

Documents et téléphones sont interdits. Une calculatrice type collège est permise.

Il est important de justifier vos réponses !

Exercice 1 - Simplifier autant que possible (i est l'unité imaginaire) :

$$(a) \frac{\sqrt{20 \times 6}}{\sqrt{12} \times \sqrt{15}}, \quad (b) \frac{4a^2 - b^2}{b + 2a}, \quad (c) (e^{i\pi/2})^3, \quad (d) \frac{\exp(a + \ln(2))}{\exp(\ln(4) - a)}.$$

Exercice 2 - Soit $f(x) = x^2 e^{-x/2}$, $x \in \mathbb{R}$.

1. Déterminer les limites et valeurs extrémaux de f et dresser un tableau de variation.
2. Déterminer l'équation de la tangente T du graphe de f en $(2, f(2))$.
3. Déterminer le point d'intersection entre cette tangente T et l'axe des abscisses.

Exercice 3 - On considère l'équation différentielle : $y'(t) = 1 + \cos(\omega t)$ avec $t \in \mathbb{R}$ et $\omega > 0$.

1. La fonction $\cos(\omega t)$ est périodique en $t \in \mathbb{R}$, mais avec quelle période ?
2. Déterminer la solution générale à l'équation différentielle.
3. Déterminer la solution particulière avec la condition initiale : $y(0) = 3$.

Exercice 4 - On considère l'équation différentielle : $y'(t) + y(t) = t$

1. Déterminer la solution générale.
Indication : On pourra d'abord chercher une solution particulière.
2. Déterminer la solution de l'équation différentielle avec la condition initiale : $y(1) = 1$.

Exercice 5 - Calculer les limites : (a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\ln(1 + x\sqrt{2})}$, (b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(\pi x)}{\sin^2(2x)}$.

Exercice 6 - Soit D la droite passant par $Q(2; 3)$ et normale au vecteur $\vec{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

1. Donner une équation cartésienne pour D .
2. Calculer la distance entre D et l'origine $\mathcal{O}(0; 0)$.

Exercice 7 - Soit C le cercle d'équation $x^2 - 4x + y^2 = 0$. Déterminer le centre et le rayon de C .