1/ Intégrale et primitive

<u>Théorème :</u> Soit f une fonction continue sur un intervalle [a ; b] et F une primitive.

Alors $\boxed{\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)}$

2/ valeur moyenne de f.

<u>Définition :</u> Soit f une fonction continue sur un intervalle [a ; b].

La valeur moyenne de f sur [a ; b] est le réel $\boxed{m = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx}$.

3/ Intégration par partie (IPP)

<u>Théorème :</u> Soient u et v des fonctions dérivables sur l'intervalle [a ; b] telles que les fonctions u' et v' soient continues sur [a ; b]. $\boxed{\int_a^b u'v = [uv]_a^b - \int_a^b u\, v'}$

4/ Changement de variable

<u>Théorème :</u> Soit f une fonction continue sur [a ; b]. On cherche à calculer $\int_a^b f(x)dx$.

Soit φ une fonction bijective, continue, telle que φ' soit continue et vérifiant $x = \varphi(t)$.

On a $dx = \varphi'(t)dt$

$\boxed{\int_a^b f(x)dx = \int_{\varphi^{-1}(a)}^{\varphi^{-1}(b)} f(\varphi(t)) \times \varphi'(t)dt}$.

5/ Tableaux des primitives

Primitives usuelles :

Fonction f	Primitive F	Sur l'ensemble
a (constante réelle)	ax	$\mathbb{R}$
x	$\frac{x^2}{2}$	$\mathbb{R}$
$a \times x$ (constante réelle)	$a \times \frac{x^2}{2}$	$\mathbb{R}$
x^n n entier $n \geq 1$	$\frac{1}{n+1} x^{n+1}$	$\mathbb{R}$
$\frac{1}{x^n}$ n entier $n \geq 2$	$-\frac{1}{(n-1)x^{n-1}}$	$]-\infty; 0[$ ou $]0; +\infty[$
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x}$	$]0; +\infty[$
$\frac{1}{x}$	$\ln x$	$]0; +\infty[$
e^x	e^x	$\mathbb{R}$
cos (x)	sin (x)	$\mathbb{R}$
sin (x)	-cos (x)	$\mathbb{R}$
$\frac{1}{1+x^2}$	Arctan (x)	$\mathbb{R}$
$\frac{1}{x^2+a^2}$ avec a ≠ 0	$\frac{1}{a} \times \text{Arctan}\left(\frac{x}{a}\right)$	$\mathbb{R}$
$\cos(ax+b)$ avec a ≠ 0	$\frac{1}{a} \times \sin(ax+b)$	$\mathbb{R}$
$\sin(ax+b)$	$-\frac{1}{a} \times \cos(ax+b)$	$\mathbb{R}$
e^{ax+b}	$\frac{1}{a} \times e^{ax+b}$	$\mathbb{R}$

Autres formules :

Fonction f	Primitive F	Conditions
$u' \times u^n$ Avec $n \geq 1$	$\frac{1}{n+1} \times u^{n+1}$	
$\frac{u'}{u}$	ln$\lvert u \rvert$	$u \neq 0$
$\frac{u'}{u^n}$ n entier $n \geq 2$	$-\frac{1}{(n-1)u^{n-1}}$	$u(x) \neq 0$
$\frac{u'}{\sqrt{u}}$	$2\sqrt{u}$	$u > 0$
$u' \times e^u$	e^u	
$u' \times \cos(u)$	$\sin(u)$	
$u' \times \sin(u)$	$-\cos(u)$	