

1/ Nombre dérivé et taux de variationDéfinitions :

- Une fonction f est dérivable en a si et seulement si $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ existe et est finie.
- Dans ce cas cette limite est le **nombre dérivé de f en a** . $f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$
- La quantité $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ s'appelle le **taux de variation** ou le **taux d'accroissement** de la fonction f .

2/ Equation de la tangente :

L'équation de la tangente au point d'abscisse a est : $y = f'(a)(x - a) + f(a)$

3/ Les variations d'une fonction

Théorème sur les variations : Soit f une fonction dérivable sur I et f' sa dérivée.

- $f'(x) \geq 0$ pour tout x de I si et seulement si f est croissante.
- $f'(x) \leq 0$ pour tout x de I si et seulement si f est décroissante.

4/ La convexité

Théorème : Soit f une fonction définie et deux fois dérivable sur un intervalle I .

- f est convexe sur I si et seulement si sa fonction dérivée $f''(x) \geq 0$ sur I .
- f est concave sur I si et seulement si sa fonction dérivée $f''(x) \leq 0$ sur I .
- f admet un point d'inflexion si et seulement si $f''(x) = 0$ et change de signe en ce point.

4/ Tableau des dérivées des fonctions usuelles :

Fonction f	Fonction dérivée	Définie sur	Exemples :
$f(x) = k$ (constante)	$f'(x) = 0$	\mathbb{R}	Si $f(x) = 2$ alors $f'(x) = \boxed{0}$
$f(x) = ax + b$	$f'(x) = a$	\mathbb{R}	Si $f(x) = -4x + 1$ alors $f'(x) = \boxed{-4}$
$f(x) = x^n$ (pour $n \geq 1$)	$f'(x) = nx^{n-1}$	\mathbb{R}	Si $f(x) = x^2$ alors $f'(x) = \boxed{2x}$
			Si $f(x) = x^3$ alors $f'(x) = \boxed{3x^2}$
			Si $f(x) = x^4$ alors $f'(x) = \boxed{4x^3}$
$f(x) = \frac{1}{x^n}$ pour $n \geq 1$	$f'(x) = \frac{-n}{x^{n+1}}$	\mathbb{R}^*	Si $f(x) = \frac{1}{x^2}$ alors $f'(x) = \boxed{\frac{-2}{x^3}}$
			Si $f(x) = \frac{1}{x^3}$ alors $f'(x) = \boxed{\frac{-3}{x^4}}$
			Si $f(x) = \frac{1}{x^4}$ alors $f'(x) = \boxed{\frac{-4}{x^5}}$
$f(x) = \sqrt{x}$	$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	\mathbb{R}^{+*}	
$f(x) = \ln x$	$f'(x) = \frac{1}{x}$	\mathbb{R}^{+*}	
$f(x) = e^x$	$f'(x) = e^x$	\mathbb{R}	
$f(x) = \sin(x)$	$f'(x) = \cos(x)$	\mathbb{R}	
$f(x) = \cos(x)$	$f'(x) = -\sin(x)$	\mathbb{R}	

5/ Dérivée d'une somme, d'un produit, d'un inverse, d'un quotient et d'une fonction composée :

Fonction	Fonction dérivée	Exemples :
$f = u + v$	$f' = u' + v'$	Si $f(x) = x^5 + x^3$ alors $f'(x) = \boxed{5x^4 + 3x^2}$
$f = u \times v$	$f' = u' \times v + u \times v'$	Si $f(x) = x^5 \times (2x + 1)$ alors On pose $u(x) = x^5$ et $v(x) = 2x + 1$ On obtient $u'(x) = 5x^4$ et $v'(x) = 2$ Donc $f'(x) = 5x^4 \times (2x + 1) + x^5 \times 2$ $= 10x^5 + 5x^4 + 2x^5 = \boxed{12x^5 + 5x^4}$
$f = k \times u$ (k réel)	$f' = k \times u'$	Si $f(x) = -7x^5$ alors $f'(x) = -7 \times 5x^4 = \boxed{-35x^4}$.
$f = \frac{1}{v}$ avec $v \neq 0$	$f' = \frac{-v'}{v^2}$	Si $f(x) = \frac{1}{x^2+2x-1}$ alors On pose $v(x) = x^2 + 2x - 1$ Donc $v'(x) = 2x + 2$ Donc $f'(x) = \frac{-(2x+2)}{(x^2+2x-1)^2}$
$f = \frac{u}{v}$ avec $v \neq 0$	$f' = \frac{u' \times v - u \times v'}{v^2}$	Si $f(x) = \frac{x^2-5x}{x+1}$ alors On pose $u(x) = x^2 - 5x$ et $v(x) = x + 1$ On obtient $u'(x) = 2x - 5$ et $v'(x) = 1$ Donc $f'(x) = \frac{(2x-5) \times (x+1) - 1 \times (x^2-5x)}{(x+1)^2}$ $= \frac{2x^2-5x+2x-5-x^2+5x}{(x+1)^2} = \frac{x^2+2x-5}{(x+1)^2}$
$f = u^n$	$f' = n \times u' \times u^{n-1}$	Si $f(x) = (3x^2 + 5)^7$ alors $f'(x) = 7 \times (6x) \times (3x^2 + 5)^6 = \boxed{42x \times (3x^2 + 5)^6}$
$f = \frac{1}{u^n}$ avec $u \neq 0$	$f' = \frac{-n \times u'}{u^{n+1}}$	Si $f(x) = \frac{1}{(x^2+3x+1)^2}$ alors $f'(x) = \frac{-2(2x+3)}{(x^2+3x+1)^3}$
$f = \sqrt{u}$ avec $u > 0$	$f' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$	Si $f(x) = \sqrt{2x^2 + 1}$ alors $f'(x) = \frac{4x}{2\sqrt{2x^2+1}} = \frac{2x}{\sqrt{2x^2+1}}$
$f = e^u$	$f' = u' \times e^u$	Si $f(x) = e^{ax+b}$ alors $f'(x) = \boxed{a \times e^{ax+b}}$
		Si $f(x) = e^{-x}$ alors $f'(x) = \boxed{-e^{-x}}$
		Si $f(x) = e^{2x^2-3x+5}$ alors $f'(x) = \boxed{(4x-3) \times e^{2x^2-3x+5}}$
$f = \ln(u)$	$f' = \frac{u'}{u}$	Si $f(x) = \ln(ax + b)$ alors $f'(x) = \frac{a}{ax+b}$
		Si $f(x) = \ln(2x^2 - 5x + 1)$ alors $f'(x) = \frac{4x-5}{2x^2-5x+1}$