

Séance 2 Remobilisation L2 25/26

Vecteurs, coordonnées, trigonométrie

Corrigé

Q1. Calculer la norme du vecteur

$$\vec{v} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}.$$

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{2^2 + 3^2 + (-1)^2} = \sqrt{4 + 9 + 1} = \sqrt{14}$$

Q2. Soit le point M de coordonnées cartésiennes dans le plan (4 ; 2).

Quelles sont ses coordonnées polaires (r, θ) ?

$$r = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{16 + 4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} = 4,47$$

$$\theta = \arctan \frac{2}{4} = \arctan(0,5) = 26,6^\circ$$

$$= 0,46 \text{ rad}$$

Q3. Soit le point M de coordonnées polaires dans le plan (5 ; 30°).

Quelles sont ses coordonnées cartésiennes (x, y) ?

$$x = 5\cos 30^\circ = 4,3$$

$$y = 5\sin 30^\circ = 2,5$$

Q4 Calculer un produit scalaire de $\vec{v} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ et $\vec{w} = -2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$.

Que peut-on dire de ces deux vecteurs ?

$$\vec{v} \cdot \vec{w} = 2 \times (-2) + 3 \times 1 + (-1) \times (-1) = -4 + 3 + 1 = 0$$

→ ces deux vecteurs sont perpendiculaires entre eux.

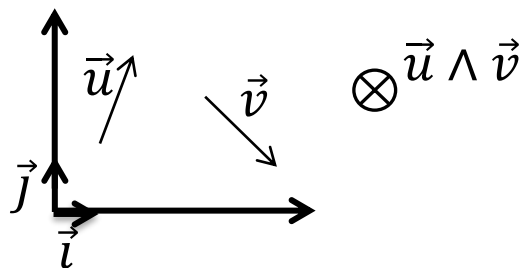
Q5 On repère le point M par rapport à l'origine O par ses coordonnées polaires :

$\overrightarrow{OM} = 2\vec{u}_r$. Exprimer sa vitesse en composantes polaires.

$$\vec{v} = 2\dot{\theta}\vec{u}_\theta$$

Q6. Faire le produit vectoriel des deux vecteurs $\vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j}$ et $\vec{v} = 2\vec{i} - 2\vec{j}$. Représenter $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{u} \wedge \vec{v}$ dans un plan muni d'un repère. Pour $\vec{u} \wedge \vec{v}$, on utilisera le symbole approprié.

$$\vec{u} \wedge \vec{v} = 0\vec{i} + 0\vec{j} + (1 \times (-2) - 2 \times 2)\vec{k} = -6\vec{k}$$



Q7. Calculer la norme du produit vectoriel de deux vecteurs sachant que leur norme est 2 pour l'un et 3 pour l'autre et que l'angle qu'ils font entre eux est de 30° .

La norme est $2 \times 3 \times \sin 30^\circ = 3$.

Q8. Convertir en degrés $\theta = 1$ rad.

$\theta = 57,3^\circ$

Q9. Convertir en radians $\theta = 100^\circ$.

$$\theta = 1,75 \text{ rad}$$

Q10. Donner la dérivée des trois fonctions trigonométriques sin, cos et tan

$$\sin'x = \cos x$$

$$\cos'x = -\sin x$$

$$\tan'x = 1 + \tan^2 x \text{ ou } 1/\cos^2 x$$