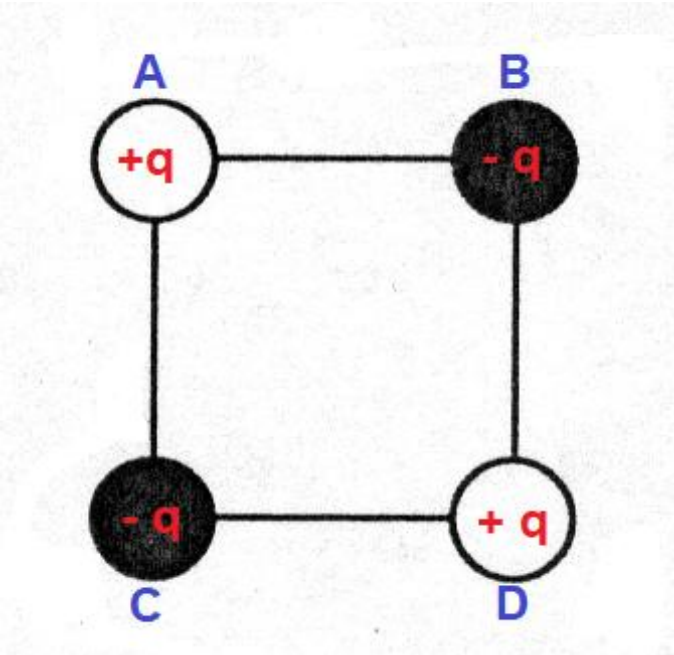
Pour tout point M appartenant à  $\Pi^*$ , axe d'antisymétrie d'une distribution de charges, le champ électrostatique créé par cette distribution au point M sera perpendiculaire à  $\Pi^*$ .

## c/ Conséquences:

Si l'on souhaite déterminer le champ électrostatique créé par une distribution discrète de charges électriques en un point M.

- L'étude des **symétrie et antisymétrie de la distribution de charges** nous permet de prévoir la **direction de  $\vec{E}$** .

### Exemples 1



Les deux diagonales du carré sont des axes de symétries. En chacun de leur point, le champ sera le long de l'axe.



Au point O, centre du carré et intersection des deux axes de symétries le champ est nul (car appartenant à chacun des deux axes à la fois).

Les deux axes vertical et horizontal passant par le milieu des cotés du carré sont des axes d'antisymétries. En chacun de leurs points, le champ sera perpendiculaire à l'axe.



Au point O, centre du carré et intersection des deux axes d'antisymétrie le champ est nul (car perpendiculaire aux deux à la fois).

## 4. Potentiel Electrostatique

En tout point M on définit le potentiel électrique créé par une charge q située au point O par:

$$V(M) = \frac{k q}{\|\vec{OM}\|} = \frac{k q}{r}$$

Le potentiel électrostatique est une grandeur scalaire qui définit l'état électrique d'un point de l'espace.

Le potentiel électrostatique est intimement liée au champ électrostatique.

Le potentiel électrostatique permet de caractériser le champ électrostatique et est parfois plus simple à exploiter.

## 5. Relation entre le champ $\vec{E}$ et le potentiel $V$

Champ électrique  $\vec{E}$  et potentiel électrique  $V$  sont reliés par:

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}} V = -\vec{\nabla} V$$

$\vec{E}$  est un **champ vectoriel**

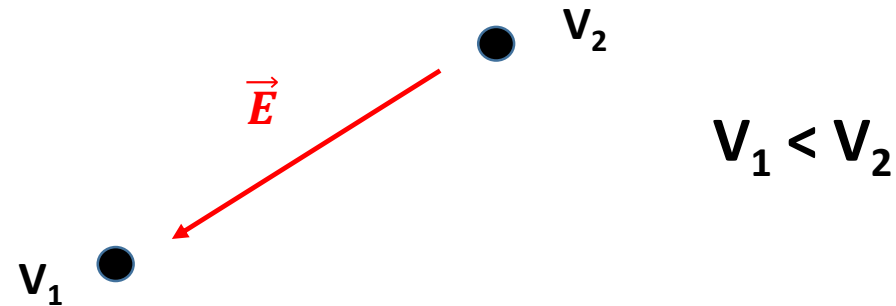
$V$  est un **champ scalaire**

$\vec{\nabla}$  est l'opérateur **vectoriel** Nabla



**Le champ électrique  $\vec{E}$  est orienté dans le sens inverse de l'accroissement du potentiel  $V$ .**

Exemple



Dans le système de coordonnées cartésiennes  $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}} V$  se réécrit sous la forme

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \frac{\partial V}{\partial x} \\ \frac{\partial V}{\partial y} \\ \frac{\partial V}{\partial z} \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \\ E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \\ E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} \text{Connaissant } V \text{ on peut déterminer les composantes} \\ \text{du champ électrique.} \\ \text{On dit que } \vec{E} \text{ dérive du potentiel } V \end{array}$$

Inversement, connaissant les composantes de  $\vec{E}$ , on peut déterminer V en résolvant:

$$V = - \int E_x dx = - \int E_y dy = - \int E_z dz$$

Unités dans le système international (S.I.)

Le **potentiel** V s'exprime en Volts on notera **V**

Le **champ électrique**  $\|\vec{E}\|$  s'exprime **V.m<sup>-1</sup>**

**N.B:**  $F = q.E \Rightarrow E = F/q$  E peut aussi s'exprimer en N.C<sup>-1</sup>, mais en général on utilise V.m<sup>-1</sup>

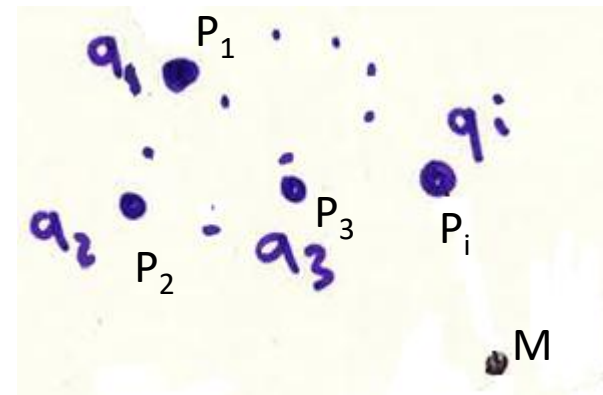
## 6. Potentiel électrostatique d'une distribution discrète de charges

On considère un ensemble de  $N$  charges  $q_i$  situées aux points  $P_i$  au voisinage d'un point  $M$

$$\text{On a vu que } \vec{E}(M) = \sum_i \vec{E}_i(M)$$

Or chaque charge ponctuelle  $q_i$  crée un potentiel électrostatique

$$V_i(M) = \frac{k q_i}{\|P_i M\|}$$



$$\vec{E}(M) = -\overrightarrow{\text{grad}} V = \sum_i \vec{E}_i(M) = -\sum_i \overrightarrow{\text{grad}} V_i(M)$$

$$-\overrightarrow{\text{grad}} V = -\sum_i \overrightarrow{\text{grad}} V_i(M) = -\overrightarrow{\text{grad}} \sum_i V_i(M)$$

$$V(M) = \sum_{i=1}^N V_i(M) = \sum_{i=1}^N k \frac{q_i}{\|P_i M\|}$$

**Encore une fois le principe de superposition !**

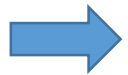
## 7. Notion d'énergie potentielle électrostatique

On considère une charge  $q$  située en un point  $M$  dans une région où règne un champ  $\vec{E}$

Cette charge sera soumise à une force électrostatique  $\vec{F}(M) = q\vec{E}(M) = -q \overrightarrow{\text{grad}} V = -\overrightarrow{\text{grad}} qV$

On définit alors l'énergie potentielle électrostatique de la charge  $q$  placée en  $M$  par:

$$\mathcal{E}_p = q V(M)$$



✓ Le potentiel  $V$  est alors l'énergie potentielle par unité de charge

$\mathcal{E}_p$  s'exprime en Joules (**J**) ou en électronVolt (**eV**)

**1 eV = 1.6 10<sup>-19</sup> J** = l'énergie acquise par un électron soumis à un potentiel de 1V

## 8. Énergie potentielle d'interaction électrostatique entre deux charges ponctuelles

Soient deux charges  $q_1$  et  $q_2$  situées respectivement aux points  $M_1$  et  $M_2$ .

✓  $V_1(M_2)$  est le potentiel créé par  $q_1$  au point  $M_2$ . 
$$V_1(M_2) = \frac{k q_1}{M_1 M_2}$$

$\mathcal{E}_{p2} = q_2 V_1(M_2)$  Énergie potentielle électrostatique de la charge  $q_2$  se trouvant dans la région où règne un potentiel  $V_1$

✓  $V_2(M_1)$  est le potentiel créé par  $q_2$  au point  $M_1$ . 
$$V_2(M_1) = \frac{k q_2}{M_2 M_1}$$

$\mathcal{E}_{p1} = q_1 V_2(M_1)$  Énergie potentielle électrostatique de la charge  $q_1$  se trouvant dans la région où règne un potentiel  $V_2$

On définit alors l'énergie potentielle d'interaction entre les charges  $q_1$  et  $q_2$  par:

$$\mathcal{E}_{P12} = k \frac{q_1 q_2}{M_1 M_2} \quad \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_p > 0 \rightarrow \text{interaction répulsive} \\ \varepsilon_p < 0 \rightarrow \text{interaction attractive} \\ \varepsilon_p = 0 \rightarrow \text{pas d'interaction} \end{array} \right.$$

$$\mathcal{E}_{P12} = q_1 V_2(M_1) = q_2 V_1(M_2) = \frac{1}{2} [q_1 V_2(M_1) + q_2 V_1(M_2)] = \frac{1}{2} [\mathcal{E}_{p1} + \mathcal{E}_{p2}]$$

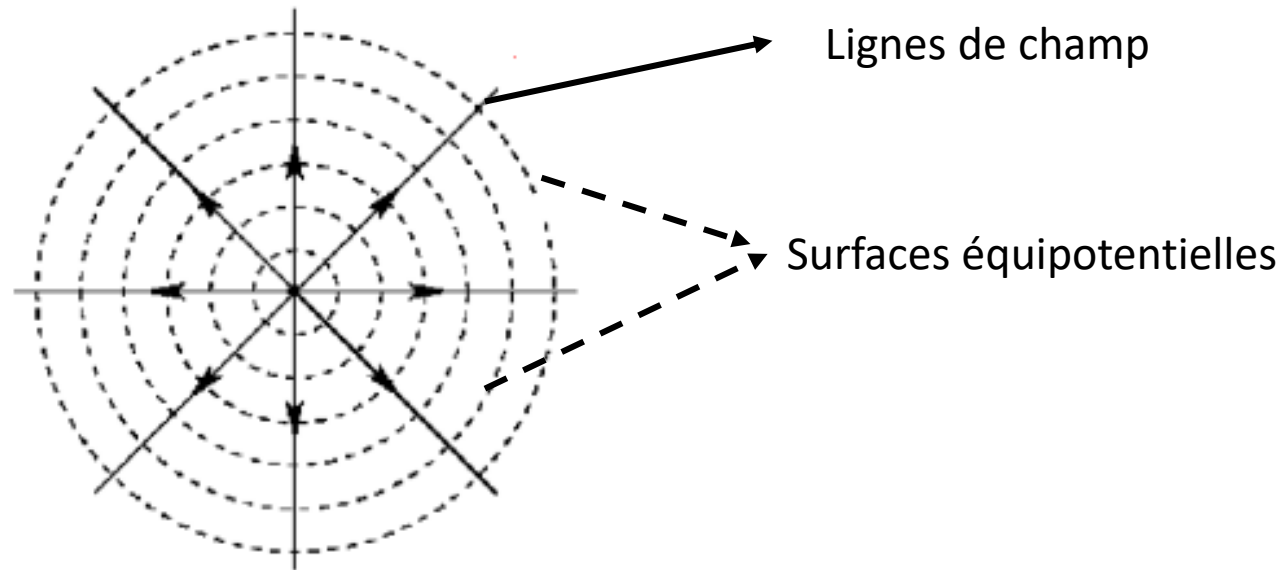
## 9. Lignes de champ et surfaces équipotentiels

Une surface équipotentielle est l'ensemble des points où le potentiel scalaire  $V$  prend une même valeur.

**Exple:** Soit une charge ponctuelle  $q > 0$  au point  $O$ , en tout point  $M$  distant de  $r$  de  $O$  elle crée un potentiel  $V = \frac{kq}{r}$ .

Les surfaces équipotentiels sont définies par  $r = \text{cste} \rightarrow$  sphères concentriques de centre  $O$

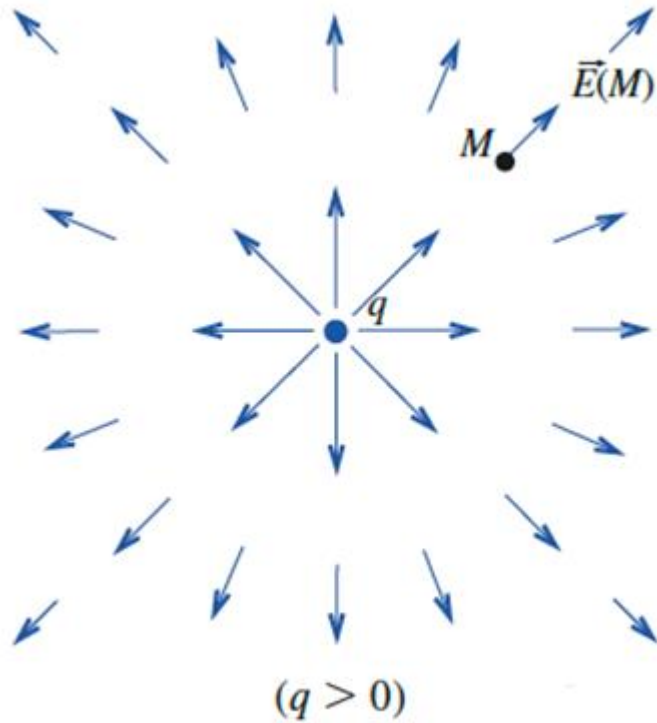
Dans un plan, les surfaces équipotentiels sont des cercles concentriques de centre  $O$



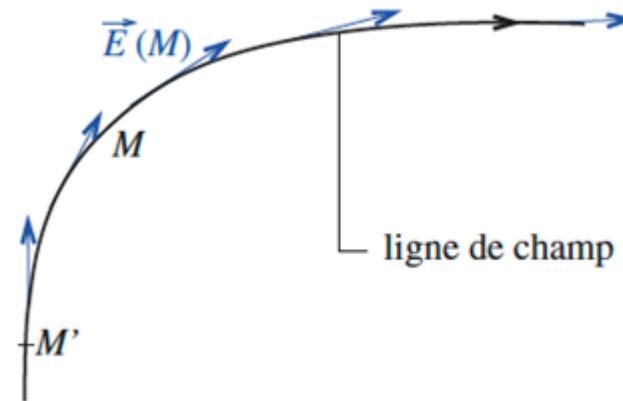
- Les lignes de champ électrique  $\vec{E}$  sont toujours perpendiculaires aux surfaces équipotentiels
- Le champ électrique est dirigé de l'équipotentielle la plus élevée vers la plus faible.

Le champ électrique  $\vec{E}$  est orienté dans le sens inverse de l'accroissement du potentiel  $V$ .

## Lignes de champ radiales d'une charge ponctuelle

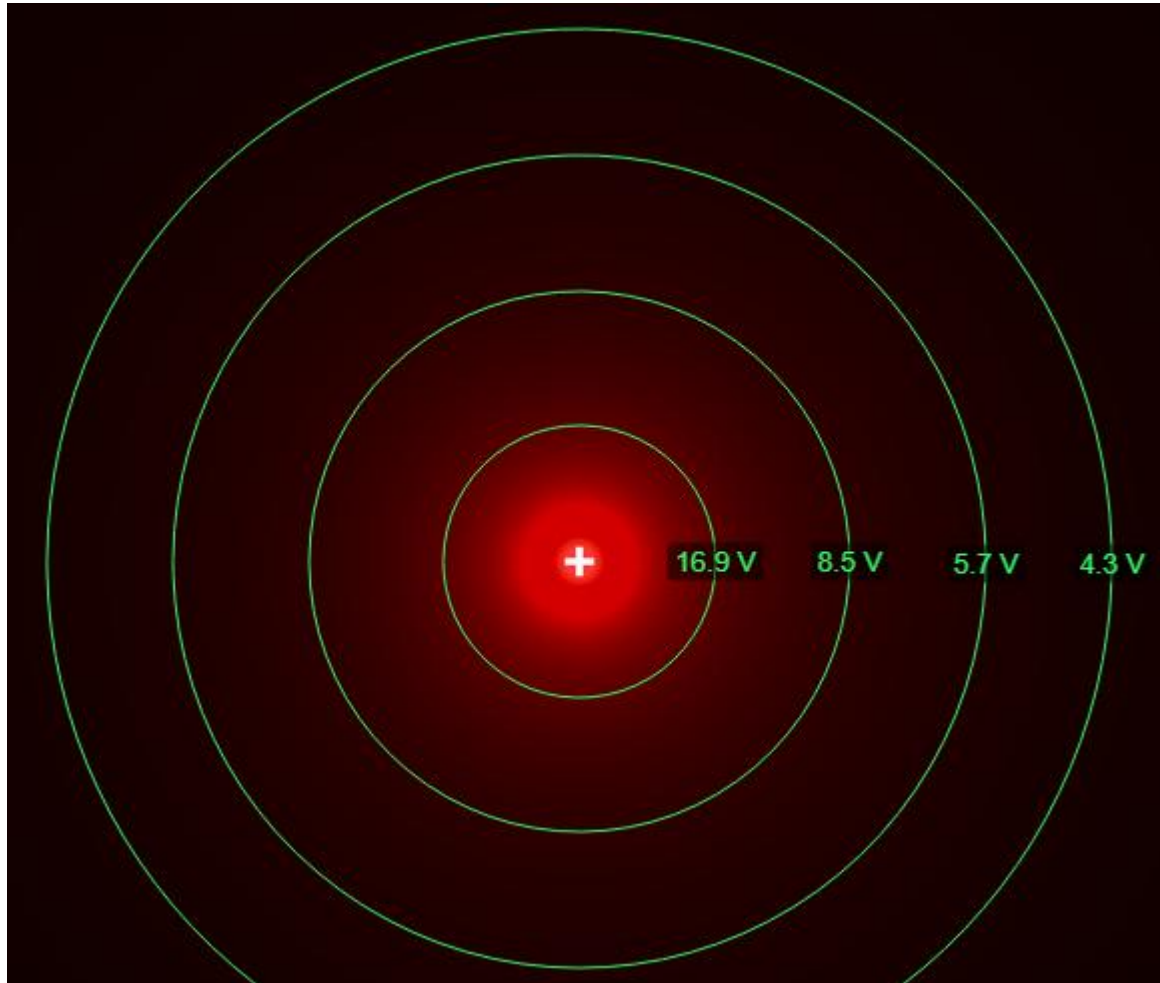


Le champ est continuellement tangent à des courbes appelées **lignes de champ**



Lignes de champ et champ électrique sont orientés dans le même sens.

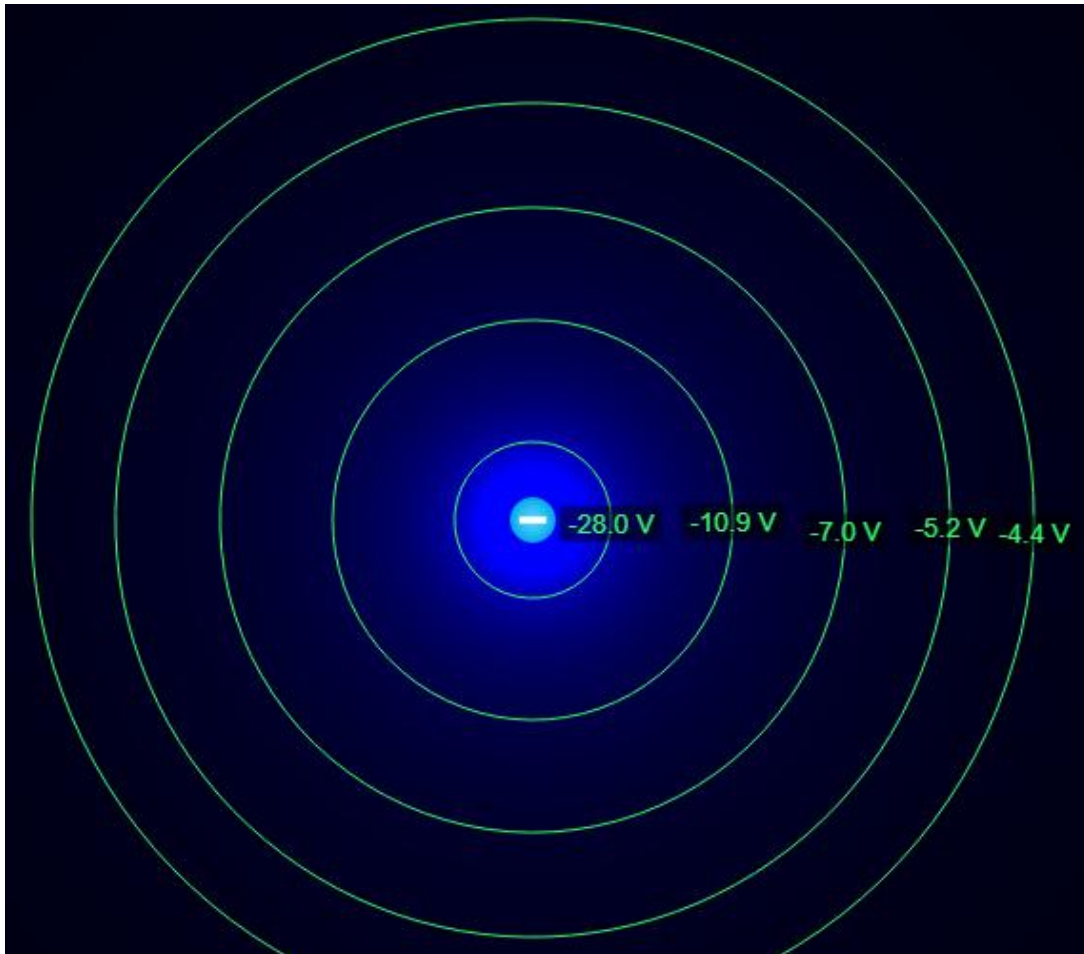
Surfaces équipotentiellles d'une charge  $> 0$



Surfaces équipotentiellles & lignes de champ d'une charge  $> 0$



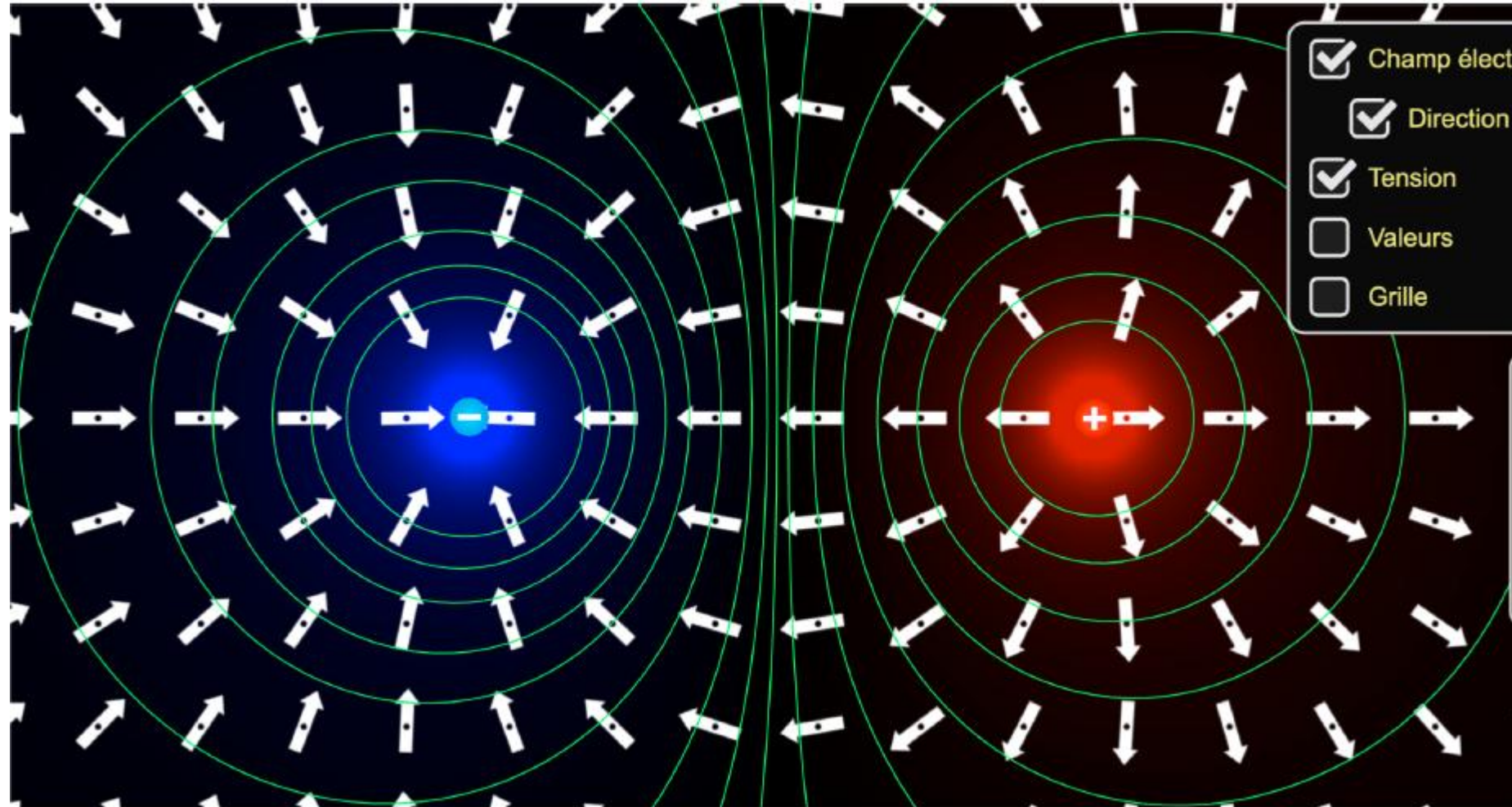
Surfaces équipotentiellles d'une charge  $< 0$



Surfaces équipotentiellles & lignes de champ d'une charge  $< 0$



## Lignes de champ et surfaces équipotentiels pour une charge positive près d'une charge négative



# A retenir

L'expression de la force d'interaction coulombienne entre deux charges électriques  $q_A$  et  $q_B$  situées aux points A et B distants de  $r$ , est donnée par.

$$\vec{F}_{A/B} = \vec{F}_A(B) = k \frac{q_A q_B}{\|\vec{AB}\|^2} \vec{u}_{AB}$$

$$\vec{u}_{AB} = \frac{\vec{AB}}{\|\vec{AB}\|}$$

$$\vec{F}_{A/B} = k q_A q_B \frac{\vec{AB}}{\|\vec{AB}\|^3}$$

$$k = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ SI}$$

Le champ électrique créé en tout point M par une charge placée en O est donné par:

$$\vec{E}(M) = \frac{kq}{\|\vec{OM}\|^2} \vec{u}_{OM} = kq \frac{\vec{OM}}{\|\vec{OM}\|^3}$$

$$\vec{u}_r = \frac{\vec{OM}}{\|\vec{OM}\|}$$

$$\vec{E}(M) = \frac{kq}{r^2} \vec{u}_r$$

Le potentiel électrique créé en tout point M par une charge placée en O est donné par:

$$V(M) = \frac{kq}{\|\vec{OM}\|} = \frac{kq}{r}$$

$$\vec{v} = \|\vec{E}\| r$$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V$$

L'expression de la force électrostatique qui s'exerce sur une charge  $q$  située en un point  $M$  dans une région où règne un champ  $\vec{E}$

$$\vec{F} = q\vec{E}(M)$$

L'expression de l'énergie potentielle électrostatique d'une charge  $q$  située dans une région où règne un potentiel  $V$

$$\mathcal{E}_p = qV(M)$$

L'expression de l'énergie potentielle d'interaction électrostatique entre deux charges  $q_1$  et  $q_2$  situées respectivement aux points  $M_1$  et  $M_2$

$$\mathcal{E}_{P12} = k \frac{q_1 q_2}{M_1 M_2}$$

$$\begin{cases} \varepsilon_p > 0 \rightarrow \text{interaction répulsive} \\ \varepsilon_p < 0 \rightarrow \text{interaction attractive} \\ \varepsilon_p = 0 \rightarrow \text{pas d'interaction} \end{cases}$$

# Unités à retenir

Une charge électrique



**C**

La force de Coulomb



**N**

Le champ électrique



$V/m = \mathbf{V.m^{-1}}$  ou  $N/C = \mathbf{N.C^{-1}}$

Le potentiel électrique



**V**

L'énergie électrostatique



**J** ou **eV** avec  $1eV = 1.6 \cdot 10^{-19} J$