

**Documents, calculatrices et téléphones sont interdits. Justifier vos réponses.**

**Exercice 1** - Résoudre pour  $x$  :

$$(a) \quad 2(x+5) = 3(4-x), \quad (b) \quad \frac{x}{x+1} = \frac{1}{x}.$$

**Exercice 2** - Simplifier autant que possible ( $i$  est l'unité imaginaire) :

$$(a) \quad \frac{a^2 (b c^2)^3}{a b^2 (a/c)}, \quad (b) \quad \frac{\frac{1}{a} - b}{ab - 1}, \quad (c) \quad \frac{3+i}{2+i}.$$

**Exercice 3** - Soit  $a \in \mathbb{R}$ . Calculer la dérivée (en fonction de  $x$ ) de chaque expression :

$$(a) \quad x^3 + 2x^2 + \frac{1}{x}, \quad (b) \quad \frac{\sin(3x)}{x}, \quad (c) \quad \sqrt{1-x^2}.$$

**Exercice 4** - On étudie la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x^3 - 3x^2$ .

1. Calculer les limites de  $f$  quand  $x \rightarrow \infty$  et  $x \rightarrow -\infty$ .
2. Calculer la dérivée de  $f$  et établir un tableau de variation.
3. Esquisser le graphe de  $f$ .
4. Calculer l'équation de la tangente au graphe de  $f$  en  $(1, f(1))$ .
5. Quand est-ce que  $f$  est convexe ? Quand est-ce que  $f$  est concave ?

**Exercice 5** - Calculer l'aire du domaine :  $D = \left\{ (x, y) \mid -1 \leq x \leq 1, \quad x^2 - 1 \leq y \leq \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) \right\}$ .

**Exercice 6** - En utilisant une intégration par partie, calculer :  $\int_{-1}^1 (1+x) e^x dx, \quad .$

**Exercice 7** - En utilisant un changement de variable ou la formule pour la dérivée d'une fonction composée, calculer :

$$(a) \quad \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{2+x^2}} dx, \quad (b) \quad \int_0^{\pi/2} \sin^3(x) \cos(x) dx$$