Sujet : M37C2
CE2 1er trimestre
En début d'année, les élèves ont repris l'étude des nombres jusqu'à 1 000 (déjà travaillés au CE1). Tous savent résoudre des problèmes où on cherche :

- **La quantité totale obtenue en réunissant deux collections ;**
- **La quantité obtenue suite à l'augmentation d'une quantité initiale, en utilisant l'addition ;**
- **La quantité obtenue suite à la diminution d'une quantité initiale, en utilisant la soustraction.**

Ils ont également résolu d'autres types de problèmes du champ additif en utilisant différentes procédures correctes, mais sans qu'aucune ne soit privilégiée. Les élèves ont commencé à apprendre le calcul posé d'une soustraction au CE1, mais ne l'ont pas encore revu au CE2. Ils ont, cependant, calculé mentalement des soustractions avec des nombres inférieurs à 100.
Élaborer une séance d'enseignement en s'appuyant sur la situation « Les cubes cachés » évoquée à la fin du document 3. Préciser le matériel utilisé, les tâches proposées aux élèves, l'organisation de la classe ainsi que le déroulement de la séance.

<u>**Document 1**</u> : Extrait des attendus de fin de CE2, ministère de l'Éducation nationale

Résoudre des problèmes en utilisant des nombres entiers et le calcul

Les nombres sont inférieurs à 10 000

Ce que sait faire l'élève

- Il résout des problèmes du champ additif et/ou multiplicatif en une, deux ou trois étapes.
- Il modélise ces problèmes à l'aide de schémas ou d'écritures mathématiques.
- Il connaît le sens des signes −, +, x et :.
- Il résout des problèmes de partage et de groupement (ceux où l'on cherche combien de fois une grandeur contient une autre grandeur, ceux où l'on partage une grandeur en un nombre donné de grandeurs).
- Il résout des problèmes nécessitant l'exploration d'un tableau ou d'un graphique.

Exemples de réussite

Exemples de problèmes du champ additif en une étape

- Trois avions se sont posés à l'aéroport : il y avait 825 passagers dans le premier avion, 237 passagers dans le deuxième avion et 358 dans le troisième avion. Combien de passagers au total ont-ils débarqué ?
- Léa a 4 530 euros sur son compte en banque. Elle achète une tablette à 538 euros. Combien lui reste-t-il ?
- Il y avait 4 867 visiteurs dans le zoo. Il n'en reste plus que 2 321. Combien de visiteurs sont partis ?
- Dans les collèges de la ville, il y a 2 734 garçons et 2 957 filles. Combien y-a-t-il de filles de plus que de garçons ?
- Léo a 188 billes. Léo en a 75 de plus que Lucie. Combien de billes a Lucie ?

Document 2 : Extraits du document Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP, ministère de l'Éducation nationale

Focus | Problèmes de type parties-tout et modélisation par le schéma en barres

En relation avec la décomposition/recomposition des nombres travaillés en maternelle puis en début d'année, les problèmes additifs sont les premiers que les élèves rencontrent au CP.

Il est important de faire travailler les élèves d'abord dans le cadre de problèmes additifs simples (de type partie 1 + partie 2 = tout) sur des nombres de petites tailles, en lien avec l'apprentissage de la numération et de l'addition, pour construire le sens de l'opération et installer des automatismes ainsi que le lien naturel entre les nombres.

En s'appuyant sur le matériel manipulé en maternelle (cubes emboîtables), les problèmes de parties-tout se modélisent progressivement avec des schémas en barres. Les cubes (de couleur) emboîtés deviendront, par un travail d'appropriation pas à pas, les barres rectangulaires dans un schéma.

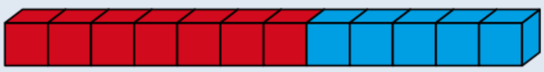
UN EXEMPLE DE PROBLÈME ET DE MODÉLISATION PROGRESSIVE PAR LE SCHÉMA EN BARRES

➔ *« Léo a 7 billes rouges et 5 billes bleues. Combien Léo a-t-il de billes en tout ? »*

La résolution de ce problème à l'aide de 7 cubes rouges :

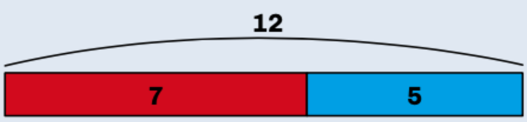
et 5 cubes bleus :

fait apparaître l'assemblage :

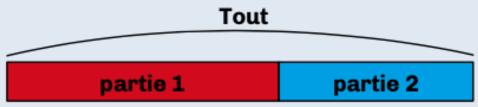


puis le schéma :

et enfin le schéma en barres :



Il correspond au schéma générique suivant :



Point de vigilance : le professeur introduira très progressivement la modélisation par le schéma en barres qui est une étape vers le mode symbolique (écriture mathématique) en s'appuyant sur les étapes décrites au paragraphe intitulé « Vers l'abstraction : de la manipulation à la représentation symbolique en passant par la verbalisation », p. 82, et en faisant référence aux situations de manipulation précédentes.

Le professeur part du matériel manipulé dans la phase de recherche (cubes emboîtables, réglettes, matériel multibase), explicite l'analogie entre les rectangles dessinés pour chaque partie et le nombre de cubes ou réglettes utilisés pour représenter les données numériques.

La modélisation par le schéma en barres est introduite par l'enseignant lors de la mise en commun : le schéma permet de représenter visuellement le raisonnement et « *de réunir les problèmes dans des catégories aussi larges que possible en faisant des analogies, par exemple, entre les problèmes pouvant s'appuyer sur les mêmes représentations* »[42]. Le professeur raconte « l'histoire » du problème en prenant appui sur le schéma. Il met en mots la relation entre les nombres et l'opération qui conduit au calcul.

Ces automatismes additifs installés vont rendre l'introduction de la **soustraction** naturelle. La soustraction est modélisée par le même schéma que la situation additive, mais pour la recherche d'une partie alors que le tout est connu :

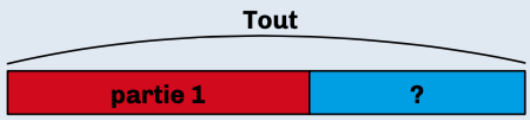
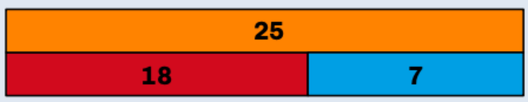


Figure 36. Modélisation d'une situation soustractive par un schéma en barres.

Le sens des opérations et la « symétrie » entre les opérations

Un des objectifs du cycle 2 est de faire acquérir la compréhension de la symétrie entre addition et soustraction d'un point de vue abstrait des relations arithmétiques entre les nombres : par exemple, comprendre que les deux opérations « 25 – 7 = 18 » ou « 25 – 18 = 7 » découlent – par définition même – de la relation additive entre ces 3 nombres : « 18 + 7 = 25 ».

Cette symétrie peut s'exprimer au travers de schémas avec deux barres, permettant de percevoir les relations entre les trois nombres en jeu.



L'explicitation de cette symétrie, qui doit être travaillée avec les élèves d'abord sur des petits nombres (exemple : compléments à 10, compléments à 20, puis généralisation en étendant le domaine numérique), va leur permettre à la fois une meilleure compréhension du sens des opérations mais aussi va renforcer la compréhension des relations numériques et des automatismes de calcul liés aux décompositions des nombres.

Document 3 : Extrait d'un document des auteurs de Cap Maths (Hatier) à destination des enseignants

III. Le sens des opérations : quel apprentissage ?
Champ additif

Ce document explicite les propositions de *Cap Maths* pour le champ additif, c'est-à-dire les problèmes qui relèvent du sens de l'addition et de la soustraction. On y précise les catégories de problèmes pour lesquels le recours à un calcul élémentaire[1] a été enseigné au CP et au CE1 et doit être entretenu au CE2, ceux pour lesquels ce recours fait l'objet d'un apprentissage spécifique au CE2 et ceux qui sont proposés aux élèves en vue d'une résolution personnelle utilisant des procédures variées.
Concernant des problèmes dont on peut attendre à un moment de la scolarité la résolution rapide par un calcul élémentaire, il est important de souligner que certains élèves ne peuvent encore en donner qu'une résolution personnelle. La priorité reste de les encourager à résoudre les problèmes proposés, sans perdre de vue que l'exploitation de solutions diverses, leur explicitation et leur mise en relation peut aider les élèves à progresser vers l'utilisation de l'opération élémentaire.

Les catégories de problèmes qui peuvent être résolus rapidement par une soustraction dès le début du CE1.

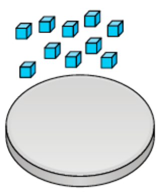
Il s'agit des problèmes relevant de deux catégories :
– une grandeur E_i (quantités, prix, longueurs…) subit une transformation négative T^- (retrait, diminution…) et la question porte sur l'état final $\mathbf{E_f}$ (problèmes codés $E_i\,T^-\,\mathbf{E_f}$) ;
– deux grandeurs (quantités, prix, longueurs…) sont combinées P_1 et P_2 (collections réunies, segments mis bout à bout…), la valeur du total T est connue et la question porte l'une des grandeurs (problèmes codés $P_1\,\mathbf{P_2}\,T$).
Cependant, pour cette deuxième catégorie de problèmes, le recours à la soustraction reste difficile pour beaucoup d'élèves à l'entrée au CE2.
Il faut noter que, si le recours à un calcul élémentaire est immédiat pour certains élèves, d'autres ont besoin de reformuler le problème ou de faire un dessin plus ou moins schématisé pour bien comprendre la situation. Pour d'autres élèves encore, des procédures plus rudimentaires restent nécessaires (dessin et comptage, surcomptage…). Cela peut dépendre de la taille des nombres en jeu, des grandeurs évoquées, de la formulation de l'énoncé…
Dans tous les cas, au moment de l'exploitation collective, le calcul additif ou soustractif est explicité et mis en relation avec d'autres procédures éventuellement utilisées.

Les catégories de problèmes pour lesquels la soustraction est envisagée au CE2.

Pour le domaine additif, un travail important doit être conduit au CE2 pour accroitre les catégories de problèmes qui peuvent résolus rapidement par une addition ou par une soustraction. Cela est rendu possible par l'augmentation chez les élèves des capacités à représenter les situations, à raisonner et à calculer.

Cela concerne les situations relevant des catégories suivantes (la première a déjà été envisagée au CE1, mais doit être reprise au CE2) :
– deux grandeurs P_1 et $\mathbf{P_2}$ (quantités, prix, longueurs…) sont combinées (collections réunies, segments mis bout à bout…) ; on connait la valeur totale T et la question porte l'une des grandeurs (problèmes codés $P_1\,\mathbf{P_2}\,T$) ;
– une grandeur $\mathbf{E_i}$ subit une transformation positive T^+ (augmentation), on connait sa valeur finale E_f et on cherche sa valeur initiale (problèmes codés $\mathbf{E_i}\,T^+\,E_f$) ;
– deux grandeurs sont comparées g et **G** et on cherche la valeur de la plus petite valeur g ou la valeur de la comparaison C^+ ou C^- (problèmes codés $\mathbf{g}\,G\,C^+$, $\mathbf{g}\,G\,C^-$, $g\,G\,\mathbf{C^+}$, $g\,G\,\mathbf{C^-}$).
La dernière de ces catégories concerne notamment des problèmes dans lesquels on évoque une différence ou une distance.
Pour la catégorie de problèmes dans lesquels on cherche la valeur d'une partie connaissant la totalité et la valeur de l'autre partie, on s'appuie sur une situation, « Les cubes cachés » :

Il y a des cubes sur la table (le nombre en est connu). Combien sont cachés sous ce couvercle ?



Pour résoudre ces problèmes, les élèves utilisent diverses procédures : dessin et comptage, comptage en avant de 1 en 1 ou par bonds, du nombre de cubes visibles jusqu'au nombre de cubes cachés, addition à trou, soustraction.