

Electromagnétisme I

Cours: Zahia Djouadi (zahia.djouadi@universite-paris-saclay.fr)

15h45 à 17h15 : 23 février. Les 9, 16, 23 et 30 Mars, **puis 13 avril 2025 14h-15h30**

Amphi: H4 Bât 333

Equipe pédagogique TDs

Alice Bernard (G1 et G3)

Cateline Lantz (G2)

Eric Charron (G4)

Note = 0,3 EE (Partiel) + 0,5 EEF (Examen) + 0,2 CC

EE= Epreuve écrite =Partiel : 30 Mars, 10h30-12h (12h30 TT)

EEF = Epreuve écrite finale = Examen : 7 mai 13h45-15h45 (16h10 TT)

CC = Contrôle continu = interros en TD ou cours (~ 15 à 30 min) et/ou Wims

TD1 le 12 mars. Pour les créneaux/salles, se reporter à l'emploi du temps sur e-campus

<https://wims.imo.universite-paris-saclay.fr/wims/>

L'**électromagnétisme** = étude des interactions entre particules chargées électriquement, qu'elles soient au repos ou en mouvement.

La charge électrique = propriété fondamentale de la matière, grandeur scalaire (comme la masse)

L'interaction **électromagnétique** assure la cohésion des atomes et gouverne aussi les réactions chimiques.

Elle fait partie des 4 interactions fondamentales de la physique (**interaction nucléaire forte, interaction électromagnétique, interaction nucléaire faible, interaction gravitationnelle**) qui rendent compte de l'ensemble des phénomènes observables de la nature.

Interaction	Intensité relative	Portée (m)
Forte	1	$\sim 10^{-15}$
Electromagnétique	10^{-3}	Infinie
Faible	10^{-13}	$< 10^{-18}$
Gravitation	10^{-38}	Infinie

N.B.: L'électromagnétisme fait appel à plusieurs notions mathématiques, vecteurs, dérivées de fonctions, différentielles, ..



Cf TD 1

Outils mathématiques

1/ Rappels sur les dérivées de fonctions et opérations sur les vecteurs

Dérivées de fonctions

- ✓ La dérivée d'une fonction donnée décrit l'accroissement de cette fonction au voisinage d'un point donné.

- ✓ Si la fonction ne dépend que d'une seule variable x , on écrit $f(x)$, on détermine une dérivée totale, $\frac{df(x)}{dx} = f'(x)$
 - Si $f'(x) > 0$ alors on parle de fonction croissante.
 - Si $f'(x) < 0$ alors on parle de fonction décroissante.
 - Si $f'(x) = 0$ alors on parle de fonction constante

- ✓ Si la fonction f dépend de plusieurs variables x, y et z , on écrit $f(x, y, z)$, on introduit la notion de dérivées partielles et on détermine la différentielle de la fonction par: $df(x, y, z) = \frac{\partial f(x, y, z)}{\partial x} dx + \frac{\partial f(x, y, z)}{\partial y} dy + \frac{\partial f(x, y, z)}{\partial z} dz$

Rappels sur les vecteurs

Un vecteur est un segment de droite orienté, il est caractérisé par une direction, un sens et une norme.



On écrit \overrightarrow{AB}

$$\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$$

Un vecteur est caractérisé par ses composantes (a, b) qui représentent les projections du vecteur sur des axes de références

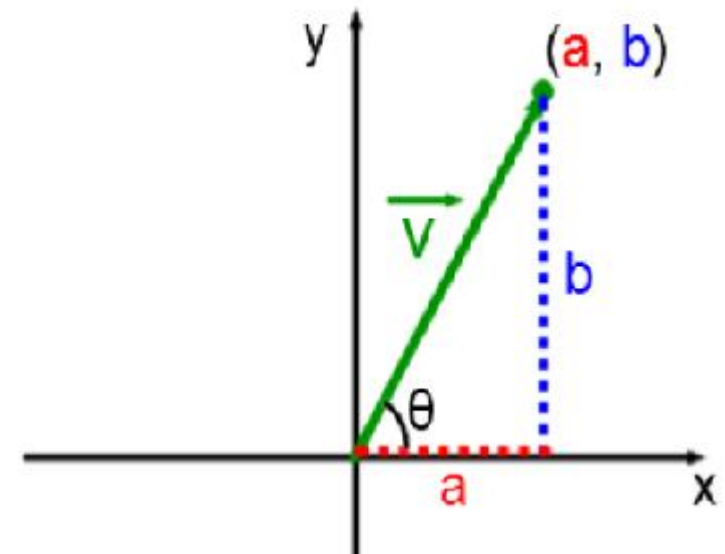
a représente la projection de \vec{V} sur l'axe X

b représente la projection de \vec{V} sur l'axe Y

La norme du vecteur s'écrit alors $\|\vec{V}\| = V = \sqrt{a^2 + b^2}$

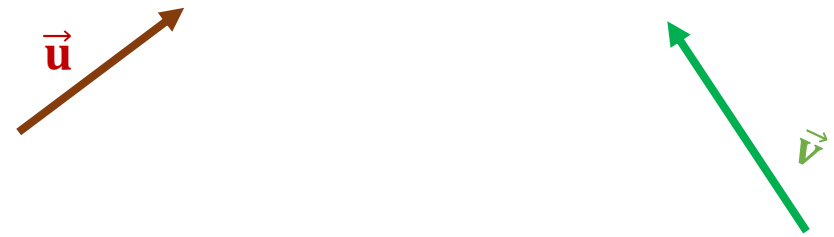
$$a = V \times \cos \theta$$

$$b = V \times \sin \theta$$



Opérations sur les vecteurs

Soient deux vecteurs $\vec{u} = \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix}$

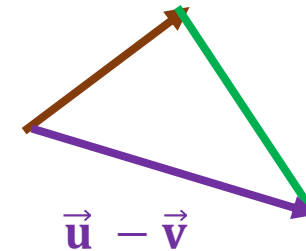
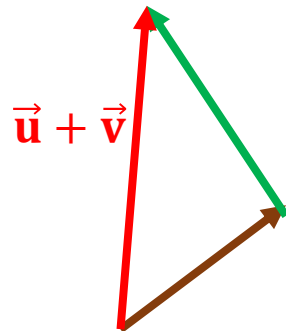


a/ Somme/Soustraction de deux vecteurs = vecteur

On écrit $\vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_x + v_x \\ u_y + v_y \end{pmatrix}$

$$\vec{u} - \vec{v} = \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_x - v_x \\ u_y - v_y \end{pmatrix}$$

On représente



b/ Produit scalaire de deux vecteurs = scalaire

$$\checkmark \vec{u} \cdot \vec{v} = \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix} = (u_x \times v_x) + (u_y \times v_y)$$

Le produit scalaire de deux vecteurs = somme des produits des composantes deux à deux.

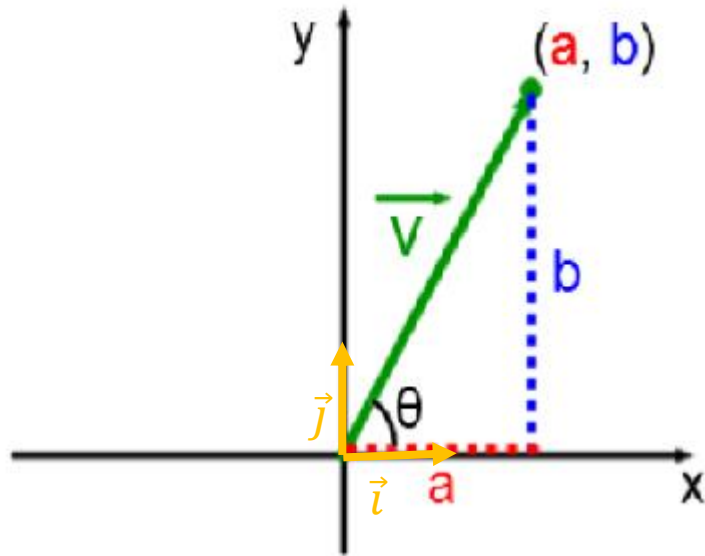
$$(u_x \times v_x) + (u_y \times v_y) = (v_x \times u_x) + (v_y \times u_y) = \vec{v} \cdot \vec{u} \quad \longrightarrow \quad \boxed{\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}}$$

$$\checkmark \vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos \beta \quad \text{Avec } \beta = (\widehat{\vec{u}, \vec{v}})$$

Cas particulier, si $\beta = 90^\circ$ alors $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$

Le produit scalaire de deux vecteurs perpendiculaires est nul

Signification du produit scalaire de deux vecteurs ?



$$\vec{V} \cdot \vec{i} = \|\vec{V}\| \times \|\vec{i}\| \times \cos \theta = V \times \cos \theta = a$$

$$\vec{V} \cdot \vec{j} = \|\vec{V}\| \times \|\vec{j}\| \times \cos \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) = V \times \sin \theta = b$$



Le produit scalaire de \vec{V} par le vecteur unitaire \vec{i} (\vec{j}) donne la projection de \vec{V} sur l'axe x (y).

Plus généralement

La projection d'un vecteur \vec{V}_1 sur un vecteur \vec{V}_2 est donnée par $\vec{V}_1 \cdot \vec{u}_2$, où \vec{u}_2 est le vecteur unitaire dans la direction de \vec{V}_2

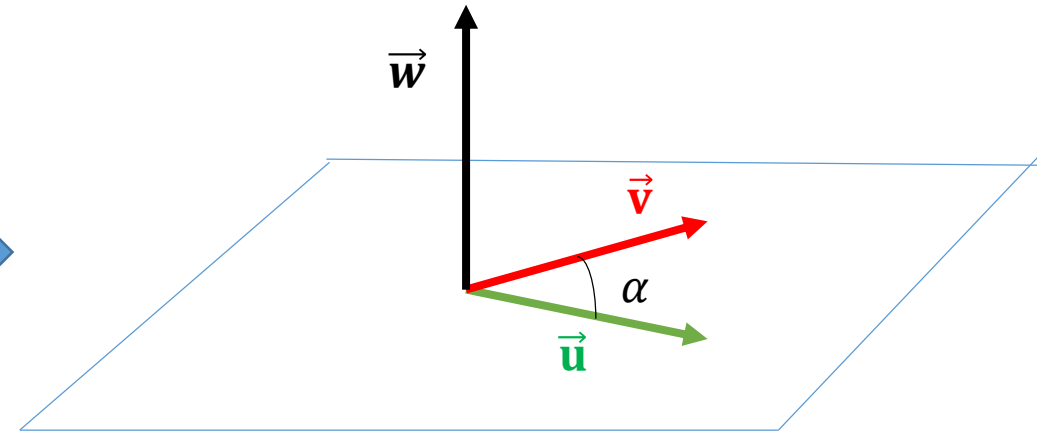
Inversement

La projection de \vec{V}_2 sur \vec{V}_1 est donnée par $\vec{V}_2 \cdot \vec{u}_1$, où \vec{u}_1 est le vecteur unitaire dans la direction de \vec{V}_1

c/ Produit vectoriel entre deux vecteurs = vecteur

$$\vec{u} \wedge \vec{v} = \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_y \times v_z - u_z \times v_y \\ u_z \times v_x - u_x \times v_z \\ u_x \times v_y - u_y \times v_x \end{pmatrix}$$

$$\vec{u} \wedge \vec{v} = \vec{w} \quad / \quad \vec{w} \perp \vec{u} \quad \text{et} \quad \vec{w} \perp \vec{v} \quad \longrightarrow$$



$$\|\vec{u} \wedge \vec{v}\| = \|\vec{w}\| = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times |\sin \alpha| \quad \text{Avec } \alpha = (\widehat{\vec{u}, \vec{v}})$$

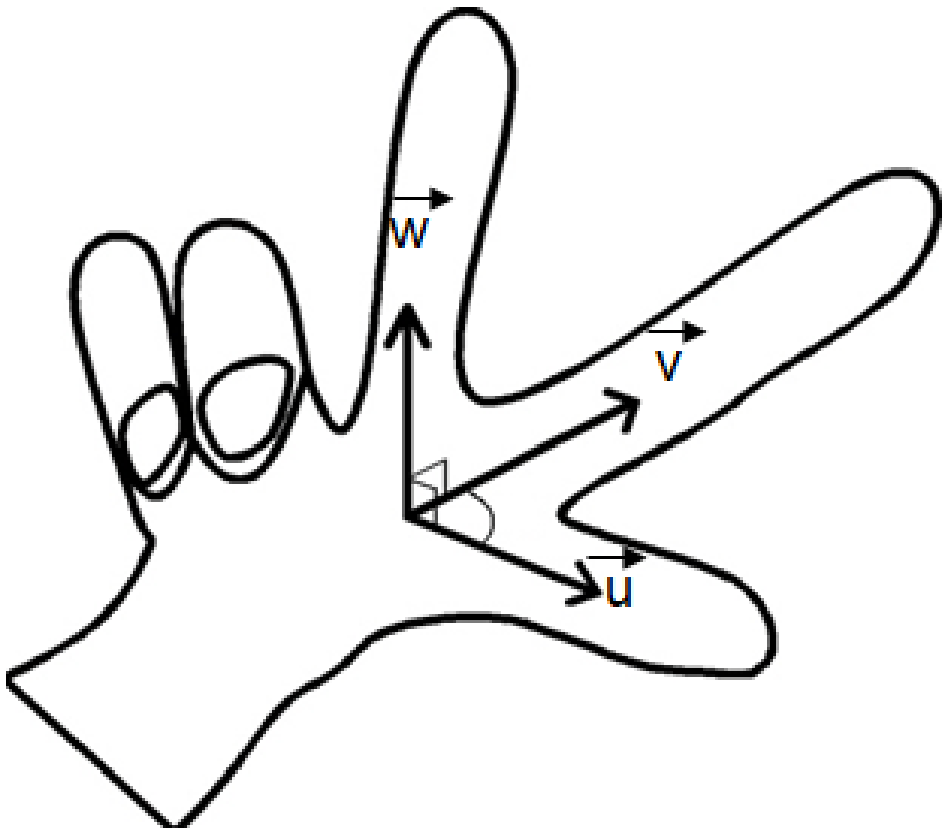
N.B:

$\vec{u} \wedge \vec{v} = -\vec{v} \wedge \vec{u}$ le produit vectoriel n'est pas commutatif

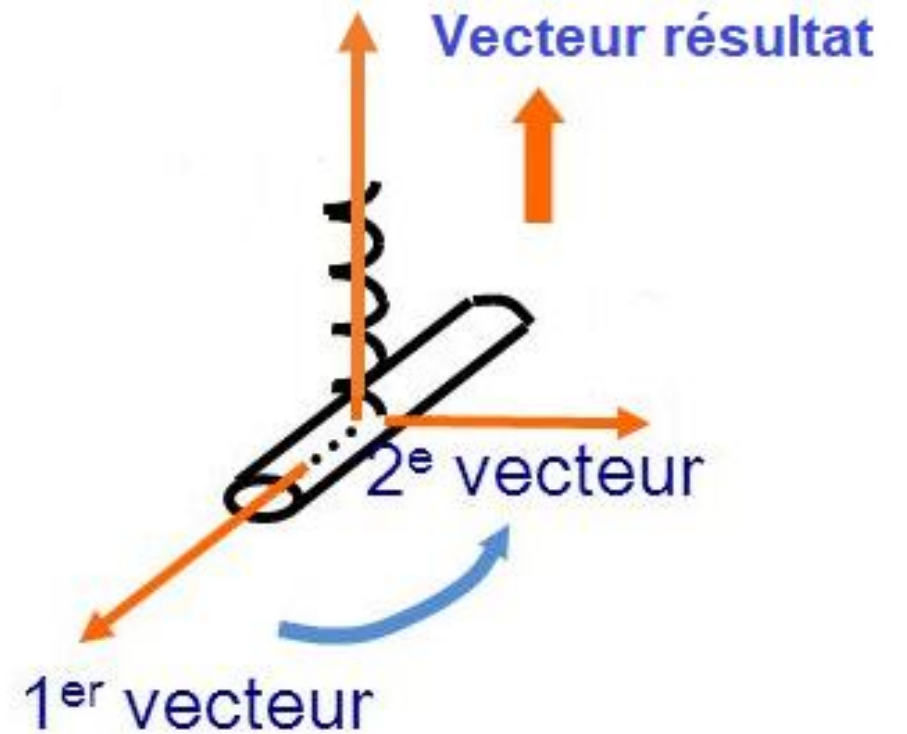
\vec{u}, \vec{v} et \vec{w} forment un trièdre direct

Si $\vec{u} \wedge \vec{v} = \vec{w}$ ALORS \vec{u}, \vec{v} et \vec{w} forment un trièdre direct

Règle des 3 doigts main droite



Règle du tire-bouchon



2/ Les systèmes de coordonnées

A partir d'une origine O tout point M peut être repéré par le **vecteur** position

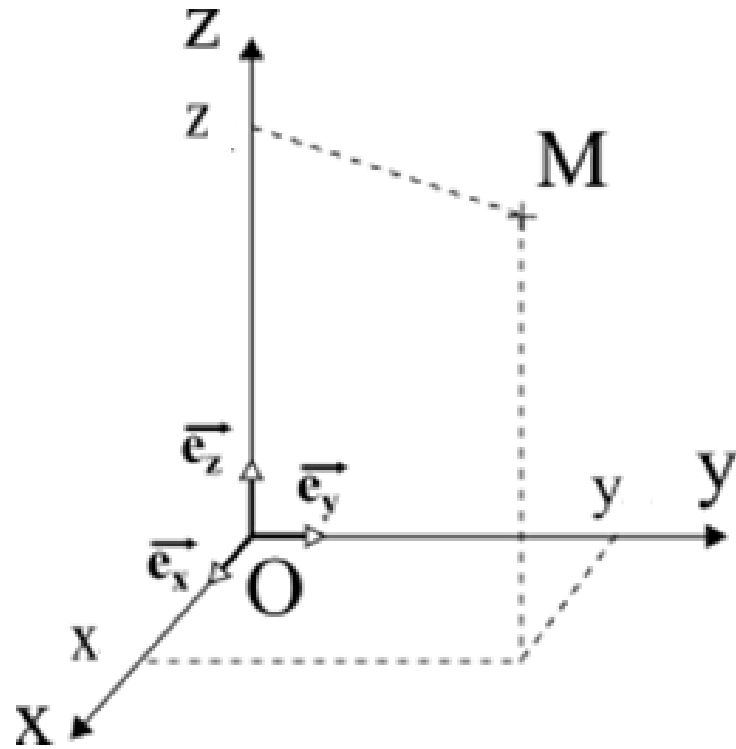
$$\vec{r} = \overrightarrow{OM}$$

En physique, selon le problème étudié, on choisit entre plusieurs systèmes de coordonnées:

- ✓ Les cartésiennes (2D ou 3D)
- ✓ Les polaires en 2D
- ✓ Les cylindriques ou cylindro-polaires en 3D
- ✓ Les sphériques en 3D

Pour notre cours nous utiliserons les cartésiennes, les polaires et les cylindriques

2-1. Les coordonnées cartésiennes



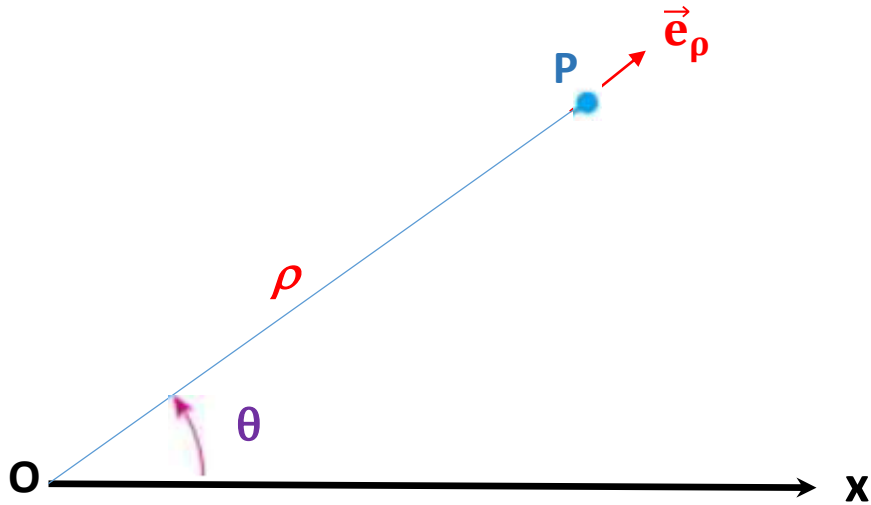
Repère fixe $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$

$$\overrightarrow{OM} = x \vec{e}_x + y \vec{e}_y + z \vec{e}_z$$

x, y et z sont les coordonnées cartésiennes du point M.

On écrit M $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ ou M (x, y, z)

2-2. Les coordonnées polaires



Tout point P est représenté par :

- ρ la distance qui le sépare de O
- θ l'angle entre l'axe Ox (l'axe polaire) et OP

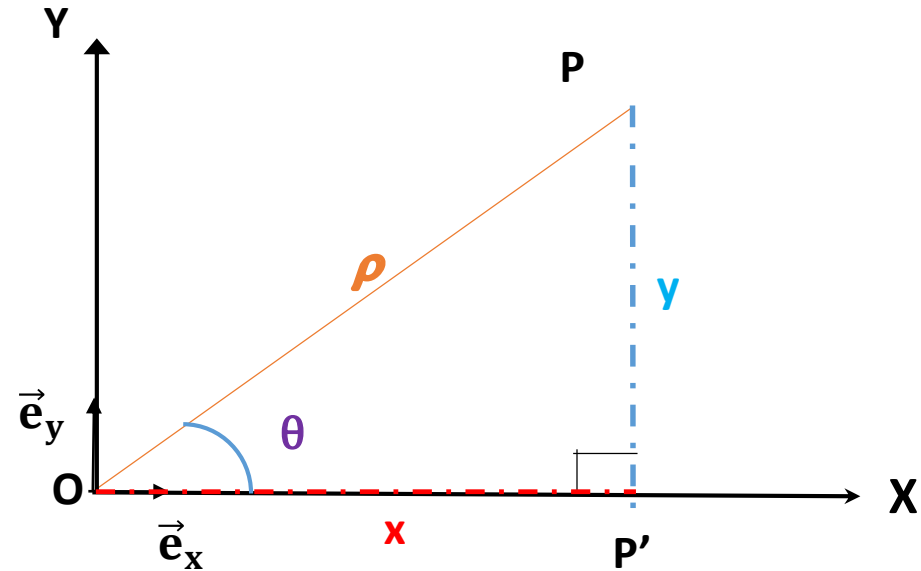
On écrit: P (ρ, θ)

$$\overrightarrow{OP} = \rho \overrightarrow{e_\rho} \quad \longrightarrow \quad \overrightarrow{e_\rho} = \frac{\overrightarrow{OP}}{\rho} = \frac{\overrightarrow{OP}}{\|\overrightarrow{OP}\|}$$

$$\longrightarrow \quad \|\overrightarrow{e_\rho}\| = \frac{\|\overrightarrow{OP}\|}{\|\overrightarrow{OP}\|} = 1 \quad \longrightarrow \quad \overrightarrow{e_\rho} \text{ est un vecteur unitaire}$$

Relation entre coordonnées cartésiennes et polaires

$$\overrightarrow{OP} = x \overrightarrow{e_x} + y \overrightarrow{e_y}$$



Triangle rectangle $\widehat{PP'O}$

$$\cos \theta = \frac{x}{\rho} \quad \text{et} \quad \sin \theta = \frac{y}{\rho}$$

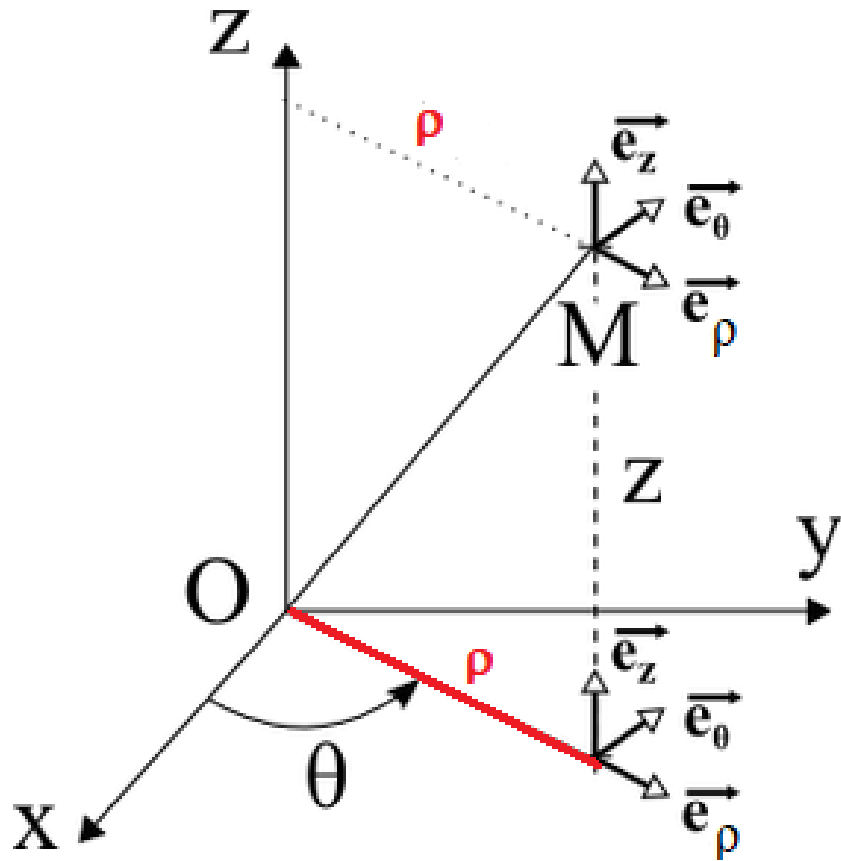


$$\begin{cases} x = \rho \times \cos \theta \\ y = \rho \times \sin \theta \end{cases}$$



$$\overrightarrow{OP} = (\rho \times \cos \theta) \overrightarrow{e_x} + (\rho \times \sin \theta) \overrightarrow{e_y}$$

2-3. Les coordonnées cylindriques (cylindro-polaires)



Repère mobile $(O, \vec{e}_\rho, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$

$$\vec{r} = \overrightarrow{OM} = \rho \times \vec{e}_\rho + z \times \vec{e}_z$$

$$\begin{cases} \vec{e}_\rho = \cos\theta \times \vec{e}_x + \sin\theta \times \vec{e}_y \\ \vec{e}_\theta = -\sin\theta \times \vec{e}_x + \cos\theta \times \vec{e}_y \\ \vec{e}_z \text{ (fixe)} \end{cases}$$

On écrit: $M(\rho, \theta, z)$

Notion de champ

1/ Définitions

Un champ est un outil qui permet d'associer à chaque point de l'espace une grandeur physique.

- $G(M,t)$: ensemble de valeurs prises par la grandeur physique G en fonction des coordonnées d'espace et du temps t .

On note aussi : $G(\vec{r}, t)$ ou $G(x,y,z,t)$

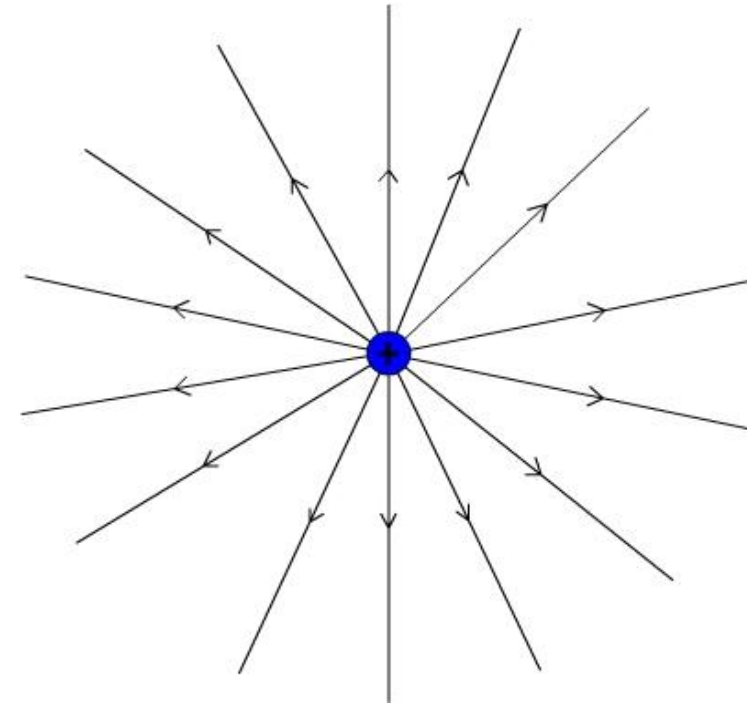
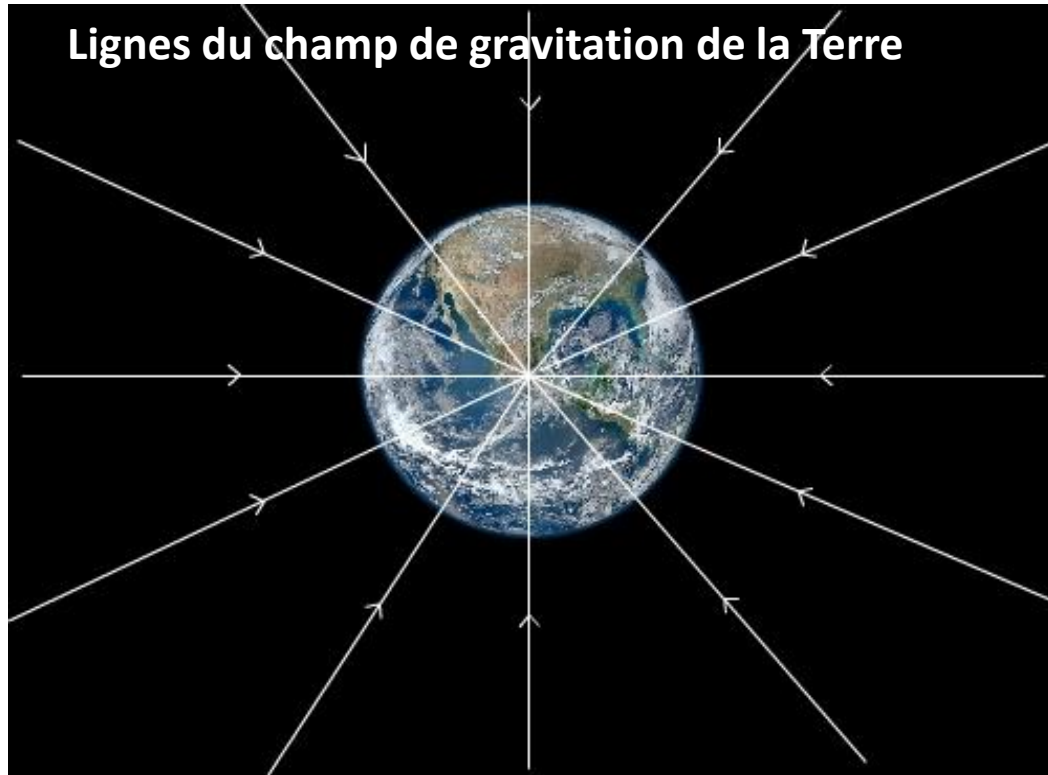
Un champ peut être:

- ✓ **scalaire** $f(M,t)$ lorsqu'il concerne une grandeur physique décrite uniquement par sa valeur (appelée aussi norme ou intensité) e.g. pression, température, potentiel..
- ✓ **vectorel** $\vec{A}(M, t)$ s'il concerne une grandeur physique décrite non seulement par sa valeur mais aussi par une direction et un sens lui permettant d'être représentée par un vecteur. e.g. vitesse \vec{v} , champ \vec{E}

On dit qu'un **champ** est **uniforme** s'il est **indépendant de la position M**

On dit qu'un **champ** est **statique ou permanent** s'il est **indépendant du temps t**

Tout champ vectoriel $\vec{A}(M, t)$ peut être représenté par des lignes de champs qui permettent de visualiser son orientation, son sens.



Lignes du champ électrique d'une charge positive