

## La fonction exponentielle

### 1/ La fonction réciproque de la fonction exponentielle

- $y = \text{Ln } x \Leftrightarrow x = e^y$ , pour  $x \in ]0 ; +\infty[$  et  $y \in \mathbb{R}$ .
- $\ln 1 = 0$  et  $\ln e = 1$
- Pour tout nombre  $x > 0$ ,  $e^{\ln x} = x$ .
- Pour tout nombre  $x$ ,  $\text{Ln } e^x = x$ .

### 2/ Propriétés de la fonction exponentielle

**Théorème :** Pour tous les nombres  $a$  et  $b$  réels,  $e^{a+b} = e^a \times e^b$   
On dit que la fonction exp transforme une somme en produit.

**Propriétés :** On en déduit que pour tous réels  $a$  et  $b$ , et tout entier  $n$  :

- $e^0 = 1$  ;  $e^1 = e \approx 2,718$  ;  $\sqrt{e} = e^{1/2}$  ;
- $e^{a-b} = \frac{e^a}{e^b}$  ;  $e^{-a} = \frac{1}{e^a}$  ;  $e^{na} = (e^a)^n$  .

### 3/ Etude de la fonction exponentielle : $x \mapsto e^x$

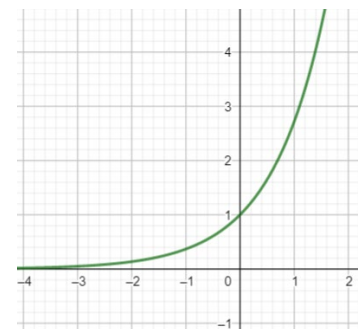
**Théorème :** La fonction exp est définie, dérivable et continue sur  $D_f = \mathbb{R}$

**Dérivée :**  $f'(x) = e^x$       **Primitive :**  $F(x) = e^x$

**Théorème :** • Pour tout nombre  $x$ ,  $e^x > 0$ , Donc  
•  $a < b \Leftrightarrow e^a < e^b$ . et  $a = b \Leftrightarrow e^a = e^b$ .

#### Tableau de variation :

$x$	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x) = e^x$		+
$f(x) = e^x$	0	$\nearrow$
		$+\infty$



## La fonction logarithme népérien

### 1/ La fonction réciproque de la fonction exponentielle

- $y = \text{Ln } x \Leftrightarrow x = e^y$ , pour  $x \in ]0 ; +\infty[$  et  $y \in \mathbb{R}$ .
- $\ln 1 = 0$  et  $\ln e = 1$
- Pour tout nombre  $x > 0$ ,  $e^{\text{Ln } x} = x$ .
- Pour tout nombre  $x$ ,  $\text{Ln } e^x = x$ .

### 2) Propriété fondamentale

**Propriété fondamentale :** Pour tous réels  $a$  et  $b$  strictement positifs,  $\text{Ln}(ab) = \text{Ln } a + \text{Ln } b$ .  
« On dit que la fonction  $\text{Ln}$  transforme un produit en somme »

**Corollaire :** Soit  $x$  et  $y$  deux réels strictement positifs et  $n$  un entier relatif. Alors, on a :

$$\begin{aligned} \text{Ln}\left(\frac{1}{x}\right) &= -\text{Ln } x & \ln\left(\frac{y}{x}\right) &= \text{Ln } y - \text{Ln } x \\ \text{Ln}(x^n) &= n \times \text{Ln}(x) & \text{Ln}(\sqrt{x}) &= \frac{1}{2} \text{Ln } x \end{aligned}$$

### 3/ Etude des variations

**Théorème :**

- La fonction logarithme népérien est continue et dérivable sur  $]0 ; +\infty[$  et  $(\ln(x))' = \frac{1}{x}$
- La fonction  $\text{Ln}$  est strictement croissante sur  $\mathbb{R}_+^*$ .

**Conséquences :** Pour tous  $x$  et  $y$  réels strictement positifs et  $n$  un entier relatif, on a :

- $\ln x = \ln y \Leftrightarrow x = y$
- $\ln x < \ln y \Leftrightarrow x < y$
- $\ln x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1$
- $\ln x > 0 \Leftrightarrow x > 1$

### Tableau de variation :

$x$	0	$+\infty$
$\ln'(x) = \frac{1}{x}$		+
$\ln(x)$	$-\infty$	$\nearrow$

