

Documents, calculatrices et téléphones sont interdits. Justifier vos réponses.

Exercice 1 - Résoudre pour x :

$$(\mathbf{a}) \quad 2(x+5) = 3(4-x), \quad (\mathbf{b}) \quad \frac{x}{x+1} = \frac{1}{x}.$$

Exercice 2 - Simplifier autant que possible (i est l'unité imaginaire) :

$$(\mathbf{a}) \quad \frac{a^2(b c^2)^3}{a b^2(a/c)}, \quad (\mathbf{b}) \quad \frac{\frac{1}{a}-b}{ab-1}, \quad (\mathbf{c}) \quad \frac{3+i}{2+i}.$$

Exercice 3 - Soit $a \in \mathbb{R}$. Calculer la dérivée (en fonction de x) de chaque expression :

$$(\mathbf{a}) \quad x^3 + 2x^2 + \frac{1}{x}, \quad (\mathbf{b}) \quad \frac{\sin(3x)}{x}, \quad (\mathbf{c}) \quad \sqrt{1-x^2}.$$

Exercice 4 - On étudie la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^3 - 3x^2$.

1. Calculer les limites de f quand $x \rightarrow \infty$ et $x \rightarrow -\infty$.
2. Calculer la dérivée de f et établir un tableau de variation.
3. Esquisser le graphe de f .
4. Calculer l'équation de la tangente au graphe de f en $(1, f(1))$.
5. Quand est-ce que f est convexe ? Quand est-ce que f est concave ?

Exercice 5 - Calculer l'aire du domaine : $D = \left\{ (x, y) \mid -1 \leq x \leq 1, \quad x^2 - 1 \leq y \leq \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) \right\}$.

Exercice 6 - En utilisant une intégration par partie, calculer : $\int_{-1}^1 (1+x) e^x dx, \dots$

Exercice 7 - En utilisant un changement de variable ou la formule pour la dérivée d'une fonction composée, calculer :

$$(\mathbf{a}) \quad \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{2+x^2}} dx, \quad (\mathbf{b}) \quad \int_0^{\pi/2} \sin^3(x) \cos(x) dx$$