

Remobilisation**L2 2025/2026****Séance 1 : mercredi 3 septembre 2025****Dimensions, unités, homogénéité,
ordres de grandeur, conversions**

Il y a toujours au moins une bonne réponse,
pas forcément unique.

Q1a. Parmi les expressions suivantes,
identifier celle qui n'est pas d'une surface.
On donne $[r] = [h] = L$. Attribuer un objet
et ses paramètres à chaque surface.

$$A = r \cdot h$$

$$B = \pi r^2$$

$$C = 2\pi r$$

$$D = 4\pi r^2$$

$$E = 2\pi r \cdot h$$

Q1b. Parmi les expressions suivantes,
identifier celle qui n'est pas d'un volume.
On donne $[r] = [h] = L$. Attribuer un objet
et ses paramètres à chaque volume.

$$A = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$C = 2\pi r h$$

$$B = \pi r^2 \cdot h$$

$$D = 2\pi r^2 \cdot h$$

Q2.a. Soit un cube d'arête 2 cm en bois.
Quel est son volume ?

- A. 4 cm³
- B. 8 cm³
- C. 80 mm³
- D. 4000 mm³

Q2.b. On s'intéresse à la masse d'un cube du même bois, mais d'arête 4 cm. Par rapport à la masse du petit cube, elle

- A. Double
- B. Triple
- C. Est égale à la masse du petit cube élevée au carré
- D. Est multipliée par 8

Q3. Quel est le rayon d'une sphère de 4 cm³ ?

- A. 1,59 cm
- B. 1,77 cm
- C. 0,985 cm
- D. 1 cm

Q4. Une sphère pleine de cuivre a une masse de 0,475 g. La masse volumique du cuivre est de 8900 kg.m⁻³. Quel est le rayon de la sphère ?

- A. 2,3 mm
- B. 23 mm
- C. 0,23 mm

Q5. Ordre de grandeur du rayon de la Terre :

- A. 1000 km
- B. 10 000 km
- C. 100 000 km

Q6. Ordre de grandeur de la surface corporelle d'un adulte :

- A. 10 m²
- B. 100 cm²
- C. 1 m²
- D. 1000 cm²

Q7. La masse surfacique du papier ordinaire (on parle alors de grammage) est de 80 g/m².

Cela correspond à :

- A. 8 mg/cm²
- B. 0,8 kg/m²
- C. 80 kg/km²
- D. 80 tonnes/km²

Q8. Une année lumière c'est égal à :

- A. 365,25 jours
- B. $9,47 \cdot 10^{15}$ m
- C. $9,47 \cdot 10^{13}$ cm
- D. $9,47 \cdot 10^{17}$ cm

Q9. L'Ångström (symbole Å) est une unité de mesure utilisée en physique atomique.
 $1 \text{ Å} = 0,1 \text{ nm}$.

Vérifier les conversions suivantes :

- A. $10 \text{ Å} = 10^{-9} \text{ m}$
- B. $10 \text{ Å} = 1 \text{ nm}$
- C. $10 \text{ Å} = 10^{-10} \text{ m}$
- D. $10 \text{ Å} = 10^9 \text{ m}$

Q10. La masse volumique de l'eau est égale à :

- A. $0,1 \text{ kg.cm}^{-3}$
- B. 1 kg.L^{-1}
- C. 10 kg.m^{-3}
- D. 10^3 kg.m^{-3}
- E. 1 g.cm^{-3}

Q11. $1 \text{ μm} = 1 \text{ micromètre} = 1 \text{ micron} = 10^{-3} \text{ mm}$.

Vérifier les conversions suivantes :

- A. $10 \text{ μm} = 10^{-5} \text{ m}$
- B. $10 \text{ μm} = 10^{-7} \text{ m}$
- C. $10 \text{ μm} = 10^{-4} \text{ cm}$
- D. $10 \text{ μm} = 10^{-3} \text{ cm}$

Dérivées partielles

Soit la fonction de plusieurs variables

$$u = f(x, y, z).$$

Si u est continue au point (x_0, y_0, z_0) et si la fonction de x seul $f(x, y_0, z_0)$ admet une dérivée pour $x = x_0$, on dit que u admet une dérivée partielle par rapport à x au point (x_0, y_0, z_0) . La **dérivée partielle par rapport à x** se calcule donc en considérant les autres variables comme des constantes, et se note $\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{y,z}$ ou plus simplement $\frac{\partial f}{\partial x}$ (prononcer "d rond f sur d rond x"). Les deux autres dérivées partielles s'écrivent $\frac{\partial f}{\partial y}$ et $\frac{\partial f}{\partial z}$.

Exemple :

Soit une fonction $f(x, t) = 3x + t$ qui dépend de deux variables x et t . On peut étudier les variations de la fonction quand on fait varier x à t constant.

- Ainsi la dérivée partielle de f par rapport à x est $\frac{\partial f}{\partial x} = 3$
- De même, la dérivée partielle de f par rapport à t est $\frac{\partial f}{\partial t} = 1$

On appelle **différentielle totale exacte** df d'une fonction $f(x, y, z, t \dots)$ l'expression :

$$df = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \frac{\partial f}{\partial z} dz + \frac{\partial f}{\partial t} dt + \dots$$

où les $dx, dy, dz, dt \dots$ sont des **variations infinitésimales** des variables $x, y, z, t \dots$

Exercices :

- 1) Calculer la différentielle totale de $E_m = E_c + E_p$ sachant que $E_c = \frac{1}{2}mv^2$ et $E_p = mgh$.
- 2) Une mole de gaz de Van der Waals a pour équation d'état : $\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT$ où P, V et T sont respectivement la pression, le volume molaire et la température du gaz.

R est la constante des gaz parfaits, a le terme de cohésion (constant), b le covolume molaire (constant). Ces deux derniers paramètres rendent compte pour a , que les molécules interagissent entre elles, et pour b , que leur volume est fini.

Exprimer P en fonction de T et V et calculer les dérivées partielles : $\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T$ et $\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$.

Gradient d'une fonction scalaire

Soient $M(x, y, z)$ un point, et u une fonction liée à la position de ce point (comme par exemple sa vitesse). Cette fonction est supposée continue, et admet d'autre part des dérivées partielles par rapport à x , y , et z . Si le point M vient occuper une position voisine très proche $M' (x + dx, y + dy, z + dz)$, u subit une variation du donnée par :

$$du = \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial y} dy + \frac{\partial u}{\partial z} dz$$

dx , dy et dz sont les composantes du vecteur $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{dM} = dx.\vec{i} + dy.\vec{j} + dz.\vec{k}$ dans la base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

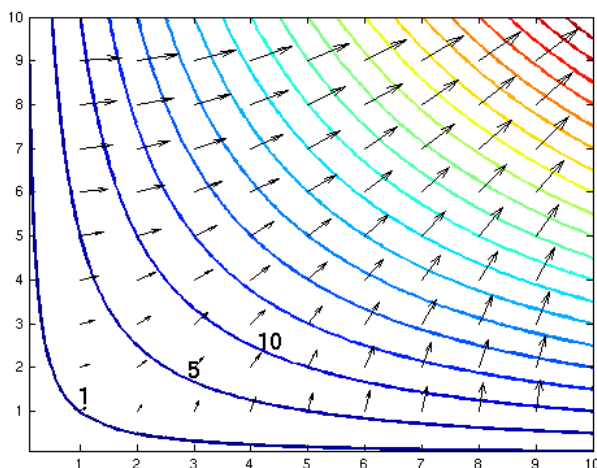
On peut considérer que les trois dérivées partielles sont les composantes d'un certain vecteur et que du est le produit scalaire de ce vecteur par $\overrightarrow{dM}$. On écrit alors :

$$du = \overrightarrow{\text{grad}}(u) \cdot \overrightarrow{dM}$$

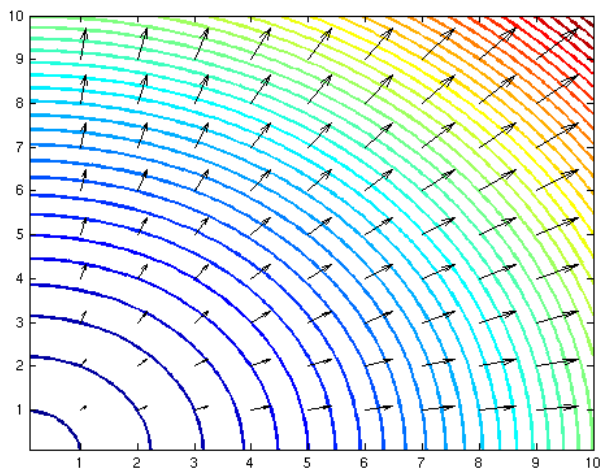
(prononcer "gradient de u scalaire dM"). On définit alors **le gradient de la fonction u** par :

$$\overrightarrow{\text{grad}}(u) = \frac{\partial u}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial u}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial u}{\partial z} \vec{k}$$

Exemples : champs scalaires (couleur, valeurs élevées en rouge) et leur gradient (flèches). Chaque ligne est une courbe de niveau où la valeur de f est constante.



$$f(x, y) = xy$$



$$f(x, y) = x^2 + y^2$$

Le gradient indique à la fois le taux de variation de f (par sa norme, ici longueur de la flèche), et la direction de « plus grande pente ». Il est dirigé localement vers les valeurs élevées de f , et orthogonal aux courbes de niveau.

Exercices :

1) Sur le graphe de la fonction $f(x, y) = xy$, 1, 5 et 10 sont indiqués.

A quoi correspondent-ils ? Donner quelques couples (x, y) correspondant.

Calculer le gradient de $f(x, y)$.

Calculer sa valeur (sa norme) en deux points de la courbe de niveau 10.

Conclusion.

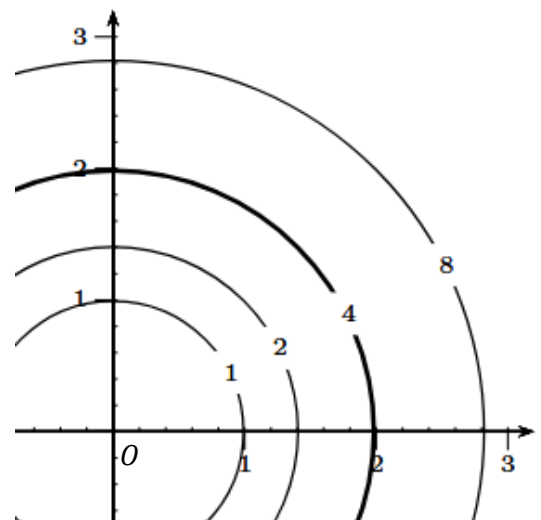
2) Sur le graphe ci-contre, marquer le point M de coordonnées $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$.

Quelle est l'équation de la courbe de niveau de

$f(x, y) = x^2 + y^2$, passant par ce point ?

Quelle forme a cette courbe ?

Calculer le vecteur gradient en ce point et tracer ce vecteur sur la figure. Qu'observez-vous ?



Séance 2 : lundi 8 septembre 2025

Nom :

Vecteurs, coordonnées, trigonométrie

Ces questions sont à résoudre et à rendre sur cette feuille pour mercredi 10 septembre.

Q1.

Calculer la norme du vecteur $2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$.

Q2. Soit le point M de coordonnées cartésiennes dans le plan (4 ; 2).
Quelles sont ses coordonnées polaires (r,θ) ?

Q3. Soit le point M de coordonnées polaires $(5 ; 30^\circ)$.
Quelles sont ses coordonnées cartésiennes (x, y) ?

Q4. Calculer le produit scalaire de $\vec{v} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ et $\vec{w} = -2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$.

Que peut-on dire de ces deux vecteurs ?

Q5. On repère le point M sur un cercle de centre O : $\overrightarrow{OM} = 2\vec{u}_r$. Exprimer sa vitesse en composantes polaires.

Q6. Faire le produit vectoriel des deux vecteurs $\vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j}$ et $\vec{v} = 2\vec{i} - 2\vec{j}$. Représenter $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{u} \wedge \vec{v}$ dans un plan muni d'un repère. Pour $\vec{u} \wedge \vec{v}$, on utilisera le symbole approprié.

Q7. Calculer la norme du produit vectoriel de deux vecteurs sachant que leur norme est 2 pour l'un et 3 pour l'autre et que l'angle qu'ils font entre eux est de 30° .

Q8. Convertir en degrés $\theta = 1 \text{ rad}$.

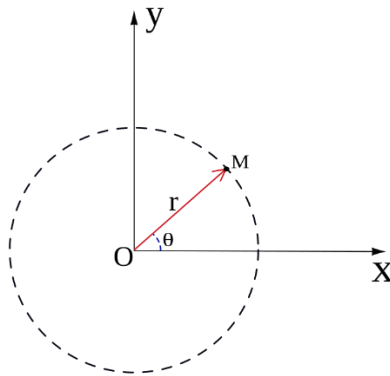
Q9. Convertir en radians $\theta = 100^\circ$.

Q10. Donner la dérivée des trois fonctions trigonométriques sin, cos et tan.

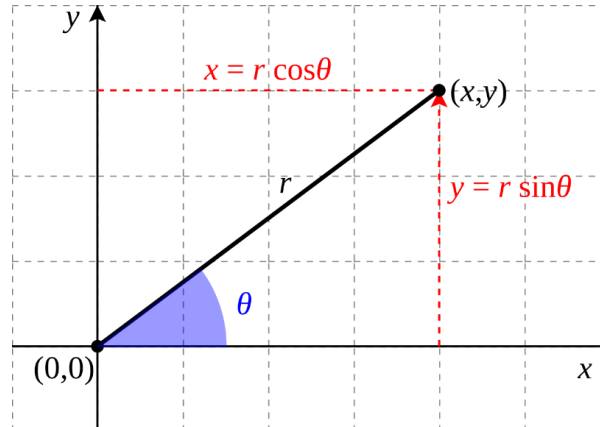
Systèmes de coordonnées

Coordonnées polaires

En coordonnées polaires, la position du point M est définie par la distance r et l'angle θ .



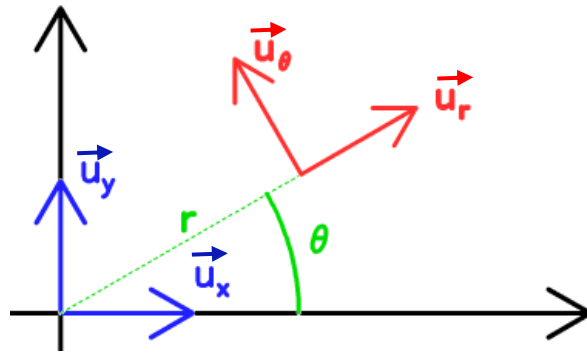
Conversion entre systèmes polaire et cartésien :



- Compléter en donnant l'expression des coordonnées polaires en fonction des coordonnées cartésiennes.

$$r =$$

$$\theta =$$



- Exprimer les vecteurs unitaires du repère cartésien $\vec{u}_x$ et $\vec{u}_y$ en fonction des vecteurs unitaires de la base tournante $\vec{u}_r$ et $\vec{u}_\theta$.

$$\vec{u}_x =$$

$$\vec{u}_y =$$

- Exprimer $\vec{u}_r$ et $\vec{u}_\theta$ en fonction de $\vec{u}_x$ et $\vec{u}_y$.

$$\vec{u}_r =$$

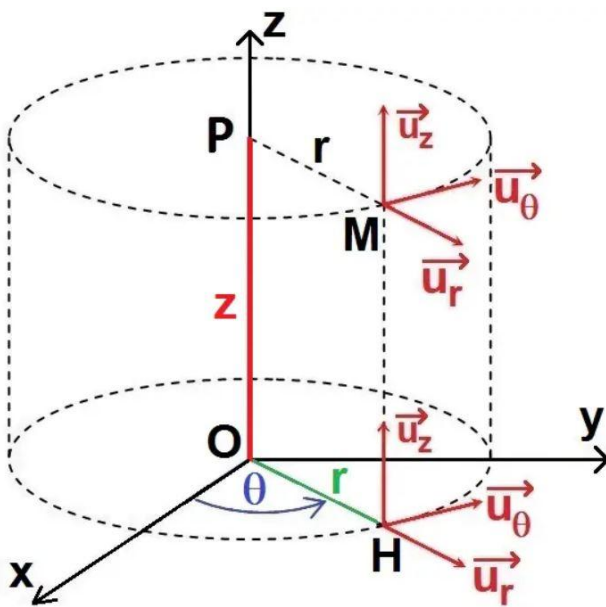
$$\vec{u}_\theta =$$

sources : [wikipedia.org/wiki/Coordonnées polaires](https://fr.wikipedia.org/wiki/Coordonn%C3%A9es_polaires)

www.methodephysique.fr/coordonnees_cartesiennes_cylindriques_spheriques/

Coordonnées cylindriques

Les coordonnées cylindriques correspondent aux coordonnées polaires mais en ajoutant l'axe z , qui est le même qu'en coordonnées cartésiennes :



r est le rayon du cylindre fictif sur lequel se trouve M .

θ est la position angulaire de M sur le cercle de rayon r .

z est la hauteur du cylindre.

Les coordonnées cylindriques du point M sont (r, θ, z) , celles du point H $(r, \theta, 0)$.

- Donner l'expression des coordonnées cartésiennes en fonction des coordonnées cylindriques :

$$x =$$

$$y =$$

$$z =$$

- De même, donner l'expression des coordonnées cylindriques en fonction des coordonnées cartésiennes :

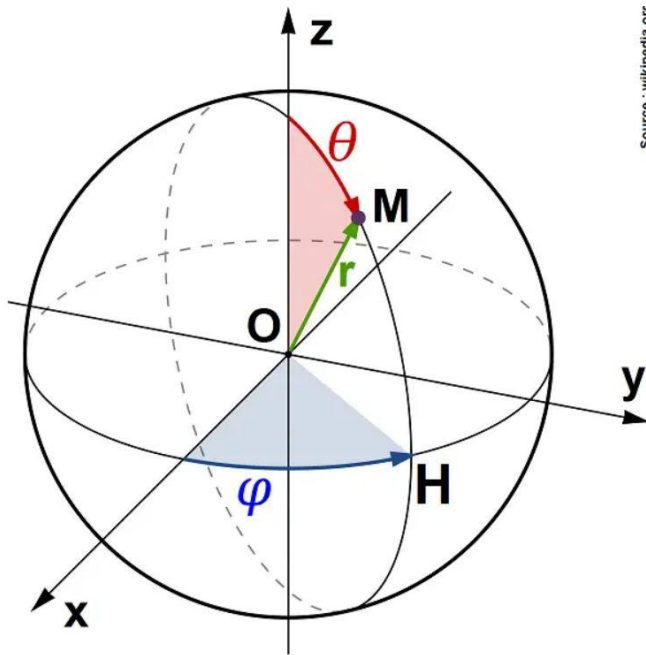
$$r =$$

$$\theta =$$

$$z =$$

Coordonnées sphériques

Les coordonnées sphériques font intervenir r , qui est la distance OM , et 2 angles θ et ϕ , selon le schéma suivant :



Source : wikipedia.org

r est le rayon de la sphère fictive sur laquelle se trouve M .

θ est la colatitude : elle se mesure en partant de l'axe des pôles, contrairement à la latitude qui part du plan de l'équateur.

$$0 < \theta < \pi$$

ϕ est la longitude.

$$0 < \phi < 2\pi$$

Les coordonnées sphériques du point M sont (r, θ, ϕ) .

Le point H est la « projection circulaire » sur le plan (O, x, y) .

Attention : l'angle ϕ correspond à l'angle θ des coordonnées polaires ou cylindriques !!!
 r correspond à la longueur OM et non plus à la longueur OH comme en cylindriques.

- Donner l'expression des coordonnées cartésiennes en fonction des coordonnées sphériques :

$$x =$$

$$y =$$

$$z =$$

- De même, donner l'expression des coordonnées sphériques en fonction des coordonnées cartésiennes :

$$r =$$

$$\theta =$$

$$\phi =$$

Séance 3 : mercredi 10 septembre

Rendre la feuille **Vecteurs, coordonnées, trigonométrie**

Finir **Système de coordonnées**

Séance 4 : vendredi 12 septembre

Equations différentielles

Vocabulaire

- **Qu'est-ce que c'est ?** Equations liant les dérivées (temporelles en physique) $\dot{x}(t)$, $\ddot{x}(t)$ de l'inconnue $x(t)$.

On cherche $x(t)$.

- Equation différentielle du **premier ordre** : contient $x(t)$ et $\dot{x}(t)$ (pas de $\ddot{x}(t)$).
- Equation différentielle du **second ordre** : contient $x(t)$, $\dot{x}(t)$ et $\ddot{x}(t)$.
- Equation **à coefficients constants** : les facteurs multipliant $x(t)$, $\dot{x}(t)$ et $\ddot{x}(t)$ sont constants = indépendants du temps.
- Equation différentielle **linéaire** : $x(t)$, $\dot{x}(t)$ et $\ddot{x}(t)$ sont à la puissance 1. Pas de $x^2(t)$ ni de $\dot{x}^2(t)$ etc

Conséquence : la somme de deux solutions est aussi solution.

Méthode

- Mettre les termes de l'équation dans **l'ordre décroissant des dérivées** et s'arranger par le calcul pour que le coefficient de la dérivée la plus haute soit **égal à 1**.
- Mettre le terme **constant** de l'autre côté du signal =.

⇒ pour le 1^{er} ordre : $\dot{x} + ax = b$

⇒ pour le 2nd ordre : $\ddot{x} + a\dot{x} + bx = c$

Résolution : d'abord résoudre l'équation **homogène**, c'est-à-dire sans second membre.

⇒ c'est la **solution générale**.

puis résoudre l'équation **complète**, c'est-à-dire avec second membre.

⇒ c'est la **solution particulière** qui a la même forme que le second membre.

La **solution** c'est la somme des deux. On utilisera les **conditions initiales** s'il reste des paramètres inconnus dans la solution.

⇒ il faut donc **connaître** les solutions générales.

⇒ il faut donc **reconnaître** les équations différentielles.

Exemple

L'équation de l'**oscillateur harmonique** :

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

C'est une équation homogène du 2nd ordre.

Solution du type :

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t) + B \sin(\omega_0 t)$$

ou

$$x(t) = C \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

où (A, B) et (C, φ) sont déterminées grâce aux conditions initiales.