

CONCEPTION D'UN OBJECTIF DE MICROSCOPE DE SCHMIDT

A. Dimensionnement du dispositif

1. Une solution à miroir est achromatique par principe, donc adaptée à travailler à plusieurs longueurs d'onde ; de plus, la réflexion est indépendante de l'indice du milieu : la qualité de l'imagerie sera indépendante du choix du milieu d'immersion.

2. Le miroir travaille en infini-foyer, avec une focale $\frac{R_0}{2} \Rightarrow \sin \alpha'_m = \frac{\varnothing_0}{|R_0|} = 0,73$.

3. En limite de diffraction, la réponse percussionnelle sera une tache d'Airy de diamètre (1^{er} anneau noir) $\frac{1,22\lambda_0}{\sin \alpha'_m} = 1,4 \mu\text{m}$.

4. La profondeur de foyer en limite de diffraction est $\Delta z = \frac{\lambda_0}{(\sin \alpha'_m)^2} = 1,6 \mu\text{m}$.

5. Les profils en X et Y ne sont pas strictement à symétrie de révolution, mais on peut considérer la valeur moyenne à $\frac{1}{2}$ hauteur $0,50 \mu\text{m}$. Par rapport à la tache d'Airy théorique (cf. Figure 1), cette valeur est donc plus faible que celle attendue ($0,6 \mu\text{m}$ à $\frac{1}{2}$ hauteur). Cela tient au fait que, dans l'expérience, le faisceau incident a un profil gaussien (diamètre à $1/e^2$ égal à \varnothing_0) et non homogène sur la pupille. On NE peut PAS en conclure que le système n'est pas en limite de diffraction, bien au contraire !

De même la décroissance le long de l'axe de l'éclairement est moins rapide que celle prévue dans le cas d'un faisceau homogène dans la pupille ; elle semble en l'occurrence plus lente que ce à quoi l'on s'attend, ce qui pourrait être le signe d'une légère aberration sphérique ou d'un artefact expérimental lié aux conditions particulières de la mesure.

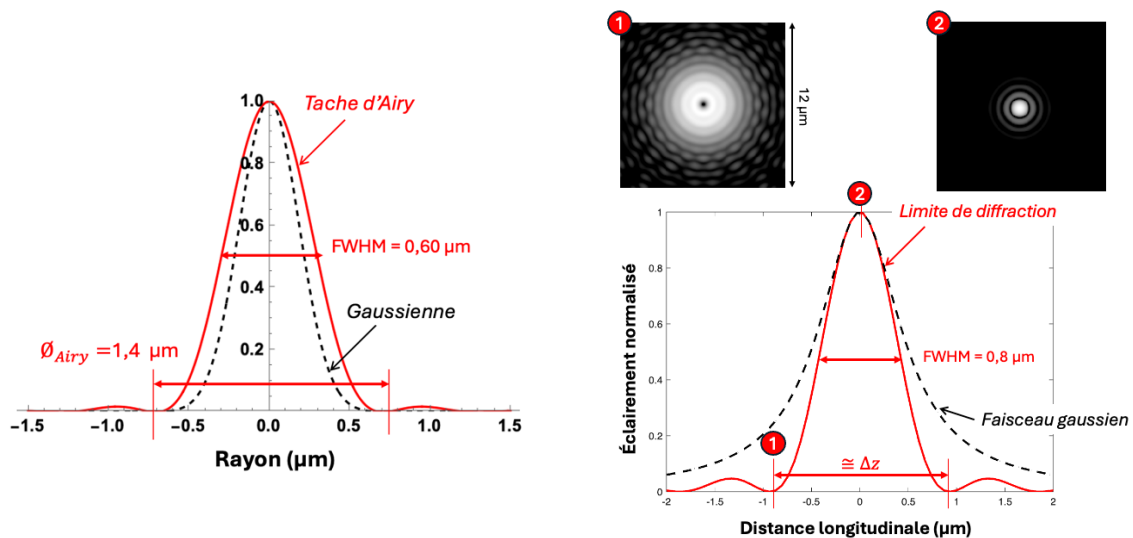


Figure 1 : (gauche) Comparaison du profil de la tache d'Airy au point de focalisation et d'une gaussienne ; (droite) Évolution le long de l'axe optique du maximum d'éclairement dans le cas d'un faisceau homogène sur la pupille (limite de diffraction) et d'un faisceau gaussien ; profils transverses de l'éclairement en échelle log au point de focalisation (2) et au 1^{er} zéro (1).¹

¹ Les simulations considérant un profil gaussien dans la pupille ont été menées en considérant un diamètre à $1/e^2$ égal au diamètre de la pupille \varnothing_0 , en utilisant les relations dérivant la propagation des faisceaux gaussiens et sans prendre en compte d'effet de diffraction sur la pupille physique du miroir. Le rayon du waist est alors $\frac{\lambda}{\pi \alpha'_m} \cong 0,4 \mu\text{m}$ et la distance de Rayleigh est $z_R = \frac{\lambda}{\pi \alpha'_m{}^2} = 0,5 \mu\text{m}$. Ces valeurs ne correspondant sans doute pas exactement aux conditions de l'article, ce qui explique en partie les différences constatées.

B. Évaluation du miroir sphérique seul

1. Écart normal d'aberration sphérique du 3^{ème} ordre

a. = distance algébrique entre la surface d'onde de référence et la surface d'onde aberrante, mesurée sur le rayon réel.

b. Pour un miroir dans l'air, on peut écrire $n = -n' = 1$; par ailleurs, $z = \infty$ et $z' = R_0/2$ (avec $R_0 = \overline{SC} = -30$ mm) \Rightarrow l'écart normal d'aberration sphérique du 3^{ème} ordre, à partir de l'expression donnée en annexe, est :

$$\Delta'(h, \varphi) = \frac{h^4}{4R_0^3}$$

c. L'onde aberrante est en avance de phase au bord par rapport à l'onde de référence car le miroir sphérique 'converge trop' \Rightarrow avec la convention de signe de la figure, on doit avoir $\Delta' \leq 0$, ce qui est en accord avec le résultat ci-dessus.

d. $\Delta_{SA3} = \Delta'(h_m = \frac{\varnothing_0}{2}, \varphi) = 135 \mu\text{m} \cong 159 \lambda_0$; cette valeur est très élevée, en comparaison des valeurs habituellement considérées pour l'écart normal. En particulier, pour un système en limite de diffraction avec une mise au point paraxiale, il faudrait $|\Delta_{SA3}| \leq \frac{\lambda}{4}$: on en est très loin !

e. $\sigma_\Delta = \sqrt{\overline{\Delta^2} - \bar{\Delta}^2}$; en écrivant $\Delta(u) = \Delta_{SA3} \times u^4$, on obtient avec les définitions de la moyenne sur une pupille circulaire homogène $\bar{\Delta} = \frac{\Delta_{SA3}}{3}$ et $\overline{\Delta^2} = \frac{\Delta_{SA3}^2}{5}$ $\Rightarrow \sigma_\Delta = \sqrt{\frac{4}{45}} \times |\Delta_{SA3}|$.

f. critère de Maréchal : $\sigma_\Delta \leq 0,07 \lambda \Rightarrow |\Delta_{SA3}| \leq 0,24 \lambda$ – cela confirme la conclusion précédente.

g. Il faut $\Delta(u_m) = \Delta_{SA3} \times u_m^4 \cong 0,24 \lambda$, soit $u_m \cong 0,19 \Rightarrow$ cela correspond à un diamètre maximal $\varnothing_m = u_m \times \varnothing_0 = 4,2$ mm.

h. Avec ce diamètre, l'ouverture numérique est fortement réduite : $\sin \alpha'_m = 0,14$: le diamètre de la tache d'Airy deviendrait égal à $7,4 \mu\text{m}$, sa dimension longitudinale devient de l'ordre de $40 \mu\text{m}$! Ces valeurs sont bien supérieures aux besoins exprimés dans l'article étudié. Par ailleurs, réduire l'ouverture numérique d'un facteur 5 implique une réduction d'un facteur 25 du flux collecté, et augmenterait d'autant le temps d'acquisition.

2. Estimation de la tache-image sur l'axe et dans le champ

a. Lorsque les aberrations sont très élevées, une description purement géométrique, sans prendre en compte l'effet de la diffraction, suffit à rendre compte de la forme, de la dimension et de la répartition de l'énergie lumineuse dans la tache-image. Nous sommes clairement dans cette situation.

b. Sur l'axe, la seule aberration présente est de l'aberration sphérique. Les aberrations transverses, déduites des relations de Nijboer, suivent une loi en u^3 de la forme :

$$dy'(u, \varphi) \approx \frac{4\Delta_{SA3}}{\alpha'_m} u^3 \cos \varphi \text{ et } dx'(u, \varphi) \approx \frac{4\Delta_{SA3}}{\alpha'_m} u^3 \sin \varphi$$

\Rightarrow on doit avoir d'une part des courbes identiques pour $dy'_T(u)$ et $dx'_S(u)$, une évolution continue sans repliement avec une tangente nulle à l'origine (correspondant à une mise au point paraxiale) et une amplitude maximale de l'ordre de $\pm \frac{4\Delta_{SA3}}{\alpha'_m} \cong 740 \mu\text{m}$. Tout cela n'est compatible qu'avec les courbes de la figure B.

c. Au bord de la pupille ($u = \pm 1$), on lit $dy'_T = dx'_S \cong 680 \mu\text{m}$: la tache image est un disque de diamètre $\cong 1,4$ mm ($1000 \times$ supérieure au diamètre de la tache d'Airy !). Elle se caractérise par une zone centrale intense, et un large fond diffus (cf. Figure 2).

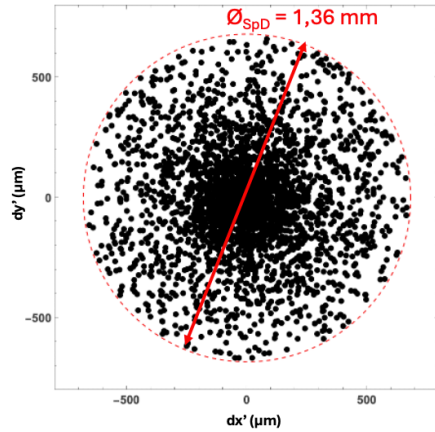


Figure 2 : Simulation du diagramme de points au foyer paraxial, à partir des courbes de tracé de rayon ; 5000 points tirés aléatoirement dans la pupille.

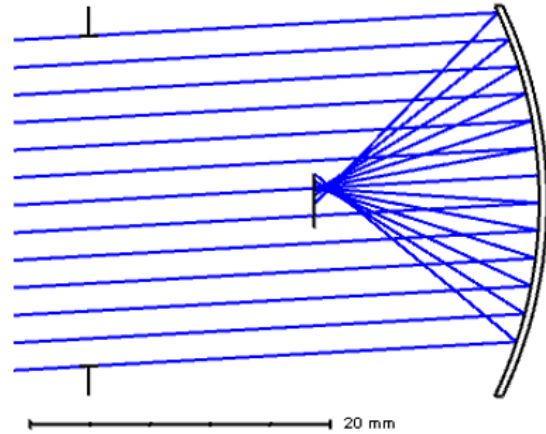


Figure 3 : Trajectoire des rayons issus d'un point objet dans le champ lorsque la pupille est au centre de courbure du miroir

d. En bord de champ, d'autres aberrations apparaissent et la symétrie de révolution n'est plus respectée ; la tache image est plus grande que celle qu'elle était sur l'axe, cela ne peut correspondre qu'à la figure A.

3. Analyse de la décomposition de Zernike

a. La décomposition de Zernike est bien adaptée pour décrire les aberrations d'un système optique avec une pupille circulaire et homogène, car elle constitue une base orthornormée de polynômes : le front d'onde aberrant peut être décomposé de manière unique sur cette base quelque soit le nombre de polynômes choisis, et l'amplitude des coefficients est directement liée à l'importance de l'aberration par rapport au critère de Maréchal. L'écart quadratique moyen de l'écart normal

σ_Δ se déduit simplement à partir de la somme quadratique des coefficients : $\sigma_\Delta = \sqrt{\sum C_i^2}$.

b. Sur l'axe, seules les aberrations à symétrie de révolution existent, il ne devrait donc y avoir plus que les termes de défaut de mise au point Z_2^0 et aberrations sphériques Z_4^0 et Z_6^0 . Ces deux derniers termes sont indépendants de la position y' de l'objet dans le champ ; par contre, le terme en Z_2^0 pourrait évoluer du fait de la courbure de champ du miroir sphérique. Nous pouvons tout de même écrire sur l'axe : $\Delta(u, \varphi) \cong 43 \lambda_0 Z_2^0(u, \varphi) + 10,5 \lambda_0 Z_4^0(u, \varphi) - 0,23 \lambda_0 Z_6^0(u, \varphi)$.

c. L'origine de l'aberration sphérique du 5^{ème} ordre (Z_6^0) est due à l'ouverture très élevée à laquelle travaille ce miroir : le développement limité au 3^{ème} ordre ne suffit plus.

d. En ne conservant que les termes en u^4 du développement de Zernike de l'écart normal sur l'axe, on obtiendrait $\Delta_{SA3} = \Delta(u = 1, \varphi) = 6\sqrt{5} \times P_{11} - 30\sqrt{7} \times P_{22} \cong 159 \lambda_0$: cette valeur est compatible avec le calcul fait en B.1.d.

e. À partir de la décomposition sur l'axe (3.b), on peut évaluer $\sigma_\Delta = \sqrt{P_4^2 + P_{11}^2 + P_{20}^2} = 44,4 \lambda_0$; dans le champ, à partir de la décomposition donnée dans l'énoncé avec les huit termes, on obtient $\sigma_\Delta = 45,4 \lambda_0$: les valeurs lues sur le graphe sont comparables. σ_Δ augmente avec y' car les aberrations de champ dégradent les performances de l'imagerie dans le plan de mise au point paraxial considéré. C'est le terme de coma (Z_3^1) qui a l'impact le plus important sur cette dégradation ; l'évolution de σ_Δ avec y' est donc de la forme $\sigma_\Delta(y') \cong \sqrt{\sigma_\Delta(0)^2 + P_8^2 \left(\frac{y'}{y_m}\right)^2}$.

Remarquons enfin que le défaut de mise au point est ici le défaut prépondérant : la mise au point n'est pas faite au meilleur foyer ! Le cas échéant, la valeur de σ_Δ évoluerait entre $10,5 \lambda_0$ et $14,5 \lambda_0$ (ce qui reste malgré tout très élevé).

f. i. Si la pupille est au centre de courbure, le système reste complètement à symétrie de révolution : tout rayon passant par le centre de la pupille, quel que soit son angle, est un axe de symétrie pour le miroir (cf. Figure 3). De cette façon, les aberrations de champ qui ne sont pas à symétrie de révolution (coma, astigmatisme, trèfle) sont nécessairement nulles.

ii. La décomposition de Zernike dans le champ deviendrait identique à celle trouvée sur l'axe (3.b) : $\Delta(u, \varphi) = 43 \lambda_0 Z_2^0(u, \varphi) + 10,5 \lambda_0 Z_4^0(u, \varphi) - 0,23 \lambda_0 Z_6^0(u, \varphi)$, l'aberration sphérique étant indépendante de la position de la pupille. Remarquons que la courbure de champ reste identique dans ce cas.

iii. Dans ce cas, les aberrations sont identiques sur l'axe et dans le champ, seule la courbure peut apparaître et semble avoir un effet négligeable ici puisque $\sigma_\Delta = \text{constante}$.

g. La trajectoire des rayons en réflexion est indépendante de l'indice du milieu dans lequel se situe le miroir, car les lois de Snell-Descartes en réflexion ne dépendent pas de l'indice : les aberrations sont donc inchangées.

C. Évaluation de l'objectif de Schmidt optimisé

1. Conception simplifiée de la lame asphérisée

a. $\delta = (n_0 - 1)t$; avec les conventions habituelles, le déphasage dans l'air est $\delta\varphi = -\frac{2\pi}{\lambda}(n_0 - 1)t$ ($\delta\varphi < 0$ pour une onde en retard).

b. La contribution de la lame à l'écart normal aberrant est $\Delta_{\text{lame}}(h) = (n_0 - 1)(t(h) - t_0)$, sans prendre en compte le retard global $(n_0 - 1)t_0$ (piston). D'après le théorème de Gouy, les chemins optiques aberrants ($n'\Delta'$) se somment le long d'un rayon réel, et donc, avec $n' = -1$ après réflexion sur le miroir : $-\Delta_{\text{tot}}(h) = \Delta_{\text{lame}}(h) - \Delta_M(h)$

\Rightarrow la compensation de l'aberration sphérique du 3^{ème} ordre du miroir implique que $\Delta_{\text{tot}}(h) = 0 \forall h$, soit $t(h) = \frac{h^4}{4(n_0 - 1)R_0^3} + t_0$.

c. En $h = 11 \text{ mm}$, $\delta t = |t(h_m) - t_0| = 300 \mu\text{m}$. En pratique, la lame est plus épaisse au bord, pour induire un retard de phase qui pré-compense l'avance de phase induite par le miroir sphérique.

d.

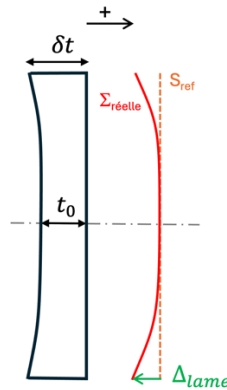


Figure 3 : Forme de la lame asphérisée pour une compensation de l'aberration sphérique du miroir et une mise au point paraxiale : le front d'onde aberrant présente un retard de phase au bord de la pupille par rapport au front d'onde plan paraxial.

2. Analyse des résultats avec la lame asphérisée réelle

a. σ_Δ est inférieur à $0,07 \lambda_0$ sur tout le champ : l'objectif est en limite de diffraction. On observe une légère décroissance de σ_Δ autour d'un champ $y' = 0,5 \text{ mm}$: cela signifie que le foyer choisi est optimisé en moyenne sur tout le champ utile, et correspond à ce point.

b. À partir de l'approximation exponentielle $R_S \cong \exp(-4\pi^2 \frac{\sigma_\Delta^2}{\lambda^2})$, valide pour ces valeurs de σ_Δ , on obtient sur l'axe ($y' = 0$) $R_S \cong 92\%$ et au bord du champ ($y' = 0,85 \text{ mm}$) $R_S \cong 86\%$. Sur tout le champ visé, la réponse percussionnelle reste très proche d'une tache d'Airy.

c. La *variation* de l'épaisseur globale de la lame reste déterminée par la relation 1.b, par contre la surface de la lame face au miroir n'est plus plane mais conçue pour que les rayons déviés par la 1^{ère} face soient en incidence normale sur la 2^{ème} face pour un point-objet sur l'axe : dans ces conditions, la réfraction est indépendante de l'indice du milieu entre la lame et le miroir, et la contribution de la lame reste optimisée pour tous les milieux (cf. documentation eCampus).

d. La courbure de la surface image reflète la présence de l'aberration de courbure de champ du miroir sphérique. Que la pupille soit sur le miroir ou en son centre de courbure, cette courbure reste égale à $C' = 2/R_0$ soit un rayon de la surface image $R_{IMS} = -15$ mm (cf. cours CSO). La valeur choisie par les auteurs est proche de cette valeur, et confirme donc que la contribution du miroir à la courbure de la surface image est prépondérante.

Cela implique en pratique que lorsque le faisceau incident est balayé angulairement, il faut ajuster la focalisation de la caméra d'observation pour rattraper le décalage longitudinal du point de focalisation.

e. La forme de la lame ne peut être optimisée pour tous les points du champ, les rayons ne sont donc pas strictement en incidence normale sur sa seconde face : dans ces conditions, la réfraction dépend de l'indice du milieu d'immersion, et la trajectoire des rayons est modifiée. Les aberrations dépendent donc un peu du milieu d'immersion choisi, comme les auteurs le montrent dans leur article. Cette dépendance est cependant notablement inférieure à celle observée avec des objectifs de microscope classiques, cela reste un atout de cette solution.