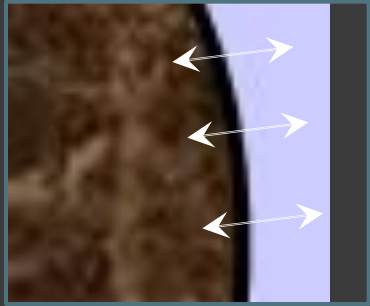


III-

Transferts (chaleur et/ou concentration) au sein du M.P.

III- 1 Mise en équation



Flux ???

1. Définition d'un Système
2. Transferts aux interfaces
3. Conservation d'une grandeurs
4. Solide hétérogène
5. Milieux Poreux/sol-Matériaux
6. Modèle et propriétés équivalente
7. Exemple d'applications
8. Conclusions/ Critiques

Sources

$$\dot{\Psi}(t) = \int_{V(t)} \dot{\psi}(M, t) dV(M)$$

Densités flux

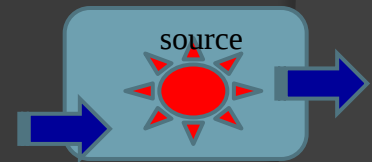
Macroscopique

$$I(\psi) = \psi \mathbf{v}$$

$$\phi_{\text{conv}}(\psi) = \int_{\partial V(t)} -\psi(\mathbf{v} - \mathbf{w}) \cdot \mathbf{n} dA$$

Microscopique

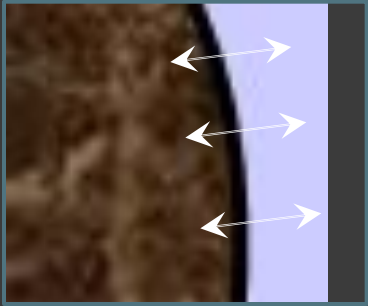
$$\phi_{\text{diff}}(\psi) = - \int_{\partial V(t)} \mathbf{J}(\psi) \cdot \mathbf{n} dA$$



Flux μ /macro

Equation de conservation

$$\frac{d_v \psi}{dt} + \psi \operatorname{div} \mathbf{v} = \frac{\partial \psi}{\partial t} + \operatorname{div}(\psi \mathbf{v}) = \dot{\psi} - \operatorname{div} \mathbf{J}(\psi)$$



Flux ???

Microscopique

$$\phi_{\text{diff}}(\psi) = - \int_{\partial V(t)} J(\psi) \cdot n \, dA$$

1. Définition d'un Système

2. Transferts aux interfaces

3. Conservation d'une grandeur

4. Solide hétérogène

5. Milieux Poreux/sol-Matériaux

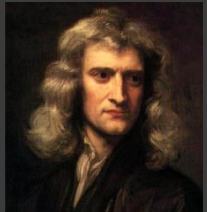
6. Modèle et propriétés équivalente

7. Exemple d'applications

8. Conclusions/ Critiques

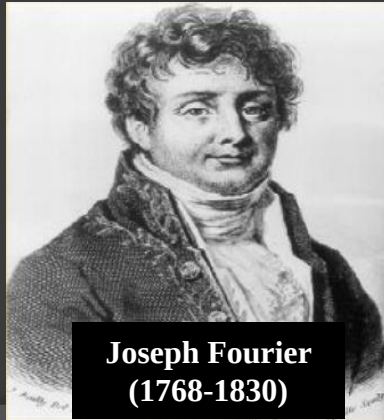
$$\vec{\tau} = \mu \vec{\nabla} V$$

Fluide
Newtonien



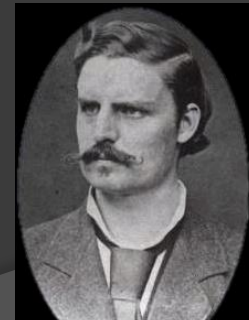
Isaac Newton-
1689

$$\vec{\phi} = -\lambda \vec{\nabla} T$$



Joseph Fourier
(1768-1830)

$$\vec{j} = -D \vec{\nabla} C$$



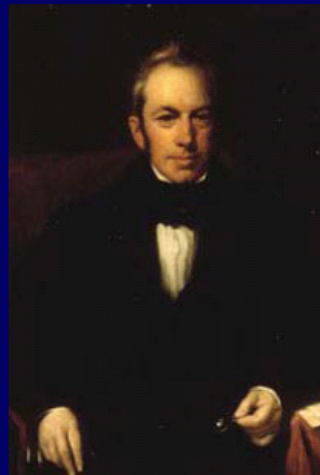
Adolf Eugene Fick
(1829-1901)



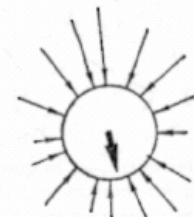
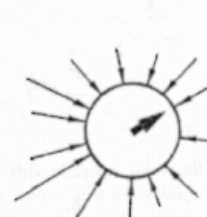
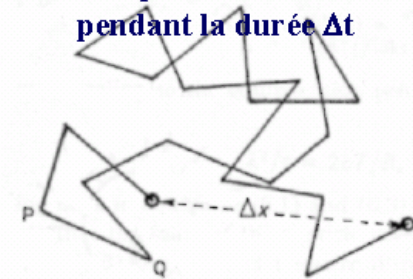
Adolf Eugene Fick
(1829-1901)

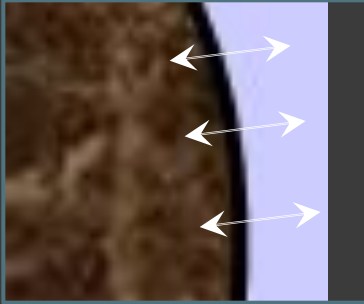
S'inspira des travaux de Brown (ci-dessous) et de Fourier

Les premières observations microscopiques du mouvement rapide et aléatoire de petites particules ont été faites par Robert Brown, un botaniste anglais, qui examinait les grains de pollen.



Déplacement Δx
pendant la durée Δt





Conservation de la masse

$$\rho \frac{dv}{dt} + \text{div}(\rho v) = \frac{d\rho}{dt} + \rho \text{div } v = 0$$

Conservation de la qtt de Mvt.

$$\rho \frac{dv}{dt} = \rho f + \text{div } \sigma$$

$$\rho \frac{dv}{dt} = \rho f - \nabla p + \text{div } \mathbf{T}$$

$$\rho \frac{dv}{dt} = \rho f - \nabla p + \mu \Delta v$$

Conservation de l'énergie

$$\rho \frac{du}{dt} = \text{div}(k \nabla T) - p \text{div } v + \nabla v : \mathbf{T}$$

- ▷ $-k \nabla T$: densité de flux de chaleur ;
- ▷ $-p \text{div } v$: puissance des forces de pression ;
- ▷ $\nabla v : \mathbf{T}$: dissipation visqueuse (puissance des forces de frottement)

Système

- ⊙ Frontière
- ⊙ Interfaces solide-Fluide
- ✓ Fluide Multiconstituants (gazeux ou liquides – ions impurétés)
- ✓ Solide hétérogène
- ⊙ Milieux Poreux/sol-Matériaux : Interaction Matière fluide-solide
- ✓ Echanges / Réactions

Eqt de la chaleur!!!!

$$\rho c_v \frac{dT}{dt} = k \Delta T + 2\mu \mathbf{D} : \mathbf{D}$$

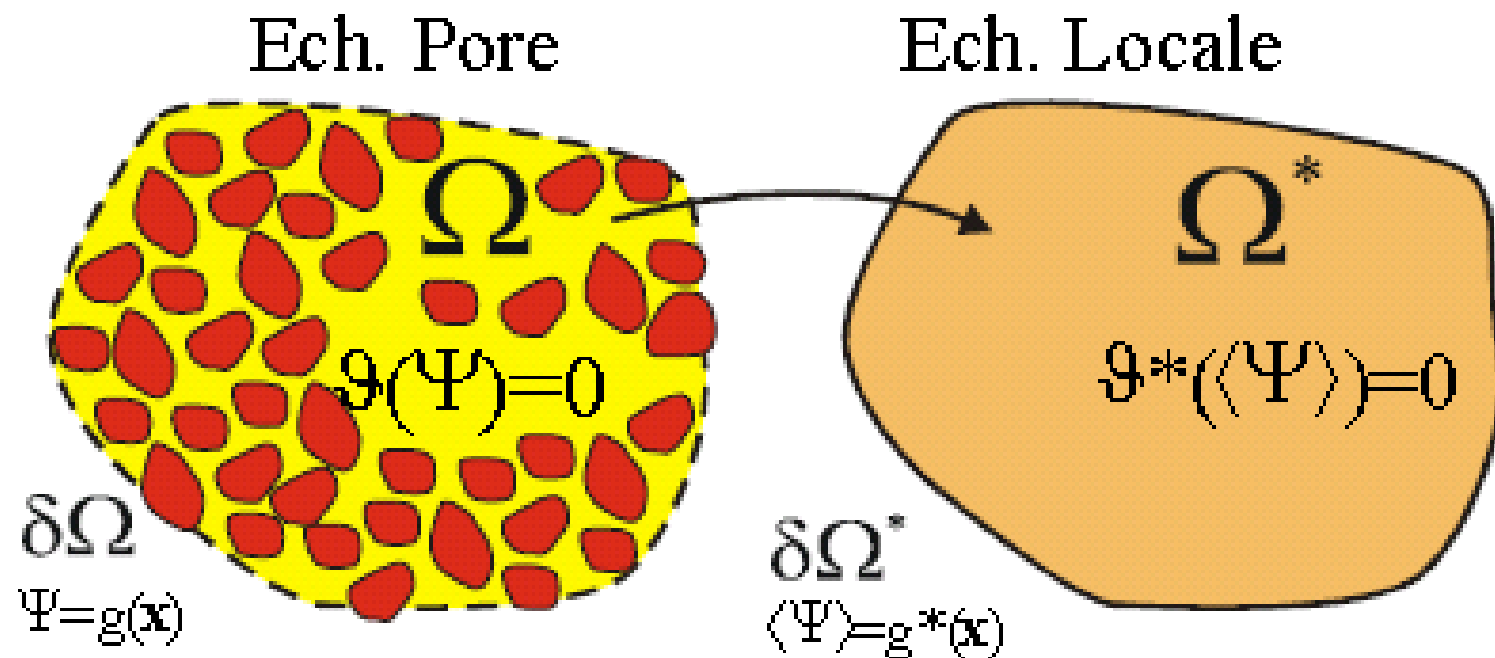
Discussions de cas

1. **Définition d'un Système**
2. Transferts aux interfaces
3. Conservation d'une grandeurs
4. **Solide hétérogène**
5. Milieux Poreux/sol-Matériaux
6. Modèle et propriétés équivalente
7. Exemple d'applications
8. Conclusions/ Critiques

Homogène
Hétérogène

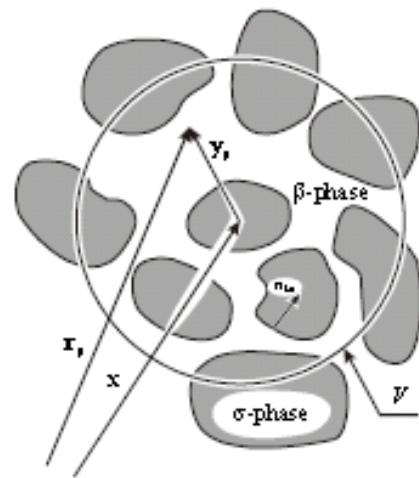
Localement
Globalement

Changement d'Echelle



- **Objectif**: obtenir les équations macroscopiques, les propriétés effectives, et les conditions aux limites

Grandeurs Moyennes



$$\langle \psi_\beta \rangle_{\mathbf{x}} = \frac{1}{V} \int_V \psi_\beta(\mathbf{x} + \mathbf{y}) dV$$

Indicatrice de phase et Fraction volumique

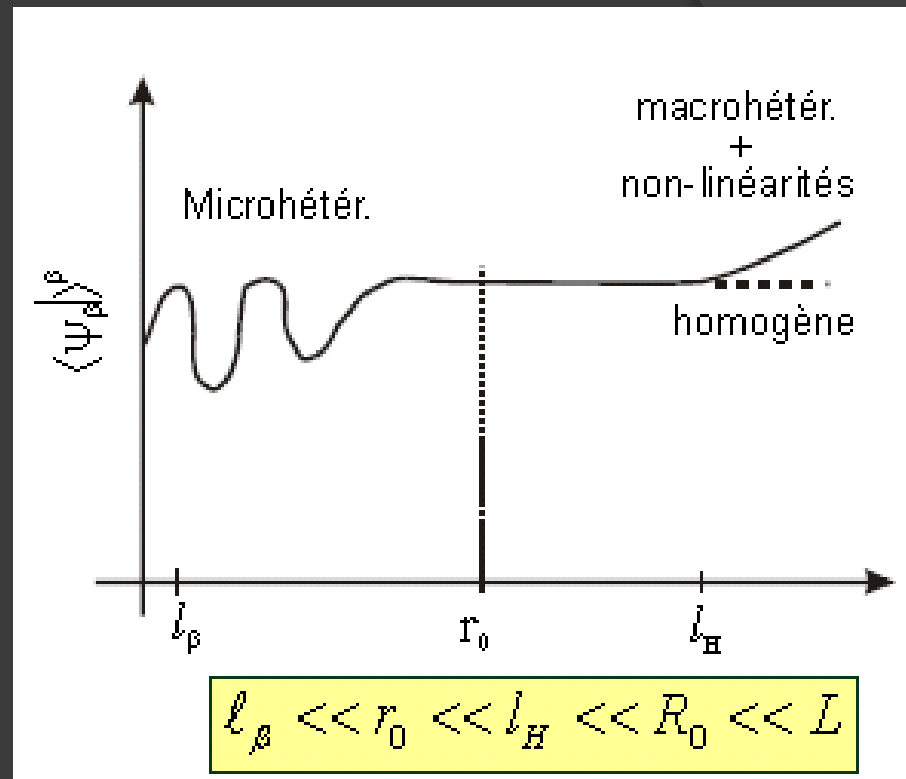
● Indicatrice de phase

$$\gamma_\beta = \begin{cases} 1 & M \in V_\beta \\ 0 & M \notin V_\beta \end{cases}$$

● Fraction volumique

$$\varepsilon_\beta = \langle \gamma_\beta \rangle$$

$$\varepsilon_\beta + \varepsilon_\sigma = 1 \quad \text{Si 2 phases}$$



$$\begin{aligned}\gamma_\beta &= 1 && \text{dans les pores} \\ \gamma_\beta &= 0 && \text{dans la phase solide}\end{aligned}$$

$$\epsilon = \langle \gamma_\beta \rangle = \frac{1}{V} \int_V \gamma_\beta dV$$

$$\left\{ \langle \psi \rangle_\eta \right\} = \frac{1}{V_\infty} \int_{V_\eta} \langle \psi \rangle_\eta dV$$

Moyenne

$$\left\{ \langle \psi \rangle_\eta \right\}^\eta = \frac{1}{V_\eta} \int_{V_\eta} \langle \psi \rangle_\eta dV$$

Moyenne intrinsèque

$$\left\{ \langle \psi \rangle_\eta \right\} = \varphi_\eta \left\{ \langle \psi \rangle_\eta \right\}^\eta$$

$$\left\{ \nabla \langle \psi \rangle_\eta \right\} = \nabla \left\{ \langle \psi \rangle_\eta \right\} + \frac{1}{V_\infty} \int_{A_{\eta\omega}} \mathbf{n}_{\eta\omega} \langle \psi \rangle_\eta dS$$

$$\left\{ \nabla \cdot \langle \psi \rangle_\eta \right\} = \nabla \cdot \left\{ \langle \psi \rangle_\eta \right\} + \frac{1}{V_\infty} \int_{A_{\eta\omega}} \mathbf{n}_{\eta\omega} \cdot \langle \psi \rangle_\eta dS$$

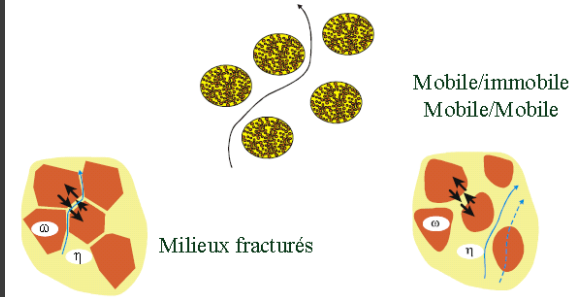
$$\left\{ \frac{\partial \langle \psi \rangle_\eta}{\partial t} \right\} = \frac{\partial \left\{ \langle \psi \rangle_\eta \right\}}{\partial t}$$

Theor. Prise de moyenne

III- 3 Limitations

■

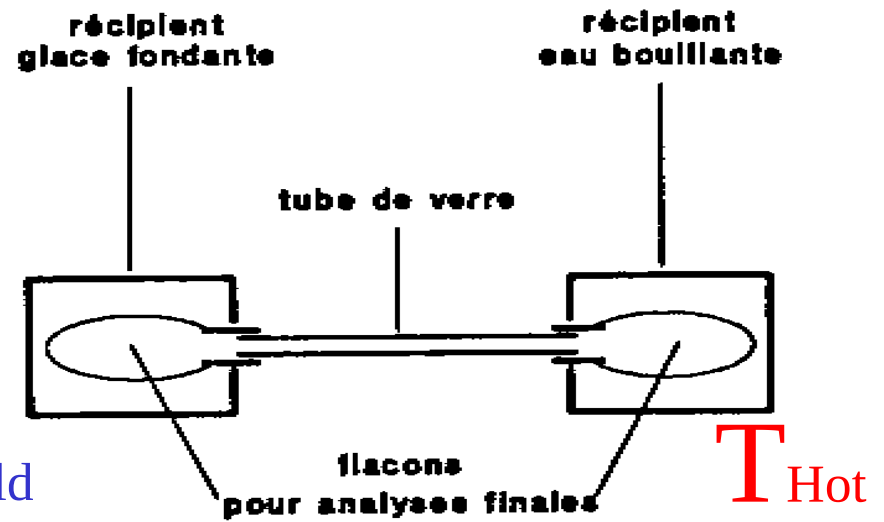
Non-Equilibre Local: modèle à deux équations



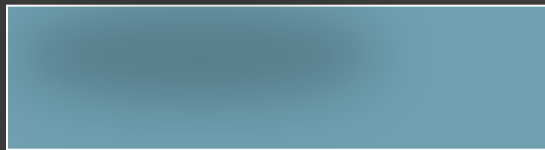
Cause → Effet (même type)
Force → Flux

Force	chaleur (Température)	eau (Pression)	soluté (Concentration)	vapeur (Pression)
Flux				
chaleur	Loi de Fourier	Filtration thermique	Effet-Duffour	
eau	Thermo-osmose	Loi de Darcy	Osmose chimique	
soluté	Effet Soret	Ultrafiltration	Loi de Fick	
vapeur	Thermo-diffusion			Loi de Fick

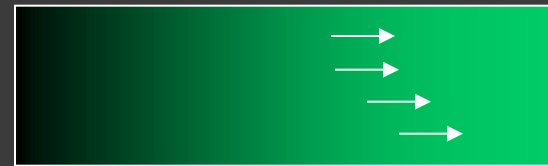
Effet Soret Définition



Ch. Soret, Etat d'équilibre des dissolutions dont deux parties sont portées à des températures différentes *Archives des Sciences Physiques et Naturelles de Genève* [t.II, p. 48-61.(1879)]



Homogeneous concentration



Separating process

Fick

Soret

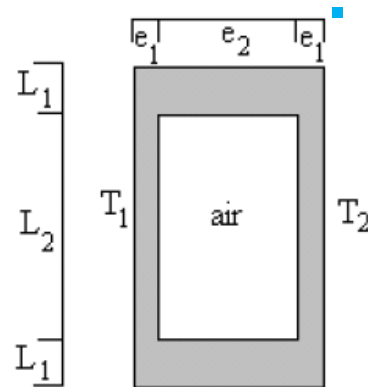
$$j = -\rho \left(D \frac{\partial C}{\partial x} + D_T C(1-C) \frac{\partial T}{\partial x} \right)$$

$$\varepsilon \frac{\partial C^*}{\partial t} + V^* \cdot \nabla C^* = \nabla \cdot (D_C \nabla C^* + D_T \nabla T^*)$$

IV-

Modèles de transfert au sein du M.P.

IV- 1 Coefficient équivalent Limitations



La dimension transversale de la brique est égale à H .

Dans la cavité d'air, coexistent, en parallèle, des échanges par rayonnement et par conduction si on considère que les dimensions sont suffisamment faibles pour empêcher les mouvements convectifs.

La résistance pour la cavité d'air est égale à :

$$\frac{1}{R_{\text{air}}} = \left(h_r + \frac{\lambda_{\text{air}}}{e_2} \right) L_2 H$$

La résistance pour la partie centrale sera :

$$R(L_2) = R_{\text{air}} + \frac{2e_1}{\lambda_b L_2 H} = \frac{1}{L_2 H} \left(\frac{e_2}{h_r e_2 + \lambda_{\text{air}}} + \frac{2e_1}{\lambda_b} \right)$$

La résistance pour les " parties pleines " est égale à : $R(2L_1) = \frac{2e_1 + e_2}{\lambda_b 2L_1 H}$

Ces deux résistances sont en parallèle si bien que la résistance globale de la brique sera :

$\frac{1}{R_b} = \frac{1}{R(L_2)} + \frac{1}{R(2L_1)} = \frac{\lambda_{\text{eq}} (2L_1 + L_2) H}{2e_1 + e_2}$ en introduisant une conductivité équivalente λ_{eq} pour le matériau composite considéré alors comme un matériau conducteur homogène.

Application numérique :

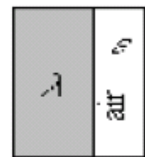
$$\lambda_{\text{air}} = 0,025 \text{ Wm}^{-1} \text{K}^{-1} ; \lambda_b = 1,25 \text{ Wm}^{-1} \text{K}^{-1} ; h_r = 6 \text{ Wm}^{-2} \text{K}^{-1}$$

$$L_1 = 1 \text{ cm} ; L_2 = 8 \text{ cm} ; e_1 = 1 \text{ cm} ; e_2 = 3 \text{ cm}$$

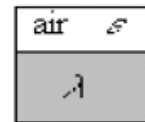
$$R(L_2) = 2,029 / H ; R(2L_1) = 2 / H ; \lambda_{\text{eq}} \approx 0,5 \text{ Wm}^{-1} \text{K}^{-1}$$

Série - Parallèle

Exemple 2 : milieu poreux



série



parallèle

Les transferts série ou parallèle sont mal définis.

On appelle ε la porosité c'est à dire la proportion en volume des cavités.

Pour le schéma série,

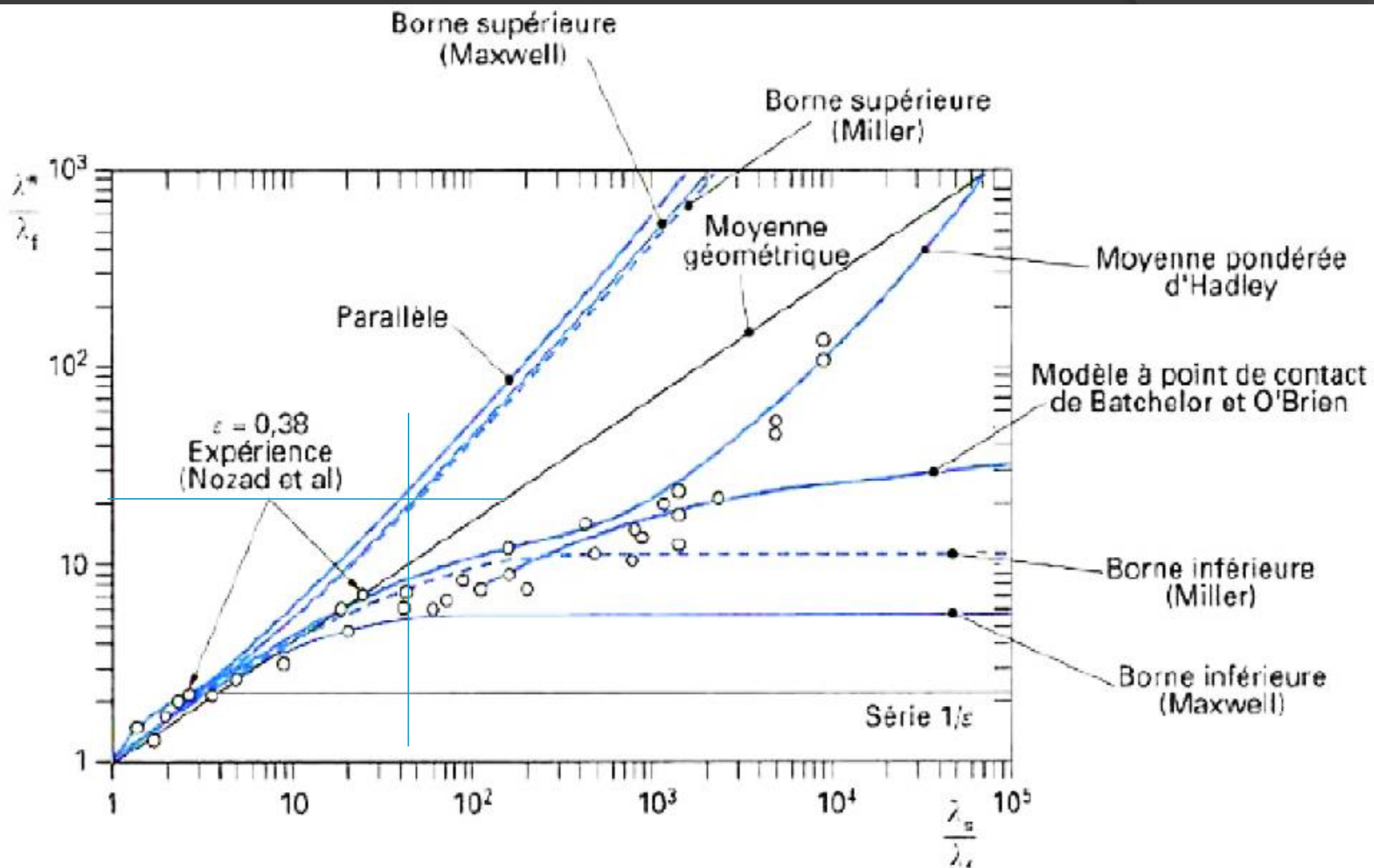
$$\frac{\varepsilon}{Lh_r \varepsilon + \lambda_{\text{air}}} + \frac{(1 - \varepsilon)}{\lambda} = \frac{1}{\lambda_{\text{série}}}$$

Pour le schéma parallèle,

$$(Lh_r + \lambda_{\text{air}}) \varepsilon + \lambda(1 - \varepsilon) = \lambda_{\text{parallèle}}$$

Généralement, on considère qu'il y a autant de schémas séries

et parallèles $\lambda_{\text{eq}} = \frac{\lambda_{\text{série}} + \lambda_{\text{parallèle}}}{2}$



La valeur moyenne est fortement dependante de la structure!

$$\begin{array}{ll} \gamma_\beta = 1 & \text{dans les pores} \\ \gamma_\beta = 0 & \text{dans la phase solide} \end{array}$$

$$\left\{ \langle \psi \rangle_\eta \right\} = \frac{1}{V_\infty} \int_{V_\eta} \langle \psi \rangle_\eta dV$$

Moyenne

$$\left\{ \langle \psi \rangle_\eta \right\}^\eta = \frac{1}{V_\eta} \int_{V_\eta} \langle \psi \rangle_\eta dV$$

Moyenne intrinsèque

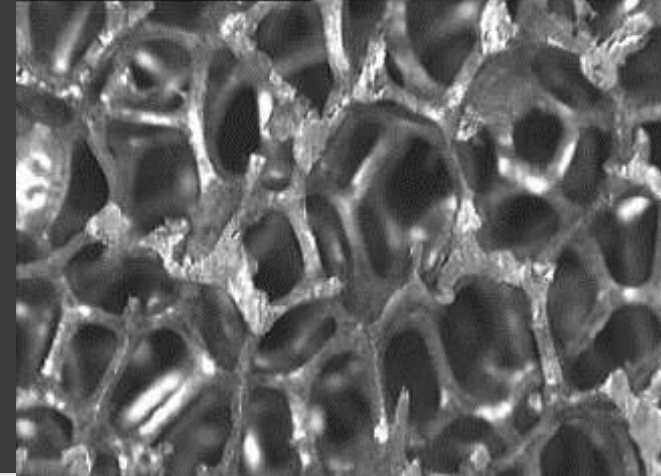

$$\begin{aligned} \left\{ \nabla \langle \psi \rangle_\eta \right\} &= \nabla \left\{ \langle \psi \rangle_\eta \right\} + \frac{1}{V_\infty} \int_{A_{\eta\omega}} \mathbf{n}_{\eta\omega} \langle \psi \rangle_\eta dS \\ \left\{ \nabla \cdot \langle \psi \rangle_\eta \right\} &= \nabla \cdot \left\{ \langle \psi \rangle_\eta \right\} + \frac{1}{V_\infty} \int_{A_{\eta\omega}} \mathbf{n}_{\eta\omega} \cdot \langle \psi \rangle_\eta dS \\ \left\{ \frac{\partial \langle \psi \rangle_\eta}{\partial t} \right\} &= \frac{\partial \left\{ \langle \psi \rangle_\eta \right\}}{\partial t} \end{aligned}$$

Theor. Prise de moyenne

Modèle	Infos	Expression
Maxwell (borne inf)	Milieu : sphères dispersées dans phase continue $\varepsilon \sim 1$ (sans contact)	$\frac{\lambda_{eq}}{\lambda_f} = \frac{2\varepsilon + (3-\varepsilon) \frac{\lambda_s}{\lambda_f}}{(3-\varepsilon) + \varepsilon \frac{\lambda_s}{\lambda_f}}$
Batchelor et O'Brien (avec point contact)	Cas point de contact $\frac{\lambda_s}{\lambda_f} > 100$ Constante ajustée par experience	$\frac{\lambda_{eq}}{\lambda_f} = 4 \ln \left(\frac{\lambda_s}{\lambda_f} \right) - 11$
Parallele		$\frac{\lambda_{eq}}{\lambda_f} = \varepsilon + (1-\varepsilon) \left(\frac{\lambda_s}{\lambda_f} \right)$
Série		$\frac{\lambda_{eq}}{\lambda_f} = \frac{(\lambda_s / \lambda_f)}{\varepsilon (\lambda_s / \lambda_f) + (1-\varepsilon)}$
Géométrique		$(\lambda_{eq} / \lambda_f) = (\lambda_s / \lambda_f)^{(1-\varepsilon)}$
Maxwell (Borne sup.)	Inclusion fluide dans matrice solide continue	$\frac{\lambda_{eq}}{\lambda_f} = \frac{2 \left(\frac{\lambda_s}{\lambda_f} \right)^2 (1-\varepsilon) + (1+2\varepsilon) \frac{\lambda_s}{\lambda_f}}{(2+\varepsilon) \frac{\lambda_s}{\lambda_f} + (1-\varepsilon)}$

Modèle	Infos	Expression
Hadley (moyenne pondérée)	Structure périodique : Maxwell (borne sup.) + fonction calage	$\frac{\lambda_{eq}}{\lambda_f} = (1 - \alpha_0) \frac{\varepsilon f_0 + (1 - \varepsilon f_0) (\lambda_s / \lambda_f)}{1 - \varepsilon (1 - f_0) + (\lambda_s / \lambda_f) \varepsilon (1 - f_0)} + \alpha_0 \frac{(1 - \varepsilon) (\lambda_s / \lambda_f)^2 + (1 + 2\varepsilon) (\lambda_s / \lambda_f)}{(2 + \varepsilon) (\lambda_s / \lambda_f) + 1 - \varepsilon}$ $f_0 0.8 + 0.1\varepsilon \quad \text{et} \quad \alpha_0 = \alpha_0(\varepsilon)$
		$\log(\alpha_0) = -4.898\varepsilon \quad \text{avec} \quad 0 \leq \varepsilon \leq 0.0827$
		$\log(\alpha_0) = -0.405 - 3.154(\varepsilon - 0.0827) \quad \text{avec} \quad 0.0827 \leq \varepsilon \leq 0.298$
		$\log(\alpha_0) = -1.084 - 6.778(\varepsilon - 0.298) \quad \text{avec} \quad 0.298 \leq \varepsilon \leq 0.580$

Exemple de matériaux à forte porosité (mousse métallique)



Matrice	Al	Al	Al-SiC	Al	Ni
Cellules	Fermées	Fermées	Fermées	Ouvertes	Ouvertes
Masse volumique (Mg/m³)	0.2 – 0.25	0.3 – 1.0	0.07 – 0.56	0.16 – 0.25	0.26 – 0.37
Module de Young (GPa)	0.4 – 1.0	1.7 - 12	0.02 – 2.0	0.06 – 0.3	0.4 – 1.0
Limite de cisaillement (GPa)	0.3 – 0.35	0.6 - 5.2	0.001 – 1.0	0.02 – 0.1	0.17 – 0.37
Résistance à la compression (MPa)	1.3 – 1.7	1.9 – 14.0	0.04 – 7.0	0.9 – 3.0	0.6 - 1.1
Résistance à la traction (MPa)	1.6 – 1.9	2.2 - 30	0.05 – 8.5	1.9 – 3.5	1.0 – 2.4
Point de fusion (K)	910 - 920	840 - 850	830 - 910	830 - 920	1700 - 1720
Température max de service (K)	400 - 420	400 - 430	500 - 530	380 - 420	550 - 650
Température minimale de service (K)	1 – 2	1 – 2	1 - 2	1 – 2	1 – 2
Chaleur spécifique (J/kg.K)	830 - 870	910 - 920	830 - 870	850 - 950	450 - 460
Conductivité thermique (W/m.K)	3.5 - 4.5	3.0 - 35	0.3 - 10	6.0 - 11	0.2 – 0.3

Conductivité électrique

Il existe une forte analogie entre les lois de la mécanique des fluides et celles de la conduction électrique.

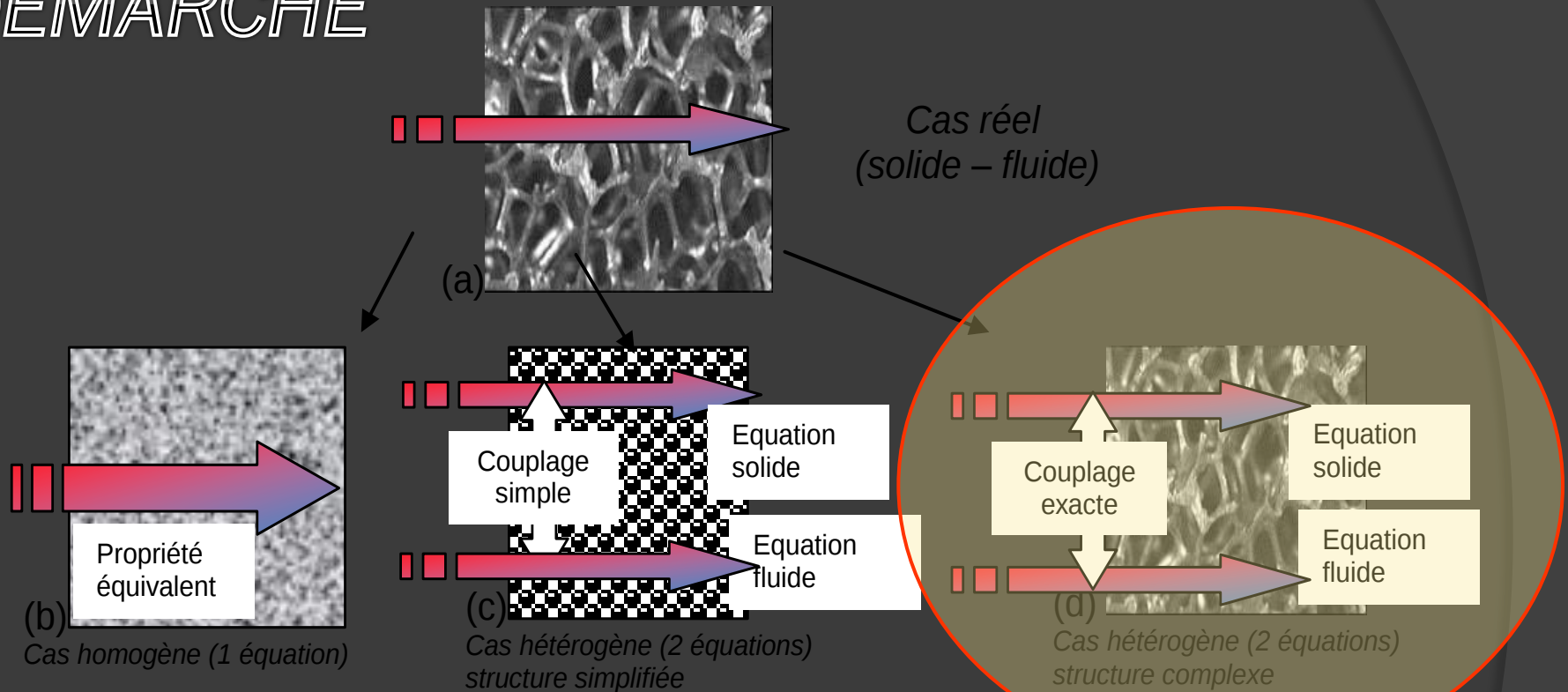
En effet, la différence de pression dans une conduite est l'analogue d'une différence de potentiel aux bornes d'un conducteur, tandis que le débit de fluide est l'analogue du courant électrique.

Dans les deux cas, les relations entre différence de pression/débit et différence de potentiel/courant dépendent de la géométrie (forme et longueur) de la conduite ou du conducteur.

Si le milieu poreux est imbibé d'un fluide conducteur caractérisé par sa viscosité et sa conductivité, on est en présence de deux types de transport : le transport de fluide par la différence de pression, et le transport de charges électriques si une différence de potentiel est appliquée de part et d'autre du poreux.

Dans les deux cas, la géométrie interne du milieu poreux joue un rôle important. La mesure de la conductivité équivalente du milieu poreux apporte donc une information supplémentaire sur la structure.

MODÉLISATION DÉMARCHE



1 moyenne des 2

2 moyennes + interaction

S'af franchir de la complexité géométrique
Homogenisation

DNS

III- 3

Modèles équivalent de transfert
au sein du M.P.