

Mathématiques, seconde chance
(calculatrice interdite), 1 page, 55 minutes.

Instructions de rédaction : Justifier avec précision vos calculs d'intégrales, d'équivalents et vos majorations/minorations.

Exercice 1 Dans chacun des cas suivants,

- donner le terme général de la série ;
- indiquer (sans le justifier) si la série est à *termes positifs* ;
- déterminer sa nature (*convergente, divergente*). Justifier soigneusement.

a) $\sum_{n \geq 0} 3.$

b) $\sum_{n \geq 0} \frac{10^n}{n!}.$

c) $\sum_{n \geq 0} \frac{n^2 + 1}{5n^5 - 3n + 1}.$

d) $\sum_{n \geq 0} \frac{(-1)^n \sin(n)}{2^n}.$

Exercice 2

1. Calculer, pour chaque réel $c > 0$, l'intégrale :

$$I_c = \int_0^c x \exp(-x^2) dx.$$

L'intégrale $I = \int_0^{+\infty} x \exp(-x^2) dx$ est-elle convergente ? Si oui, donner sa valeur.

2. Calculer, pour chaque réel $c > 1$, l'intégrale :

$$I_c = \int_1^c x e^{-3x} dx.$$

L'intégrale $I = \int_1^{+\infty} x e^{-3x} dx$ est-elle convergente ? Si oui, donner sa valeur.