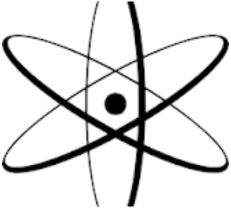
CM1 Physique Atomique : Rappel

S. Bernon

September 9, 2025



Principaux résultats 1

1. Ressource : Mécanique Quantique de J. Dalibard et J-L Basdevant (Dispo en ligne)

Principaux résultats 1

1. Ressource : Mécanique Quantique de J. Dalibard et J-L Basdevant (Dispo en ligne)
2. Catastrophe ultraviolette : $\rho(\nu) = \frac{8\pi^2}{c^3}\nu^2 k_B T$.
3. Hypothèse de Planck

Quantification de la lumière : $\rho(\nu) = \frac{8\pi^2}{c^3} h\nu^2 \frac{\exp\left(-\frac{h\nu}{k_B T}\right)}{1 - \exp\left(-\frac{h\nu}{k_B T}\right)}$.

Principaux résultats 1

1. Ressource : Mécanique Quantique de J. Dalibard et J-L Basdevant (Dispo en ligne)
2. Catastrophe ultraviolette : $\rho(\nu) = \frac{8\pi^2}{c^3}\nu^2 k_B T$.
3. Hypothèse de Planck

   Quantification de la lumière : $$\rho(\nu) = \frac{8\pi^2}{c^3} h\nu^2 \frac{\exp\left(-\frac{h\nu}{k_B T}\right)}{1 - \exp\left(-\frac{h\nu}{k_B T}\right)}.$$
4. Interférences à ondes de matière

   $\mathbf{p} = m\mathbf{v} = \hbar\mathbf{k}$ et $\lambda_{DB} = \frac{h}{p}$
5. $\hbar = 1.05 \times 10^{-34}$ J.s

Principaux résultats 2

1. Amplitude de probabilité en position $\iiint_{\mathbb{R}^3} |\psi(\mathbf{r}, t)|^2 d^3\mathbf{r} = 1$.
2. Position moyenne $\langle x \rangle = \iiint_{\mathbb{R}^3} x|\psi(\mathbf{r}, t)|^2 d^3\mathbf{r}$.

Principaux résultats 2

1. Amplitude de probabilité en position $\iiint_{\mathbb{R}^3} |\psi(\mathbf{r}, t)|^2 d^3\mathbf{r} = 1$.
2. Position moyenne $\langle x \rangle = \iiint_{\mathbb{R}^3} x|\psi(\mathbf{r}, t)|^2 d^3\mathbf{r}$.
3. Transformée de Fourier $\psi(\mathbf{r}, t) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}^3} \int \varphi(\mathbf{p}) e^{-i(\mathbf{p}.\mathbf{r}-Et)/\hbar} d^3\mathbf{p}$.
4. Onde de de Broglie $e^{-i(\mathbf{p}.\mathbf{r}-Et)/\hbar}$
5. Amplitude de probabilité en impulsion $d^3P(\mathbf{p}) = |\varphi(\mathbf{p})|^2 d^3\mathbf{p}$
6. Equation de Schrodinger $i\hbar\dfrac{\partial}{\partial t}\psi(\mathbf{r}, t) = -\dfrac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi(\mathbf{r}, t)$.

Principaux résultats 2

1. Amplitude de probabilité en position $\iiint_{\mathbb{R}^3} |\psi(\mathbf{r},t)|^2 d^3\mathbf{r} = 1$.
2. Position moyenne $\langle x\rangle = \iiint_{\mathbb{R}^3} x|\psi(\mathbf{r},t)|^2 d^3\mathbf{r}$.
3. Transformée de Fourier $\psi(\mathbf{r},t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}^3}\int \varphi(\mathbf{p}) e^{-i(\mathbf{p}.\mathbf{r}-Et)/\hbar} d^3\mathbf{p}$.
4. Onde de de Broglie $e^{-i(\mathbf{p}.\mathbf{r}-Et)/\hbar}$
5. Amplitude de probabilité en impulsion $d^3P(\mathbf{p}) = |\varphi(\mathbf{p})|^2 d^3\mathbf{p}$
6. Equation de Schrodinger $i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi(\mathbf{r},t) = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi(\mathbf{r},t)$.
7. Moyenne d'une observable $\hat{S}$: $\langle s\rangle = \langle\psi|\hat{S}|\psi\rangle = \int \psi^*(\mathbf{r})\hat{S}\psi(\mathbf{r})d^3\mathbf{r}$.
8. | | | | | |
   |---|---|---|---|---|
   | Position | $\langle x\rangle$ | $\hat{x}$ | $=$ | x. |
   | Impulsion | $\langle p_x\rangle$ | $\hat{p_x}$ | $=$ | $-i\hbar\frac{\partial}{\partial x}$ |
9. Equation de Schrodinger avec contraintes extérieures :

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi = \underbrace{\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + V(\mathbf{r})\right)}_{=\hat{H}}\psi.$$

Principaux résultats 3

1. Incertitude et Commutations $\Delta\hat{A}\Delta\hat{B} \geqslant \frac{1}{2}|\langle\psi|\hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}|\psi\rangle|$
2. Commutateur $[\hat{A}, \hat{B}] = \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}$
3. Evolution des opérateurs (Ehrenfest)

$$\frac{d}{dt}\langle\hat{A}\rangle = \frac{d}{dt}\langle\psi|\hat{A}|\psi\rangle = \frac{1}{i\hbar}\langle\psi|[\hat{A}, \hat{H}]|\psi\rangle + \left\langle\psi\left|\frac{\partial\hat{A}}{\partial t}\right|\psi\right\rangle$$

Principaux résultats 3

1. Incertitude et Commutations $\Delta\hat{A}\Delta\hat{B} \geqslant \frac{1}{2}|\langle\psi|\hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}|\psi\rangle|$
2. Commutateur $[\hat{A}, \hat{B}] = \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}$
3. Evolution des opérateurs (Ehrenfest)

$$\frac{d}{dt}\langle\hat{A}\rangle = \frac{d}{dt}\langle\psi|\hat{A}|\psi\rangle = \frac{1}{i\hbar}\langle\psi|[\hat{A}, \hat{H}]|\psi\rangle + \left\langle\psi\left|\frac{\partial\hat{A}}{\partial t}\right|\psi\right\rangle$$

4. **Théorème des sous espaces propres:** Si $[\hat{A}, \hat{B}] = 0$ les sous espaces propres $\mathcal{E}_A$ de $\hat{A}$ sont stables par $\hat{B}$.
5. $\psi \rightarrow \text{mesure de } \hat{\mathrm{A}} : \psi_\beta[\mathrm{a}_\beta] \rightarrow \text{mesure de } \hat{\mathrm{B}} : \psi_{\beta,\alpha}[\mathrm{b}_\alpha] \rightarrow$ $\text{mesure de } \hat{\mathrm{A}}\psi_{\beta,\alpha}[\mathrm{a}_\beta]$
6. **Corollaire:** Si $[\hat{A}, \hat{B}] = 0$, alors il existe une base de vecteur propre commun à $\hat{A}$ et $\hat{B}$.

Principaux résultats 3

1. Incertitude et Commutations $\Delta\hat{A}\Delta\hat{B} \geqslant \frac{1}{2}|\langle\psi|\hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}|\psi\rangle|$
2. Commutateur $[\hat{A}, \hat{B}] = \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}$
3. Evolution des opérateurs (Ehrenfest)

$$\frac{d}{dt}\langle\hat{A}\rangle = \frac{d}{dt}\langle\psi|\hat{A}|\psi\rangle = \frac{1}{i\hbar}\langle\psi|[\hat{A}, \hat{H}]|\psi\rangle + \left\langle\psi\left|\frac{\partial\hat{A}}{\partial t}\right|\psi\right\rangle$$

4. **Théorème des sous espaces propres:** Si $[\hat{A}, \hat{B}] = 0$ les sous espaces propres $\mathcal{E}_A$ de $\hat{A}$ sont stables par $\hat{B}$.
5. $\psi \rightarrow \mathrm{mesure\ de\ \hat{A}} : \psi_\beta[\mathrm{a}_\beta] \rightarrow \mathrm{mesure\ de\ \hat{B}} : \psi_{\beta,\alpha}[\mathrm{b}_\alpha] \rightarrow \mathrm{mesure\ de\ \hat{A}}\psi_{\beta,\alpha}[\mathrm{a}_\beta]$
6. **Corollaire:** Si $[\hat{A}, \hat{B}] = 0$, alors il existe une base de vecteur propre commun à $\hat{A}$ et $\hat{B}$.
7. **ECOC** : **E**nsemble **C**omplet d'**O**bservables qui **C**ommutent
8. Espace de Hilbert $\mathcal{E} = \mathcal{E}_x \otimes \mathcal{E}_y \otimes \mathcal{E}_s$; $|\psi\rangle = |\psi_x\rangle \otimes |\psi_y\rangle \otimes |\psi_s\rangle$

$$\hat{x}|\psi\rangle = (\hat{x} \otimes \hat{\mathbb{1}}_y \otimes \hat{\mathbb{1}}_s)(|\psi_x\rangle \otimes |\psi_y\rangle \otimes |\psi_s\rangle)$$