

CONCEPTION DE SYSTÈMES OPTIQUES

EXAMEN – DURÉE 2H

CALCULATRICE AUTORISÉE
+ FEUILLE A4 R-V DE NOTES PERSONNELLES

TOUS AUTRES DOCUMENTS INTERDITS

CONCEPTION D'UN OBJECTIF DE MICROSCOPE DE SCHMIDT

Consignes générales : répondez aux questions en vous appuyant sur vos connaissances et les résultats de cours et TD. Vous veillerez à justifier précisément vos réponses – une réponse non détaillée ne sera pas validée. Ce problème est constitué d'un ensemble de sections qui peuvent être traitées indépendamment les unes des autres, en utilisant les résultats donnés dans l'énoncé. Quand elles ne sont pas précisées, les notations sont celles utilisées en cours et TD.

Nous nous intéressons à la conception d'un objectif de microscope inspiré par le télescope de Schmidt, et basé sur un miroir sphérique précédé d'une lame asphérisée. Les concepts et valeurs numériques utilisées reprennent celles de l'article *Reflective multi-immersion microscope objectives inspired by the Schmidt telescope*, publié dans *Nature Biotechnology* en 2023 par F. Voigt et ses collègues. L'objectif de microscope est utilisé dans un dispositif de microscopie à deux photons, et sera caractérisé autour de la longueur d'onde centrale de l'excitation à $\lambda_0 = 850 \text{ nm}$. Il est conçu pour travailler en configuration $\infty \rightarrow \text{foyer}$ et focaliser le faisceau incident sur l'échantillon étudié.

Le miroir a un rayon de courbure $|R_0| = 30 \text{ mm}$ et un diamètre utile $\varnothing_0 = 22 \text{ mm}$. Nous considérerons ici que l'éclairage de la pupille d'entrée de l'objectif est homogène sur le diamètre utile \varnothing_0 .

Des données complémentaires utiles pour l'analyse de l'objectif sont présentées dans la section D ; quelques définitions sont rappelées dans l'annexe E.

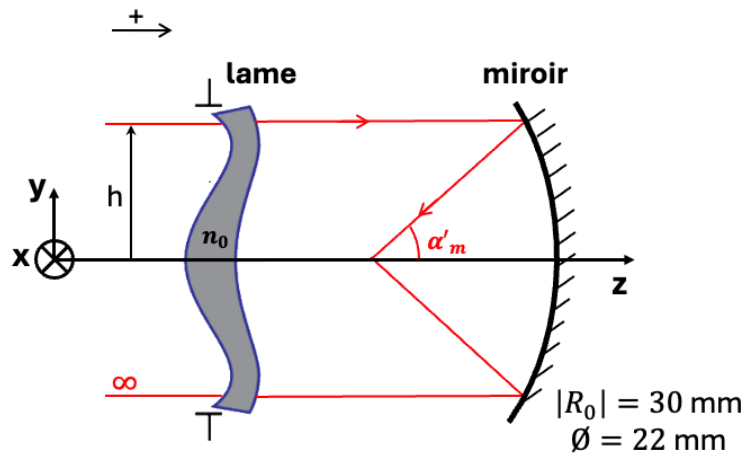


Figure 1 : Schéma de l'objectif de microscope de Schmidt optimisé (d'après Voigt et al, *Nat. Biot.* 23)

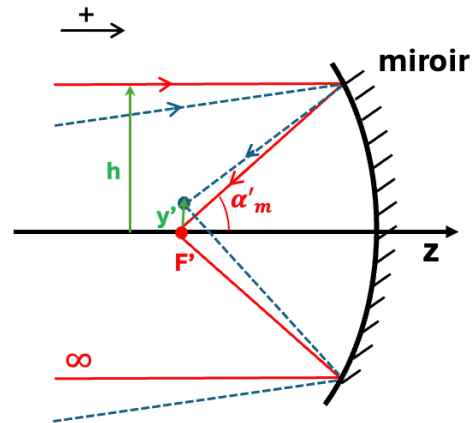
A. Dimensionnement du dispositif

1. Quel est l'intérêt d'une solution à base de miroir pour un objectif de microscope à immersion, destiné à être utilisé pour visualiser des objets placés dans des milieux d'indice différents, et pour la microscopie à deux photons ?
2. Vérifiez que l'ouverture numérique $\sin \alpha'_m$ à laquelle travaille le miroir sphérique dans l'espace-image est 0,73.
3. Quelle est la forme et la dimension transverse de la réponse percussionnelle, au foyer du miroir, en limite de diffraction à λ_0 ?

4. Quelle est la profondeur de foyer, dimension caractéristique de la réponse percussionnelle selon l'axe optique z , en limite de diffraction ?
5. Analysez les courbes expérimentales données en Figure D.1 pour l'objectif de microscope optimisé. Comparez les dimensions caractéristiques de la réponse percussionnelle expérimentale sur l'axe (dans le plan transverse x ou y , dans le plan z) à vos évaluations théoriques précédentes. Que pouvez-vous en conclure ?

B. Évaluation du miroir sphérique seul

Nous étudions ici le miroir sphérique seul, sans la lame, en conjugaison $\infty \rightarrow$ foyer. L'éclairage est monochromatique à λ_0 et le miroir est dans l'air. La mise au point est réalisée au foyer paraxial.



1. Écart normal d'aberration sphérique du 3^{ème} ordre du miroir sphérique à pleine ouverture

Nous nous intéressons ici uniquement à l'aberration sphérique du 3^{ème} ordre du miroir.

- a. Rappelez la définition de l'écart normal aberrant.
- b. À partir de l'expression générique de l'écart normal d'un dioptré sphérique (cf. Annexe E.1), donnez l'expression de l'écart normal d'aberration sphérique du miroir pour un point objet sur l'axe à l'infini et une mise au point au foyer paraxial en fonction de R_0 et de la position du rayon (h, φ) sur la pupille du miroir.
- c. L'onde aberrante est-elle en retard ou en avance par rapport à l'onde de référence paraxiale ? Faites un schéma montrant les deux surfaces d'onde l'une par rapport à l'autre après réflexion sur le miroir.
- d. Donnez l'amplitude $|\Delta_{SA3}|$ au bord de la pupille de l'aberration sphérique du miroir, en μm et en unités de λ_0 . Que pouvez-vous dire de cette valeur ? Est-elle compatible avec l'application envisagée ?
En l'absence de valeur, vous pourrez considérer que $|\Delta_{SA3}| \cong 160 \lambda_0$ par la suite.
- e. Montrez que l'écart quadratique moyen σ_Δ de l'écart normal aberrant d'aberration sphérique du 3^{ème} ordre, pour une mise au point paraxiale, est égal à $\sigma_\Delta = \sqrt{\frac{4}{45}} \times |\Delta_{SA3}|$ (cf. annexe E.2 pour la définition d'une moyenne sur la pupille circulaire).
- f. Quelle est la valeur maximale tolérée pour $|\Delta_{SA3}|$ pour vérifier le critère de Maréchal ? Comparez avec la valeur atteinte pour ce miroir à pleine ouverture.
- g. Montrez que cette valeur peut être atteinte avec ce miroir en réduisant le diamètre de la pupille d'entrée à environ 4 mm.
- h. Une pupille de diamètre 4 mm vous semble-t-elle compatible avec les besoins de l'observation microscopique d'objets biologiques, tels que ceux décrits dans l'article étudié ? Commentez les conséquences d'un tel choix dans ce contexte.

2. Estimation de la dimension de la tache-image sur l'axe et dans le champ

Le miroir sphérique travaille toujours à pleine ouverture ($\varnothing_0 = 22 \text{ mm}$).

- a. Justifiez qu'une description purement géométrique de la tache-image est suffisante, dans le cas présent, pour rendre compte de la répartition de l'énergie lumineuse autour du point focal.

- b. Parmi les graphiques donnés en annexe D.5 reproduisant les aberrations transverses $dy'_T(u)$ et $dx_{TS}(u)$ (*Ray Aberrations*), justifiez que seule la figure B peut effectivement correspondre à la situation étudiée pour un point-objet sur l'axe.
- c. Déduisez-en la dimension totale de la tache-image pour un point-objet sur l'axe. Faites un schéma représentant le diagramme de points (*Spot-diagram*) associé tel que pourrait le simuler un logiciel de conception optique comme Zemax et commentez son allure.
- d. Quel graphique pourrait correspondre à la situation au bord du champ ($y'_m = 0,85 \text{ mm}$) ?

3. Analyse de la décomposition de Zernike

Le miroir sphérique a été modélisé avec Zemax dans les conditions de cette étude. En particulier, les données complémentaires (tableau D.2) présentent la décomposition de Zernike de l'écart normal aberrant du miroir sphérique dans la configuration étudiée, pour un point objet au bord du champ ($y'_m = 0,85 \text{ mm}$).

- a. Rappelez l'intérêt de la décomposition de Zernike pour l'analyse des aberrations des systèmes optiques.
- b. À partir de la décomposition présentée dans le tableau D.2, pouvez-vous prévoir celle que l'on obtiendrait pour un point sur l'axe ($y' = 0$) ?
- c. Pouvez-vous expliquer l'existence de termes associés à des aberrations d'ordre supérieur à trois dans cette décomposition ?
- d. Vérifiez la cohérence de la valeur Δ_{SA3} précédemment obtenue avec la contribution d'aberration sphérique du 3^{ème} ordre (u^4) déduite de la décomposition de Zernike. Détaillez votre démarche.
- e. La courbe D.3 présente l'évolution de l'écart quadratique moyen σ_Δ de l'écart normal aberrant en fonction du champ image y' lorsque la pupille est sur le miroir. Commentez les valeurs de σ_Δ sur l'axe et dans le champ. Comment pouvez-vous expliquer l'évolution de σ_Δ avec y' ?
- f. Les auteurs de l'article décrivant l'objectif de microscope étudié ici positionnent la pupille d'entrée de l'objectif au centre de courbure du miroir sphérique :
 - i. Justifiez ce choix.
 - ii. Pouvez-vous prévoir la décomposition de Zernike correspondant à cette situation pour le miroir seul, pour un point-objet au bord du champ ? Précisez le cas échéant votre réponse.
 - iii. Commentez l'évolution de la courbe $\sigma_\Delta(y')$ dans cette situation (figure D.3)
- g. L'objectif de microscope est conçu pour être utilisé dans un milieu d'indice n_i compris entre 1,33 (eau) et 1,51 (huile) : justifiez que les résultats précédents ne sont pas modifiés, quel que soit le milieu d'immersion choisi.

C. Évaluation de l'objectif de Schmidt optimisé

1. Conception simplifiée de la lame asphérisée

Les auteurs de l'article étudié ont conçu une lame asphérisée qui pré-compense l'aberration sphérique du miroir sphérique. La lame est réalisée en silice ($n_0 = 1,4525$ à λ_0) ; son épaisseur au centre est $t_0 = 5$ mm. La lame est placée au centre de courbure du miroir (cf. figure 1).

Nous considérerons dans cette étude simplifiée que la seconde face (orientée vers le miroir) de la lame est plane (cf. figure 2), et que la mise au point reste au foyer paraxial du miroir sphérique, placé dans l'air.

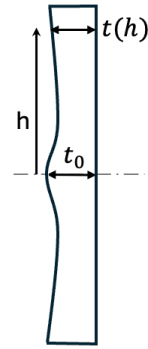


Figure 2 : Schéma d'une lame d'épaisseur variable quelconque

- Rappelez l'expression du déphasage induit par une lame à faces planes et parallèles d'épaisseur t donnée traversée par un faisceau collimaté.
- Explicitez la relation entre l'épaisseur $t(h)$ de la lame à la hauteur d'impact h , l'indice n_0 et le rayon de courbure du miroir sphérique pour que l'écart normal aberrant induit par la lame compense l'aberration sphérique du 3^{ème} ordre du miroir sphérique pour une mise au point paraxiale. On admettra pour cette démonstration que les déformations de la lame restent faibles et que la trajectoire des rayons n'est pas modifiée par la lame.
- Vérifiez que l'épaisseur de la lame au bord ($h = \frac{\varnothing_0}{2}$) varie d'une épaisseur $|\delta t| \cong 300 \mu\text{m}$.
- Faites un schéma de la forme de la lame dans ce cas, en précisant les épaisseurs considérées.

2. Analyse des résultats avec la lame asphérisée réelle

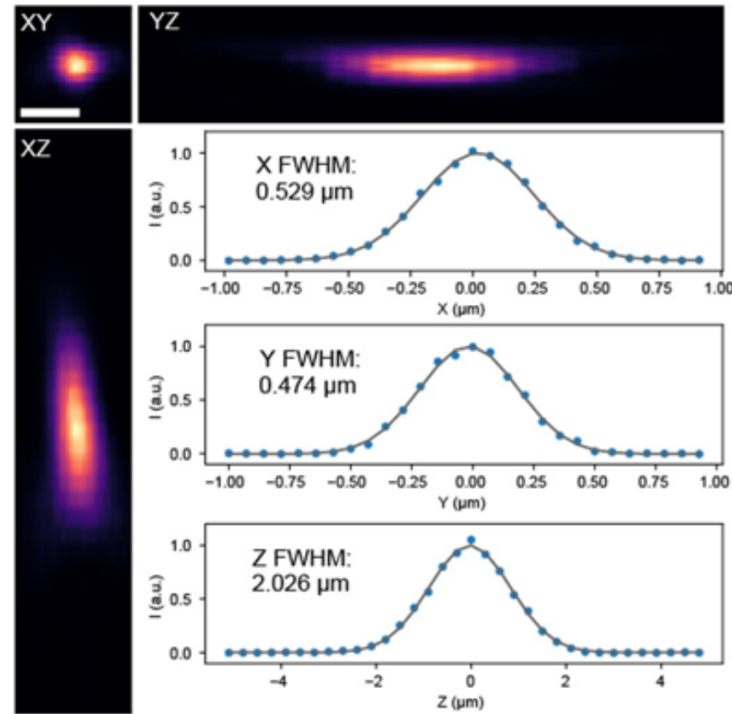
En pratique, la conception de la lame asphérisée prend en compte les contributions à l'aberration sphérique d'ordre supérieur à trois et est optimisée pour une mise au point au meilleur foyer. Les simulations ci-dessous reproduisent les résultats présentés par les auteurs, pour lesquels la lame asphérisée est placée proche du centre de courbure du miroir sphérique.

- Commentez l'évolution de l'écart quadratique moyen σ_Δ avec le champ image y' à λ_0 reproduite en figure D.4, et comparez avec les résultats obtenus pour le miroir seul.
- Donnez une évaluation du rapport de Strehl sur l'axe et au bord du champ utile. Que pouvez-vous en conclure sur la forme de la réponse percussionnelle sur l'axe et dans le champ ?
- La forme de la lame est reproduite sur le schéma de la figure 1. En particulier, la seconde face de la lame tournée vers le miroir n'est pas plane mais conçue de sorte à être à l'incidence normale pour ses rayons incidents : expliquez l'intérêt de ce choix particulier, dans le contexte de la microscopie de milieux biologiques dans des milieux d'immersion d'indices variables.
- Lors de l'optimisation de l'objectif de microscope sous Zemax, les auteurs ont choisi de permettre que la surface image soit courbe, de rayon de courbure $R_{IMS} = -15,8$ mm : pouvez-vous expliquer ce qui a motivé ce choix ? Quelle est la contrainte expérimentale qui en découle ?
- Les auteurs mettent en évidence une dépendance de σ_Δ (sur l'axe et dans le champ) avec l'indice du milieu d'immersion : comment pouvez-vous expliquer cette observation ?

D. Données complémentaires

1. Réponse percussionnelle de l'objectif de microscope optimisé dans l'air (cf. A5)

Profils de la réponse percussionnelle expérimentale à $\lambda_0 = 850$ nm dans la direction transverse (X,Y) et selon l'axe optique (Z) pour l'objectif de microscope de Schmidt travaillant pour un point-objet sur l'axe (Voigt et al, Nat. Bioph. 23)



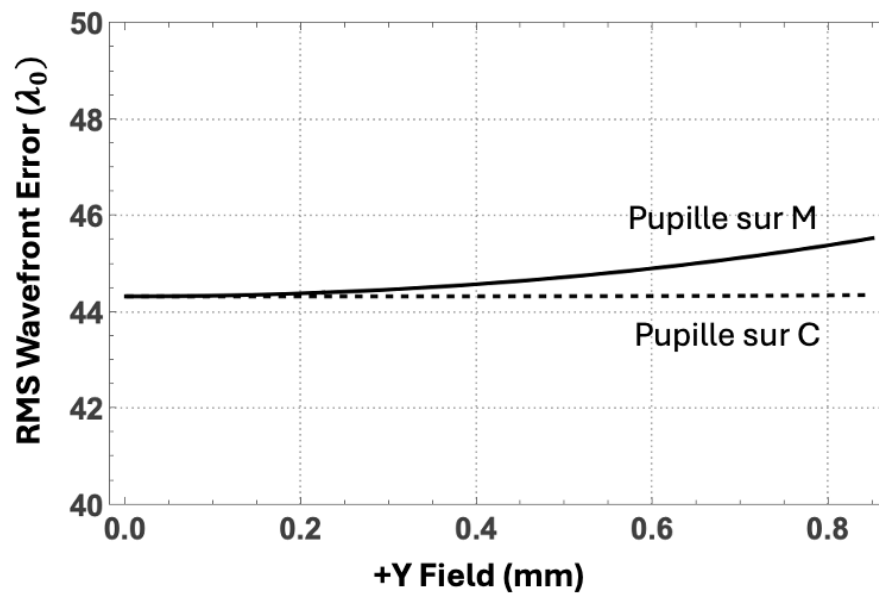
FWHM (Full Width Half Maximum) = largeur totale à mi-hauteur du profil

2. Décomposition de Zernike du miroir sphérique utilisé seul (cf. B.3)

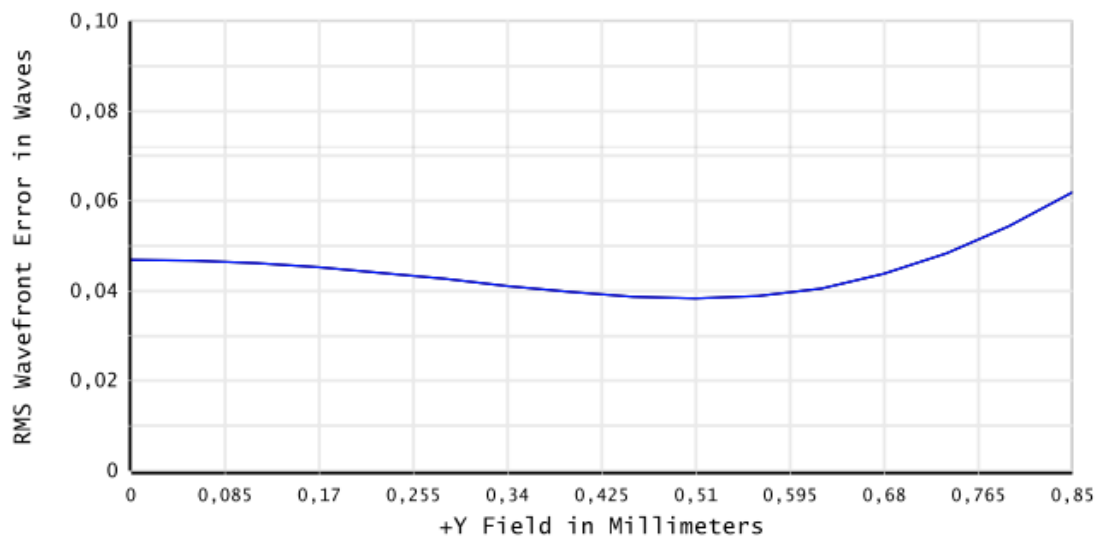
La modélisation avec Zemax du miroir sphérique, dans les conditions d'utilisation décrites dans le sujet, conduit à la décomposition de Zernike ci-dessous pour un point objet au bord du champ ($y' = 0,85$ mm). Seuls les termes supérieurs à $\frac{\lambda}{20}$ ont été conservés. Consultez l'annexe E.3 pour identifier les termes.

Coefficient	Amplitude	Définition
P_4	$43 \lambda_0$	$Z_2^0(u, \varphi) = \sqrt{3}(2u^2 - 1)$
P_6	$-2,4 \lambda_0$	$Z_2^2(u, \varphi) = \sqrt{6}u^2 \cos 2\varphi$
P_8	$-10,0 \lambda_0$	$Z_3^1(u, \varphi) = \sqrt{8}(3u^3 - 2u) \cos \varphi$
P_{10}	$-0,06 \lambda_0$	$Z_3^3(u, \varphi) = \sqrt{8}u^3 \cos 3\varphi$
P_{11}	$10,5 \lambda_0$	$Z_4^0(u, \varphi) = \sqrt{5}(6u^4 - 6u^2 + 1)$
P_{12}	$0,18 \lambda_0$	$Z_4^2(u, \varphi) = \sqrt{10}(4u^4 - 3u^2) \cos 2\varphi$
P_{16}	$0,33 \lambda_0$	$Z_5^1(u, \varphi) = \sqrt{12}(10u^5 - 12u^3 + 3u) \cos \varphi$
P_{22}	$-0,23 \lambda_0$	$Z_6^0(u, \varphi) = \sqrt{7}(20u^6 - 30u^4 + 12u^2 - 1)$

3. Évolution de l'écart quadratique moyen de l'écart normal aberrant (σ_Δ) avec le champ image y' pour deux positions de la pupille : M = miroir ; C = centre de courbure (cf. B.3)

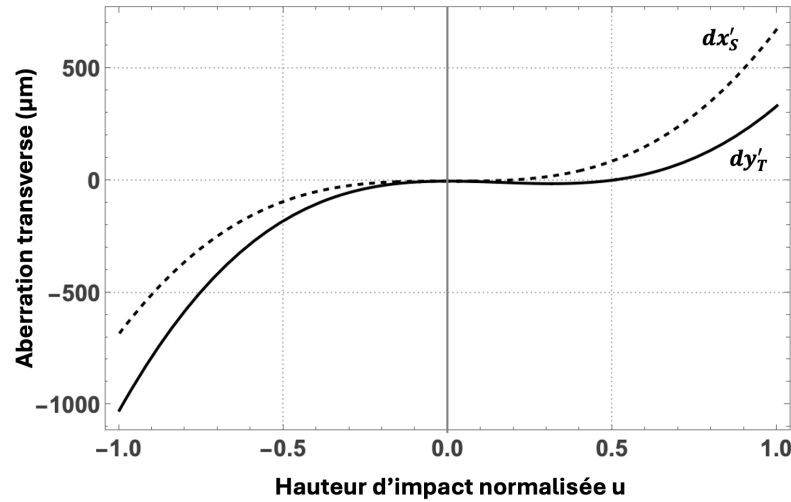


4. Évolution de l'écart quadratique moyen de l'écart normal aberrant (σ_Δ) avec le champ image y' pour l'objectif de microscope de Schmidt optimisé à λ_0 (cf. C.2)

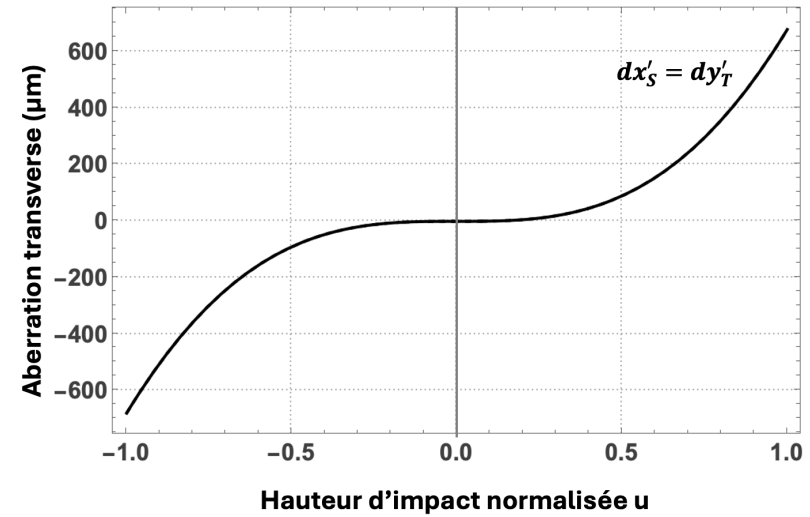


5. Aberrations transverses (cf. B.2)

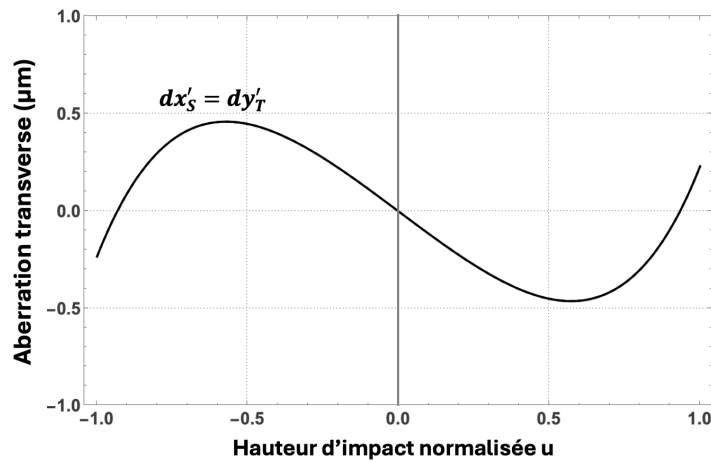
Les courbes représentent l'impact des rayons par rapport au point de référence dans le plan-image, en fonction de la hauteur d'impact normalisée $u = \frac{h}{h_m}$ dans la pupille et l'angle d'azimuth : $dx'_S(u) = dx'(u, \varphi = \frac{\pi}{2})$ et $dy'_T(u) = dy'(u, \varphi = 0)$.



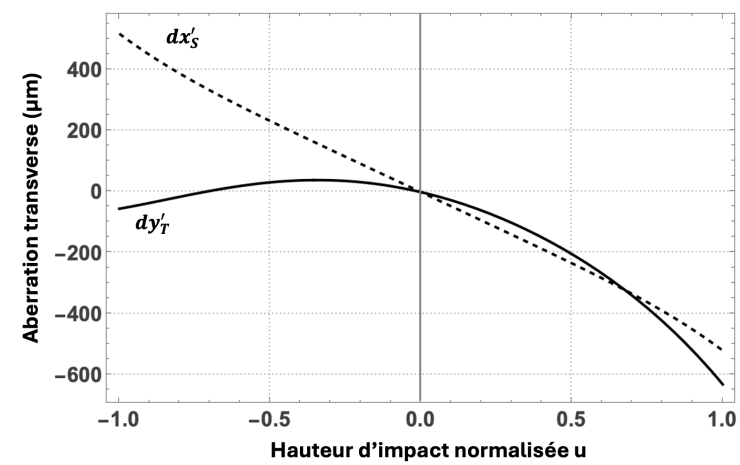
A



B



C



D

E. Annexes

1. Écart normal aberrant du dioptré sphérique – pupille sur le dioptré (3^{ème} ordre)

Écart normal d'aberration sphérique du 3^{ème} ordre d'un dioptré sphérique de sommet S , de rayon de courbure $R = \overline{SC}$, séparant deux milieux d'indice respectivement n et n' en conjugaison $z = \overline{SA} \rightarrow z' = \overline{SA'}$, en fonction de la hauteur d'impact h sur le dioptré :

$$n' \Delta'(h) = \frac{h^4}{8} \times n^2 \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z} \right)^2 \times \left(\frac{1}{n'z'} - \frac{1}{nz} \right)$$

2. Expression de la moyenne d'une fonction sur une pupille circulaire homogène

La moyenne d'une fonction f sur une pupille circulaire est définie, en coordonnées polaires, par :

$$\bar{f} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 f(u, \varphi) u du d\varphi$$

3. Polynômes de Zernike

Définition des premiers polynômes de Zernike (normalisation sur σ_Δ) :

Définition	Nature	Ordre
$Z_2^0(u, \varphi) = \sqrt{3}(2u^2 - 1)$	Défaut de mise au point	3 ^{ème}
$Z_2^2(u, \varphi) = \sqrt{6}u^2 \cos 2\varphi$	Astigmatisme à 0°	
$Z_2^{-2}(u, \varphi) = \sqrt{6}u^2 \sin 2\varphi$	Astigmatisme à 45°	
$Z_3^1(u, \varphi) = \sqrt{8}(3u^3 - 2u) \cos \varphi$	Coma à 0°	
$Z_3^{-1}(u, \varphi) = \sqrt{8}(3u^3 - 2u) \sin \varphi$	Coma à 90°	
$Z_4^0(u, \varphi) = \sqrt{5}(6u^4 - 6u^2 + 1)$	Aberration sphérique	5 ^{ème}
$Z_3^3(u, \varphi) = \sqrt{8}u^3 \cos 3\varphi$	Trèfle à 0°	
$Z_3^{-3}(u, \varphi) = \sqrt{8}u^3 \sin 3\varphi$	Trèfle à 45°	
$Z_4^2(u, \varphi) = \sqrt{10}(4u^4 - 3u^2) \cos 2\varphi$	Astigmatisme à 0°	
$Z_4^{-2}(u, \varphi) = \sqrt{10}(4u^4 - 3u^2) \sin 2\varphi$	Astigmatisme à 45°	
$Z_5^1(u, \varphi) = \sqrt{12}(10u^5 - 12u^3 + 3u) \cos \varphi$	Coma à 0°	
$Z_5^{-1}(u, \varphi) = \sqrt{12}(10u^5 - 12u^3 + 3u) \sin \varphi$	Coma à 90°	
$Z_6^0(u, \varphi) = \sqrt{7}(20u^6 - 30u^4 + 12u^2 - 1)$	Aberration sphérique	

4. Relations de Nijboer

Les aberrations transverses dy' et dx' sont liées à l'écart normal aberrant $\Delta(\alpha', \varphi)$ par les relations de Nijboer :

$$\begin{aligned} dy' &= \frac{1}{\cos \alpha'} \frac{\partial \Delta}{\partial \alpha'} \cos \varphi' - \frac{1}{\sin \alpha'} \frac{\partial \Delta}{\partial \varphi'} \sin \varphi' \\ dx' &= \frac{1}{\cos \alpha'} \frac{\partial \Delta}{\partial \alpha'} \sin \varphi' + \frac{1}{\sin \alpha'} \frac{\partial \Delta}{\partial \varphi'} \cos \varphi' \end{aligned}$$

avec α' l'angle d'ouverture et φ' l'angle d'azimut dans la pupille (plan tangentiel : $\varphi' = 0 - \pi$; plan sagittal : $\varphi = \frac{\pi}{2} - \frac{3\pi}{2}$)