

**I / Définitions :**

**Définition :**

- On appelle **fonction polynôme du second degré** (ou **trinôme du second degré**) toute fonction définie sur un intervalle de  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = ax^2 + bx + c$  avec  $a \neq 0$ .
- $a, b, c$  sont les **coefficients** du trinôme.
- Sa représentation graphique s'appelle une **parabole**.
- L'**ensemble de définition** est  $D_f = \mathbb{R}$  c'est-à-dire que  $f$  est calculable pour tout  $x$  réel.

**Exemple**

$f(x) = -x^2 + 2x + 3$

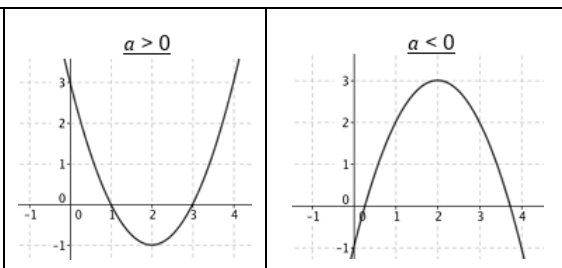
$a = -1 ; b = 2 ; c = 3$

**II / Représentation graphique d'une fonction polynôme du second degré**

**Propriétés :**

On considère la fonction du second polynôme du second degré telle que  $f(x) = ax^2 + bx + c$

- Si  $a > 0$ ,  $f$  est décroissante puis croissante.
- Si  $a < 0$ ,  $f$  est croissante puis décroissante.



**III / Calculs**

**Définitions :**

- Une **équation du second degré** est une équation de la forme  $ax^2 + bx + c = 0$  avec  $a \neq 0$ .
- On appelle **discriminant** du trinôme  $ax^2 + bx + c$ , le nombre réel, noté  $\Delta$ , avec  $\Delta = b^2 - 4ac$ .
- Les solutions d'une équation du second degré s'appellent les **racines** de l'équation.

	Solutions de $ax^2 + bx + c = 0$	Factorisation de $f(x) = ax^2 + bx + c$	Tableau de signes de $f(x) = ax^2 + bx + c$	Position de la parabole par rapport à l'axe des abscisses																	
$\Delta > 0$	Deux racines distinctes : $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$	$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$	<table border="1"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>x_1</math></td> <td><math>x_2</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>P(x)</math></td> <td colspan="2">signe de <math>a</math></td> <td>0</td> <td colspan="2">signe de <math>-a</math></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td>0</td> <td></td> <td>signe de <math>a</math></td> </tr> </table> <p>(en supposant ici <math>x_1 &lt; x_2</math>)</p>	$x$	$-\infty$	$x_1$	$x_2$	$+\infty$	$P(x)$	signe de $a$		0	signe de $-a$					0		signe de $a$	
$x$	$-\infty$	$x_1$	$x_2$	$+\infty$																	
$P(x)$	signe de $a$		0	signe de $-a$																	
			0		signe de $a$																
$\Delta = 0$	Une racine double : $x_0 = \frac{-b}{2a}$	$f(x) = a(x - x_0)^2$	<table border="1"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>\frac{-b}{2a}</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>P(x)</math></td> <td colspan="2">signe de <math>a</math></td> <td>0</td> </tr> <tr> <td></td> <td colspan="2"></td> <td>signe de <math>a</math></td> </tr> </table>	$x$	$-\infty$	$\frac{-b}{2a}$	$+\infty$	$P(x)$	signe de $a$		0				signe de $a$						
$x$	$-\infty$	$\frac{-b}{2a}$	$+\infty$																		
$P(x)$	signe de $a$		0																		
			signe de $a$																		
$\Delta < 0$	Pas de racine	Pas de factorisation	<table border="1"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>P(x)</math></td> <td colspan="2">signe de <math>a</math></td> </tr> </table>	$x$	$-\infty$	$+\infty$	$P(x)$	signe de $a$													
$x$	$-\infty$	$+\infty$																			
$P(x)$	signe de $a$																				

## IV / Exemples

**Exemple 1 : Résolution d'équations et factorisation**

Pour les fonctions suivantes définies sur  $\mathbb{R}$ , déterminer, s'elles existent, leurs racines.

Vous donnerez les solutions de l'équation  $f(x) = 0$ .

Puis en donner une factorisation, si cela est possible.

$$1. f(x) = 2x^2 - 4x - 30 \quad a = 2 ; b = -4 ; c = -30$$

$$\Delta = b^2 - 4 \times a \times c = (-4)^2 - 4 \times 2 \times (-30) = 256$$

$\Delta > 0$  Donc le polynôme admet 2 racines qui sont :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4 + \sqrt{256}}{2 \times 2} = 5 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4 - \sqrt{256}}{2 \times 2} = -3$$

$$\text{Résolution d'équation } f(x) = 0 : \quad 2x^2 - 4x - 30 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad S = \{-3 ; 5\}$$

$$\text{Factorisation :} \quad f(x) = a(x - x_1)(x - x_2) = 2(x - 5)(x + 3)$$

$$2. f(x) = x^2 + 3x + 8 \quad a = 1 ; b = 3 ; c = 8$$

$$\Delta = b^2 - 4 \times a \times c = 3^2 - 4 \times 1 \times 8 = -23$$

$\Delta < 0$  Donc le polynôme n'admet pas de racines.

$$\text{Résolution d'équation } f(x) = 0 : \quad x^2 + 3x + 8 \quad \Leftrightarrow \quad S = \emptyset$$

Factorisation : Le polynôme ne peut pas être factorisé.

$$3. f(x) = 0,2x^2 + x + 1,25 \quad a = 0,2 ; b = 1 ; c = 1,25$$

$\Delta = 0$  Donc le polynôme admet 1 racine double qui est :

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-1}{2 \times 0,2} = 2,5$$

$$\text{Résolution d'équation } f(x) = 0 : \quad 0,2x^2 + x + 1,25 \quad \Leftrightarrow \quad S = \{2,5\}$$

$$\text{Factorisation :} \quad f(x) = a(x - x_0)^2 = 0,2(x - 2,5)^2$$

$$f(x) = 0,2(x + 2,5)^2$$

**Exemple 2 : Résolution d'inéquations et tableau de signes**

Après avoir fait le tableau de signes du trinôme, résoudre les inéquations suivantes

$$1. f(x) = 2x^2 + 4x - 6 \geq 0 \quad a = 2 ; b = 4 ; c = -6$$

$$\Delta = 64 \quad x_1 = 1 \quad \text{et} \quad x_2 = -3$$

$x$	-3	1	
$f(x)$	+	-	+
	Signe de $a$	Signe de $-a$	Signe de $a$

$$2x^2 + 4x - 6 \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad S = ]-\infty ; -3] \cup [1 ; +\infty[$$

$$2. f(x) = -2x^2 + 7x - 10 < 0 \quad a = -2 ; b = 7 ; c = -108$$

$$\Delta = -31 \quad \text{Il n'y a pas de racines.}$$

$x$	- $\infty$	+ $\infty$
$f(x)$	-	
	Signe de $a$	

$$-2x^2 + 7x - 10 < 0 \quad \Leftrightarrow \quad S = ]-\infty ; +\infty[ = \mathbb{R}$$