

Concours externes, concours externes spéciaux, seconds concours internes, seconds concours internes spéciaux et troisièmes concours de recrutement de professeurs des écoles

Épreuve d'admission : Épreuve de leçon – MATHÉMATIQUES

Durée de préparation : 2 heures.

Durée de l'épreuve : 1 heure

- français : 30 minutes, l'exposé de 10 à 15 minutes est suivi d'un entretien avec le jury pour la durée restante impartie à cette première partie,
- mathématiques : 30 minutes, l'exposé de 10 à 15 minutes est suivi d'un entretien avec le jury pour la durée restante impartie à cette seconde partie.

Coefficient 4.

L'épreuve est notée sur 20. La note 0 est éliminatoire.

SUJET N°5

Vous présenterez une séance de découverte sur la thématique des fractions à mettre en œuvre en octobre dans une classe de CM1. Vous pourrez vous aider des documents proposés.

Vous pourrez indiquer :

- les principales compétences sollicitées parmi les 6 compétences mathématiques (chercher, modéliser, représenter, raisonner, calculer, communiquer) au cours de la séance.
- la place de cette séance dans la programmation annuelle
- le déroulement de la séance prévu et quelques axes de différenciation.

Document 1 : Extrait "des repères annuels de progression pour le cycle 3"

NOMBRES ET CALCULS		
Les nombres entiers		
CM1	CM2	6 ^e
Les élèves apprennent à utiliser et à représenter les grands nombres entiers jusqu'au million. Il s'agit d'abord de consolider les connaissances (écritures, représentations...).	Le répertoire est étendu jusqu'au milliard.	En période 1, dans un premier temps, les principes de la numération décimale de position sur les entiers sont repris jusqu'au million, puis au milliard comme en CM, et mobilisés sur les situations les plus variées possibles, notamment en relation avec d'autres disciplines.
La valeur positionnelle des chiffres doit constamment être mise en lien avec des activités de groupements et d'échanges.		
Fractions		
Dès la période 1 les élèves utilisent d'abord les fractions simples (comme $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{2}$) dans le cadre de partage de grandeurs. Ils travaillent des fractions inférieures et des fractions supérieures à 1. Dès la période 2, les fractions décimales sont régulièrement mobilisées : elles acquièrent le statut de nombre et sont positionnées sur une droite graduée. Les élèves comparent des fractions de même dénominateur. Ils ajoutent des fractions décimales de même dénominateur. Ils apprennent à écrire des fractions décimales sous forme de somme d'un nombre entier et d'une fraction décimale inférieure à 1.	Dès la période 1, dans la continuité du CM1, les élèves étendent le registre des fractions qu'ils manipulent (en particulier $\frac{1}{1000}$) ; ils apprennent à écrire des fractions sous forme de somme d'un nombre entier et d'une fraction inférieure à 1.	En période 1, sont réactivées les fractions comme opérateurs de partage vues en CM, puis les fractions décimales en relation avec les nombres décimaux (par exemple à partir de mesures de longueurs) ; les élèves ajoutent des fractions décimales de même dénominateur. En période 2 l'addition est étendue à des fractions de même dénominateur (inférieur ou égal à 5 et en privilégiant la vocalisation : deux cinquièmes plus un cinquième égale trois cinquièmes). En période 3, les élèves apprennent que $\frac{a}{b}$ est le nombre qui, multiplié par b, donne a (définition du quotient de a par b).

Document 2 : Extraits des ressources d'accompagnement" : « Fractions et nombres décimaux au cycle 3

Les fractions simples

Les fractions simples sont introduites en début de cycle 3, comme outils pour traiter des problèmes que les nombres entiers ne permettent pas de résoudre et pour lesquels un fractionnement de l'unité répond à un besoin. Par exemple, un morceau de ficelle est donné aux élèves, la longueur du morceau de ficelle est choisie comme unité. Avec ce morceau de ficelle, il s'agit de mesurer différents objets de la salle de classe (la longueur d'une table, la hauteur d'une porte, les dimensions de l'écran de l'ordinateur...). Les élèves se rendent compte qu'un nombre entier d'unités ne suffit pas à exprimer ces longueurs : ils peuvent proposer des formulations telles que « 2 unités plus la moitié d'une unité » (en pliant en deux la ficelle), ou bien « entre le quart et la moitié de l'unité ». On voit ici que cette première rencontre avec les fractions ne se fait pas sous la forme de 5 demi-unités, mais la longueur est exprimée sous la forme d'un nombre entier d'unités et d'une fraction de l'unité.

Lors de l'introduction de la fraction, le concept d'unité n'est pas nécessairement encore stabilisé. Il est donc important de continuer à matérialiser une unité que l'élève puisse manipuler, se représenter et répliquer : un segment, une bande, un rectangle, un disque, etc. Dans le cas où un partage de bandes ou de segments en 3, 5 ou 6... est à effectuer, un guide-âne⁸ peut être utilisé ; il permet d'obtenir immédiatement des fractions de dénominateur 3, 5, 6... Varier les supports utilisés pour travailler les fractions contribue ainsi à asseoir la compréhension de la notion abstraite d'unité.

Afin de ne pas induire l'idée qu'une fraction est nécessairement inférieure à 1 et préparer la décomposition des fractions décimales menant à l'écriture à virgule, il est souhaitable de côtoyer dès le début du cycle 3 des fractions supérieures à 1. Le lien entre $\frac{5}{2}$ unités et $2 + \frac{1}{2}$ unités mentionné précédemment, doit donc être établi et travaillé régulièrement ; la demi-droite graduée permet d'être confronté régulièrement à ces différentes écritures de nombres.

Lorsqu'on fractionne l'unité, on définit implicitement une nouvelle « unité de comptage » des quantités. On définit une fraction en prenant un certain nombre de fois cette « unité de comptage ». Par exemple, pour prendre quatre tiers de l'unité, on partage l'unité en trois tiers : le tiers devient la nouvelle « unité de comptage ». Quatre tiers est donc défini par « quatre fois un tiers » ou « un tiers + un tiers + un tiers + un tiers » (on revient au sens de la multiplication, construite comme une itération d'additions) donc « une unité + un tiers ». Parmi les différentes décompositions de quatre tiers, « une unité + un tiers » est particulièrement adaptée pour encadrer quatre tiers entre deux entiers consécutifs.

6 Fractions (1)

Compétences travaillées

Utiliser les fractions simples dans le cadre de partage de grandeurs ou de mesures de grandeurs.

- Connaître diverses désignations des fractions : orales, écrites.

Séance 1 Manipuler - Verbaliser

45 min

Comprendre la nécessité de nombres non entiers

1 Appropriation du problème

MATÉRIEL COLLECTIF

- Une ficelle pour mesurer la longueur du tableau. (La longueur de cette ficelle est choisie de façon à obtenir un nombre entier lors de la mesure du tableau).

Annoncer que la classe va mesurer la longueur du tableau avec une ficelle.
Expliquer que la longueur de la ficelle est égale à 1 unité c'est-à-dire égale à 1.



! La notion d'unité est polysémique ce qui génère des difficultés de compréhension. Reformuler en utilisant le terme *bande 1*.

Dans notre exemple, la longueur de la ficelle a été choisie afin d'obtenir un nombre entier pour cette première mesure. Ainsi, la longueur du tableau est égale à 3 unités ou 3u.

2 Recherche

MATÉRIEL POUR LE GROUPE 1

- Une **bande unité bleue** (ici un ruban en bolduc bleu) de 15 à 20 cm (selon les dimensions de la table) pour mesurer la largeur de la table des élèves de façon à obtenir un nombre non entier.
- De la ficelle, bleue si possible.

MATÉRIEL POUR LE GROUPE 2

- Une **bande unité verte** (ici un ruban en bolduc vert) de 15 à 20 cm (selon les dimensions du stylo) pour mesurer la longueur d'un stylo de façon à obtenir un nombre non entier.
- De la ficelle, verte si possible.



La classe est partagée en deux groupes G1 et G2.

Groupe 1

Les élèves travaillent par deux pour mesurer la largeur de leur table avec la **bande unité bleue** et écrire un message pour commander un morceau de ficelle de même longueur que la largeur de la table.

Les élèves du G1 ne transmettent que leur message et pas leur bande unité au G2. Il faut distribuer une nouvelle bande unité bleue au G2 pour ne pas qu'il puisse voir les plis effectués sur la bande unité initiale du G1.

La phase de validation par la manipulation permet d'engager un débat sur les causes possibles des erreurs.

