
Feuille d'exercices 3

Graphes de fonctions.

Exercice 3.1.— Soit f la fonction donnée par $f(x) = \frac{1}{2}x - 3$. On travaille dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. Dessiner le graphe $\mathcal{C}$ de f .
 2.
 - a. Dessiner l'image $\mathcal{C}_1$ du graphe de cette courbe par la symétrie d'axe Ox .
 - b. Donner la fonction f_1 dont elle est le graphe.
 - c. Pouvez-vous exprimer cette nouvelle fonction à l'aide de la fonction f ?
 3. Mêmes questions avec la symétrie d'axe Oy et la symétrie d'axe $y = x$.
-

Exercice 3.2.— Régions du plan délimitées par un graphe

1. Tracer rapidement le graphe de la fonction $x \mapsto \sin(x)$. Représenter sur le dessin les deux ensembles

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y < \sin(x)\} \text{ et } \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y > \sin(x)\}.$$

2. Dessiner de même les ensembles suivants.

$$\begin{array}{ll} \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y < 2x + 3\} & \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x - y > 0\} \\ \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y \geq x^2\} & \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y \neq x^3\} \\ \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 < 1\}. & \end{array}$$

Exercice 3.3.— Position relative d'un graphe et d'une droite.

1. Montrer que le polynôme du second degré $x^2 - 3x + 4$ reste > 0 pour tout $x \in \mathbb{R}$.
 2. En déduire la position relative de la parabole d'équation $y = x^2 + 4$ et la droite d'équation $y = 3x$.
 3. Soit D la droite de $\mathbb{R}^2$ d'équation $y = 3x$. Pour un point $M = (a, b)$, rappeler ce que veut dire M est *au dessus* de D , M est *au dessous* de D , M est *À gauche* de D , M est *À droite* de D . Donner des exemples de fonctions $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ (polynômes de degré ≤ 2) telles que le graphe de f est *au dessus* de D , *au dessous* de D , *À gauche* de D , *À droite* de D ou enfin : ni au dessus, ni au dessous de D .
-

Exercice 3.4.— Intersection de deux graphes.

La parabole d'équation $y = x^2$ peut-elle couper une droite $y = ax + b$ en trois points distincts ? Même question en remplaçant la parabole par l'hyperbole $y = \frac{1}{x}$.

Exercice 3.5.—

Montrer que le cercle trigonométrique (centré sur l'origine, et de rayon 1) est la réunion de deux graphes de fonctions simples. Donner des formules pour ces fonctions.