Chapitre 1 : L'ev $\mathbb{R}^n$.

1. Vecteurs et l'ensemble $\mathbb{R}^n$.

Définition 1 : On se fixe un entier $d \geq 1$.

Un vecteur de dimension d est une liste ordonnée de d nombres réels. On le note $\vec{v} = (x_1, \dots, x_d)$. On appelle i-ème coordonnée de $\vec{v}$ le nombre réels x_i.

Exemple : * $(1, 4)$ est un vecteur de dimension 2. 4 est la 2ème coord.

* $(2, -3, \pi)$ est un vecteur de dimension 3.

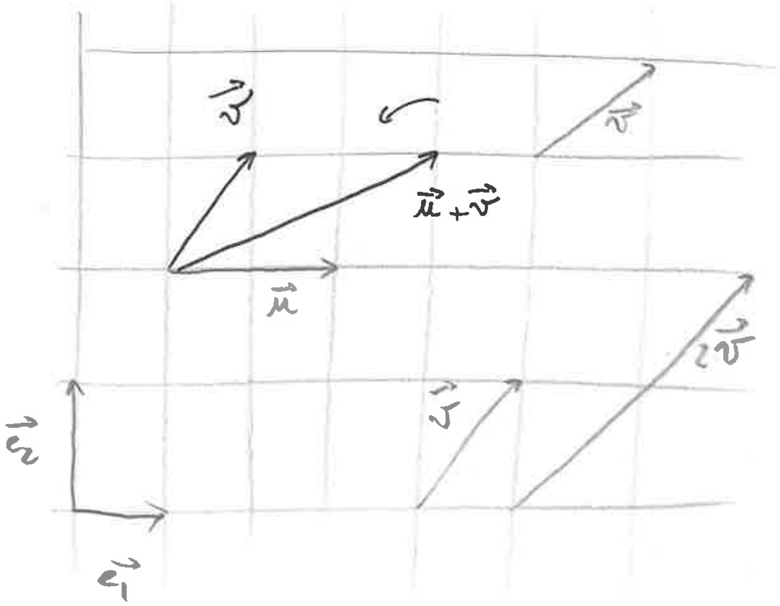
* Un vecteur de dimension est la même chose qu'un nombre réel.

On note $\vec{0_d} = (0, \dots, 0)$ le vecteur de dimension d dont toutes les coordonnées sont nulles. quand d est sous entendu, on notera simplement $\vec{0}$.

Définition 2 : On note $\mathbb{R}^d$ l'ensemble de tous les vecteurs de dimension d.

Dans ce cours, on travaillera principalement avec $\mathbb{R}^1$, $\mathbb{R}^2$ et $\mathbb{R}^3$ mais...

Représentation géométrique.



$\vec{u} = 2\vec{e_1} = (2,0)$

$\vec{v} = \vec{e_1} + \vec{e_2} = (1,1)$

$\vec{u}+\vec{v} = 3\vec{e_1} + \vec{e_2} = (3,2)$

$= (2,0) + (1,1)$.

$2\vec{v} = 2\vec{e_1} + 2\vec{e_2} = (2,2) = 2(1,1)$

Bcp plus facile de calculer la somme et la multiplication par un scalaire.

<u>Définition 3</u> Dans $\mathbb{R}^d$. Soient $\vec{v_1}, \dots, \vec{v_n}$ des vecteurs de dimension d. une <u>combinaison linéaire</u> de ces vecteurs est un vecteur $\vec{W}$ de la forme $\vec{W} = \lambda_1 \vec{v_1} + \dots + \lambda_2 \vec{v_2} \overset{(\text{not.})}{=} \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \vec{v_i}$.

<u>Exercice</u>: mq $(2,-1)$ est une CL des vecteurs $(1,0)$ et $(0,1)$.

$(3,0,2)$

<u>Définition 4</u>: On note $\mathrm{Vect}\langle \vec{v_1}, \dots, \vec{v_d} \rangle$ l'ensemble des CL des vecteurs $\vec{v_1}, \dots, \vec{v_d}$.

$$\mathrm{Vect}\langle \vec{v_1}, \dots, \vec{v_d} \rangle = \left\{ \sum_{i=1}^{d} \lambda_i \vec{v_i} \, , \, \lambda_i \in \mathbb{R} \right\}.$$

<u>Ex</u>: Mq $\vec{0} \in \mathrm{Vect}\langle \vec{v_1}, \dots, \vec{v_d} \rangle$.

Mq $\vec{u}, \vec{v}, \vec{u}+\vec{v}, \lambda\vec{u}, \in \mathrm{Vect}\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle$.