

Partie I Carbonatation en conditions insaturées

Question 1

La corrosion des armatures constitue le principal risque pour la durabilité des ouvrages en béton armé. **Expliquer en quoi la carbonatation est importante pour la corrosion (et rappeler les principaux mécanismes mis en jeu dans cette relation).**

Question 2

On peut estimer le temps nécessaire à l'initiation de la corrosion des armatures en supposant que cette dernière se déclenche lorsque le front de carbonatation atteint les armatures. Pour cela on peut utiliser le modèle de Papadakis. La profondeur carbonatée x_c évolue linéairement en fonction de la racine carrée du temps t :

$$x_c(t) = k\sqrt{t} \text{ avec } k = \sqrt{2D_{CO_2}^c \frac{[CO_2]^0}{[CH]^0 + 3[CSH]^0}}$$

Où $D_{CO_2}^c$ est le coefficient de diffusion du CO_2 dans le matériau carbonaté (en m^2/s) ; $[CO_2]^0$ est la concentration en CO_2 dans l'air (en mol/m^3) ; $[CH]^0$ et $[CSH]^0$ sont les concentrations en portlandite et C-S-H dans le matériau cimentaire non carbonaté (en mol/m^3).

Le coefficient de diffusion $D_{CO_2}^c$ peut être estimé au moyen de fonctions calées sur la base de résultats expérimentaux, par exemple :

$$D_{CO_2}^c = D_{CO_2}^a \phi^\alpha (1 - S)^\beta$$

Où $D_{CO_2}^a$ est le coefficient de diffusion du CO_2 dans l'air (en m^2/s) ; ϕ et S sont la porosité du béton et son degré de saturation (sans unité) ; α et β sont deux constantes. Le degré de saturation du béton S peut être calculé au moyen de la loi de van Genuchten :

$$S = \left[1 + \left(\frac{P}{P_0} \right)^{\frac{1}{1-m}} \right]^{-m}$$

Où m et P_0 sont deux constantes positives. La loi de Kelvin-Laplace permet quant à elle de calculer la pression capillaire P en fonction de l'humidité relative (HR) :

$$P = -\rho \frac{RT}{M} \ln(HR)$$

Où ρ est la masse volumique de l'eau (kg/m^3) ; R est la constante des gaz parfaits ($J/mol/K$) ; T est la température absolue (K) ; M est la masse molaire de l'eau (kg/mol) et HR est l'humidité relative.

Calculer le coefficient de diffusion $D_{CO_2}^c$, pour cela on prendra :

- $D_{CO_2}^a = 1,6 \times 10^{-5} m^2/s$; $\phi = 0,16$;
- $\alpha = 1,8$ et $\beta = 3,0$; $m = 0,45$; $P_0 = 25 \times 10^6 Pa$;
- $\rho = 1000 kg/m^3$; $R = 8,31 J/mol/K$; $T = 293,15 K$; $HR = 0,54$; $M = 0,018 kg/mol$.

Question 3

En supposant que l'enrobage des armatures est de 3 cm, **combien d'années faudra-t-il pour que le front de carbonatation atteigne cette profondeur ? Quel enrobage devrait-on choisir pour que la carbonatation atteigne les armatures à 50 ans d'exposition ?** On prendra :

- $[CH]^0 = 1300 mol/m^3$; $[CO_2]^0 = 0,014 mol/m^3$; $[CSH]^0 = 800 mol/m^3$.

Question 4

Pour un enrobage de 3 cm, quelle devrait être la valeur maximale du coefficient de diffusion pour que la carbonatation n'atteigne pas les armatures avant 50 ans ? Utiliser un ciment composé est un bon moyen pour réduire le coefficient de diffusion du béton. **Est-ce une bonne idée du point de vue de la carbonatation ? Expliquer pourquoi ?**

Question 5

De manière alternative, un essai de carbonatation accélérée peut être effectué en laboratoire pour estimer la durée de service des ouvrages. En supposant que l'essai a été effectué avec une concentration en CO_2 égale à 50% et que les résultats peuvent se mettre sous la forme suivante :

$$x_c(t) = k\sqrt{t}$$

Où x_c est la profondeur carbonatée mesurée à l'instant t . **Calculer le temps nécessaire pour que le front de carbonatation atteigne les armatures sur l'ouvrage réel.** On supposera que ce dernier est soumis aux mêmes conditions environnementales et on prendra les valeurs suivantes :

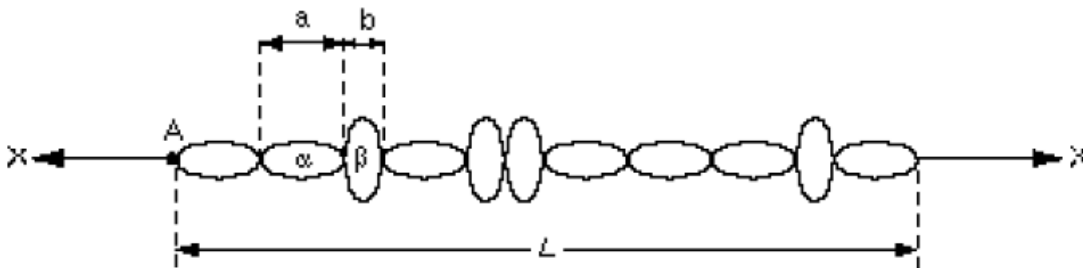
- Enrobage = 30 mm
- Concentration en CO_2 dans l'atmosphère = 0,04%
- Coefficient $k = 7,5 \text{ mm/j}^{0,5}$

En supposant que le front de carbonatation ne doit pas atteindre les armatures avant 50 ans, **quelle doit être la valeur du coefficient k à ne pas dépasser en carbonatation accélérée ?**

Partie 2 : Sur feuille à part

Exo 2 Fibre de laine (Elasticité)

On considère une macromolécule constituée d'un très grand nombre N d'unités (monomères) formant une chaîne parallèle à un axe x . Chaque unité peut être dans l'un des deux états α ou β . Dans l'état α , le monomère est parallèle à la chaîne, son énergie vaut E_α et sa longueur selon x est a . Dans l'état β , le monomère est perpendiculaire à la chaîne, son énergie est E_β et sa longueur selon x est b . On suppose une extrémité A fixée et l'on tire sur l'autre extrémité avec une tension X .



On admettra donc que sous l'effet de la tension X , il faut ajouter à l'énergie interne des unités monomères, le terme $-XL$ (L longueur de la chaîne). Il s'agit d'un modèle simplifié des molécules de kératine dans la laine. C'est le mécanisme à la base de l'élasticité de la laine.

- 1) Donner l'expression de la longueur L de la chaîne en fonction du nombre N_α de monomères dans l'état α .
- 2) Donner l'expression de l'énergie E de la chaîne en fonction de N_α et des autres paramètres du problème.
- 3) On suppose le système isolé.
 - a) Donner en fonction de N_α le nombre d'états accessibles du système.
 - b) Calculer l'entropie S en fonction de N_α en considérant N_α et N comme de très grands nombres.
 - c) Calculer $\left(\frac{\partial S}{\partial N_\alpha}\right)_N$ et $\left(\frac{\partial E}{\partial N_\alpha}\right)_N$.
 - d) La chaîne est suffisamment grande pour définir sa température d'équilibre. Etablir à l'aide des résultats précédents une relation entre T , X , N_α et les autres paramètres du problème.
 - e) En déduire l'expression de la longueur moyenne de la chaîne L en fonction de N , a , b et $\Delta = \frac{E_\alpha - E_\beta}{k_B T}$ et $y = \frac{(a-b)X}{k_B T}$.
- 4) On peut obtenir plus simplement ce résultat en considérant que la chaîne est en équilibre avec un thermostat à température T .
 - a) Ecrire la multiplicité d'un état d'énergie E .
 - b) Calculer la fonction de partition Z . Montrer qu'on peut la simplifier de manière considérable en utilisant la formule du binôme de Newton :

$$(a + b)^N = \sum_{k=0}^N C_N^k a^k b^{N-k} \quad C_N^k = \frac{N!}{k!(N-k)!}.$$
 - c) En déduire la longueur moyenne $\bar{L}$ de la chaîne en fonction de N , a , b , Δ et y . Comparer avec la troisième question.
- 5) Il est possible d'obtenir encore plus simplement Z . Vérifier que l'énergie de la chaîne est la même si l'on considère que l'énergie de chaque monomère est $E_\alpha - Xa$ ou $E_\beta - Xb$ selon que le monomère est dans l'état α ou β . On peut alors considérer la chaîne comme N chaînons indépendants ayant 2 énergies possibles $E_\alpha - Xa$ ou $E_\beta - Xb$. En déduire la fonction de partition de chaque chaînon et celle de la chaîne Z . Comparer avec 4) b).

6) Calculer $\bar{L}/Nb$ en fonction de a/b , Δ et y . En déduire $\bar{L}$ lorsque $(\Delta - y) \gg 1$ et $(\Delta - y) \ll -1$.

Au voisinage de quelle valeur de y/Δ , $\bar{L}$ change-t-il de manière significative ?

Application numérique : $b/a = 4/5$; $\Delta = 10$. Tracer $\bar{L}/Nb$ en fonction de y pour $0 < y < 20$. (On donnera la valeur exacte pour $y = 10$). Interpréter le résultat en fonction de X dans le cadre du raisonnement du 5).

Exo 3 Lecture de documents (Osmose)

Faire une lecture de la solution du problème de pression Osmotique qui explique la migration de l'eau du domaine le moins concentré vers le domaine a concentration plus élevée.

Faire un résumé synthétique d'une demi page en explicitant les variables importantes ainsi qu'un dessin clair qui résume le phénomène et qui montre les variables les plus importantes mises en jeux dans ce phénomène.

