
Feuille d'exercices 10

Fonctions de deux variables : aperçu.

Exercice 10.1.— Modélisation par des fonctions de deux variables

Donner une formule pour chacune des fonctions suivantes.

1. L'aire $A(\ell_1, \ell_2)$ d'un rectangle en fonction des longueurs ℓ_1, ℓ_2 des côtés.
 2. L'énergie cinétique $E(m, v)$ d'un mobile en fonction de sa masse m et de sa vitesse v .
 3. Le volume $V(r, h)$ d'un cylindre en fonction du rayon de sa base r et de sa hauteur h .
 4. La surface extérieure $S(x, y)$ d'un parallélépipède rectangle (un carton d'emballage!) de volume $1m^3$, en fonction de la largeur x et de la longueur y de sa base, exprimées en mètres.
-

Exercice 10.2.— Ensembles de définition

Pour chacune des formules suivantes en les variables x, y , déterminer l'ensemble de définition de la fonction correspondante, et dessiner cet ensemble dans le plan $\mathbb{R}^2$ des variables x et y .

- 1) $\ln(2x-y)$ 2) $\frac{xy^2}{2x-y}$ 3) $\ln(\sin(x) - y)$ 4) $\frac{xy^2}{\sin(x) - y} \sqrt{x+y+1}$ 5) $\ln(\sin(x) - y) \times \sqrt{x}$
6) $\sqrt{x+y+1} \times \ln(2x-y)$ 7)* $\sin\left(\frac{1}{4-x^2-y^2}\right)$
-

Exercice 10.3.— Applications partielles

Pour chacune des fonctions de l'exercice précédent, déterminer :

- (1) l'application partielle par rapport à la 1ère variable au point $A = (1, -1)$;
- (2) l'application partielle par rapport à la 2ème variable au point $A = (1, -1)$.

On ne donnera pas seulement la formule, mais aussi le domaine de définition.

Exercice 10.4.— Lignes de niveau

Pour chacune des fonctions suivantes, écrire l'équation de la ligne de niveau 0 et l'équation de la ligne de niveau 1. Décrire (et si possible nommer) chacune des lignes de niveau, esquisser leur tracé.

$$f_1(x, y) = 2x + 3y - 4, f_2(x, y) = x^2 + y^2, f_3(x, y) = y - x^2, f_4(x, y) = 1 + x^2 + x - 2y + y^2, \\ f_5(x, y) = \sin\left(\frac{1}{4 - x^2 - y^2}\right), f_6(x, y) = xy, f_7(x, y) = e^{xy}, f_8(x, y) = xe^{y - \sqrt{1+x^2}}.$$