

Sujet M34C2 :

Niveau : CP

Élaborer une séance correspondant à la 4^{ème} étape du document 3 en vue de travailler les objectifs suivants :

- Dénombrer des collections en les organisant par dizaines ;
- Désigner le nombre d'éléments en utilisant des écritures en unité de numération.

Préciser les tâches proposées aux élèves, l'organisation de la classe ainsi que le déroulement de la séance, en indiquant le matériel utilisé.

Indication : Les élèves ont précédemment travaillé sur les 3 premières étapes évoquées dans le document 3.

Document 1 : Extraits du programme de cycle 2 et des repères de progressivité pour le cycle 2, ministère de l'Éducation nationale

Comprendre et utiliser des nombres entiers pour dénombrer, ordonner, repérer, comparer
- Dénombrer, constituer et comparer des collections en les organisant, notamment par des groupements par dizaines, centaines et milliers : - o désignation du nombre d'éléments de diverses façons : écritures additives ou multiplicatives, écritures en unités de numération, écriture usuelle ; - o utilisation de ces diverses désignations pour comparer des collections. - Repérer un rang ou une position dans une file ou sur une piste. - Faire le lien entre le rang dans une liste et le nombre d'éléments qui le précèdent : - o relation entre ordinaux et cardinaux. - Comparer, ranger, encadrer, intercaler des nombres entiers, en utilisant les symboles =, $\neq$, <, > : - o égalité traduisant l'équivalence de deux désignations du même nombre ; - o ordre ; - o sens des symboles =, $\neq$, <, >.

NOMBRES ET CALCULS		
Il est possible, lors de la résolution de problèmes, d'aller au-delà des repères de progression identifiés pour chaque niveau		
Nombres		
CP	CE1	CE2
Dès le début de l'année, les élèves poursuivent le travail mené à l'école maternelle. Ils dénombrent des collections en utilisant les nombres entiers. Ils utilisent ces nombres pour comparer des collections et apprennent à les ordonner. Ils repèrent les nombres qui sont avant et après, le suivant et le précédent d'un nombre. Ils décomposent et recomposent quotidiennement des collections pour automatiser progressivement les relations entre les nombres, particulièrement avec les nombres 5, 10 et 20. Par exemple, 10, c'est 7 plus 3, mais aussi 9 plus 1. Dès la période 2, ils réalisent des groupements par 10. Ils s'exercent à échanger 10 unités pour une dizaine, et inversement. Le travail de groupements par 10 permet d'aborder rapidement les nombres supérieurs à 20 (jusqu'à 60 au moins) pour travailler sur les aspects positionnel et décimal de la numération écrite. Les nombres jusqu'à 100 sont introduits suffisamment tôt (en période 4 au plus tard) pour pouvoir être maîtrisés à la fin du CP. Dès le début de l'année, les élèves étudient de façon systématique la numération décimale écrite en chiffres (dizaines, unités simples) pour les nombres jusqu'à 100. La désignation orale des nombres est démarrée en période 3 : « 53, c'est 5 dizaines et 3 unités ; c'est (5 fois 10) et (3 fois 1) ».	Dès le début de l'année, les élèves poursuivent l'étude de la numération décimale en travaillant avec des centaines. La connaissance des nombres jusqu'à 100 est consolidée, notamment pour leur désignation orale et pour le calcul mental. Ils apprennent à multiplier par 10 pour mieux construire mentalement la numération décimale. Ils consolident (réduction du nombre d'erreurs) et optimisent (rapidité accrue du calcul) l'automatisation des relations entre les nombres, particulièrement avec les nombres 5, 10 et 20. Le travail d'automatisation des compléments à 10 se poursuit.	Dès le début de l'année, les élèves poursuivent l'étude de la numération décimale en travaillant avec des milliers. Parallèlement, la connaissance des nombres jusqu'à 1 000 est consolidée, notamment pour leur désignation orale et pour le calcul mental. Ils consolident leur connaissance de la multiplication par 10 et apprennent à multiplier par 100.

Le système de numération écrit chiffré utilisé dans le monde : une écriture partagée des nombres

La numération écrite chiffrée n'est pas la version écrite de la numération orale. Différents systèmes écrits ont coexisté avec les numérations orales d'origine latine⁵. Ce n'est que très tardivement que l'écriture chiffrée a été utilisée dans le monde occidental⁶, et encore plus tardivement qu'elle s'est vraiment imposée, notamment pour faciliter les calculs. La numération écrite chiffrée dite « indo-arabe » a été élaborée en Inde vers le VI^e siècle et transmise par le monde arabe en Occident. Elle est actuellement la numération écrite qui s'est imposée dans le monde entier alors même que les numérations orales ont leur logique propre, parfois bien éloignée de la numération orale utilisée en France.

Le système de numération écrit chiffré est un système de désignation des nombres qui utilise dix symboles⁷, les chiffres 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Une suite de chiffres alignés va désigner un nombre selon un principe décimal et un principe positionnel.

Le principe décimal prend en compte des unités de numération successives pour désigner un nombre. La dizaine, c'est dix unités simples. C'est la première facette du principe décimal. La centaine, nouvelle unité de numération, c'est dix dizaines.

La suivante, c'est le millier, défini comme étant dix centaines, etc. On voit ici à l'œuvre la deuxième facette du principe décimal : l'utilisation de dix pour générer les unités de numération supérieures.

Le principe positionnel renvoie au fait qu'en partant de la droite chaque chiffre est à référer à une unité de numération supérieure.

Notons, dès à présent, que pour les nombres qui sont objets d'enseignement au CP, il n'est pas obligatoire d'aborder l'unité de numération « centaine ». Il est par contre possible d'envisager plus de dix dizaines dans les nombres, sans que ne soit formalisé le fait que dix dizaines sont égales à une centaine, ce qui relève de l'enseignement du CE1.

Le système de numération écrit chiffré ne requiert pas une connaissance de la numération orale⁸. Il est cependant nécessaire de comprendre la dizaine comme à la fois une nouvelle unité de dénombrement (une dizaine, deux dizaines, trois dizaines, etc.) et un synonyme de « dix ». D'un point de vue pratique, la construction du système se faisant via des dénombrements, il va s'agir *a minima* de former des groupements de dix éléments. La comptine de un à dix est alors mobilisée, mais, on le voit, sans qu'il ne soit nécessaire d'aller au-delà. La procédure 4 de l'exemple 3 joue un rôle central pour aborder le système de numération écrit chiffré : organiser la collection en un nombre maximum de dizaines, compter le nombre de dizaines et d'éléments restants, accoler les deux chiffres obtenus dans l'ordre conventionnel. Contrairement aux procédures 1, 2 et 3, le nombre de dizaines est explicite.

⁵ — Cette histoire des numérations est relatée par Georges Ifrah dans son ouvrage *Histoire universelle des chiffres* (1981).

⁶ — Gerbert d'Aurillac (vers 946-1003), savant et humaniste, pape sous le nom de Sylvestre II, y joue un rôle important.

⁷ — Graphie indienne transformée par les Arabes. Voir note 5 sur Georges Ifrah.

**EXEMPLE D'UNE SÉQUENCE D'APPRENTISSAGE SUR LA DIZAINE EN PÉRIODES 1 ET 2,
SANS QU'IL NE SOIT NÉCESSAIRE DE MOBILISER LE COMPTAGE¹¹**

LA TÂCHE

Un jeu de **comparaison de deux quantités « proches »**, le plus souvent ayant au maximum une ou deux unités d'écart. Deux collections sont présentées aux élèves au tableau, en utilisant la vidéoprojection ou des jetons manipulables (aimantés) de deux couleurs (une pour chaque collection), de manière suffisamment rapide pour que les élèves n'aient **pas le temps de les dénombrer** par un comptage un à un. Une fois les deux collections cachées, chaque élève indique celle qui lui semble comporter le plus de jetons (ou bien s'il y en a autant dans les deux). **La validation se fait ensuite via la mise en correspondance un à un des jetons ou par groupements de jetons.**

LA PROGRESSION

Chaque étape peut comporter plusieurs séances de courtes durées, ritualisées, pour que les élèves soient confrontés collectivement au problème puis, une fois la solution trouvée, puissent s'entraîner individuellement ou en groupes. La solution adoptée collectivement consiste toujours en une organisation pertinente des deux collections, qui va évoluer selon les quantités à comparer : au début un groupement de cinq, puis plusieurs puis finalement des groupements de dix. C'est sur cette dernière étape concernant les dizaines qu'il est nécessaire d'insister en particulier pour les entraînements.

1^{re} étape : comprendre le fonctionnement du jeu, pas de difficulté à comparer

- Nombre de jetons pour comprendre le jeu : inférieur à quatre.

2^e étape : le groupement par cinq

- Nombre de jetons pour poser le problème : neuf dans chacune des deux collections, non organisés.
- Il est important de dire aux élèves que désormais la réussite doit être collective, dans le sens où tout le monde doit avoir la bonne réponse. Il y a donc nécessairement ici un échec. Le défi sera de trouver une solution pour que tout le monde réussisse.
- Solution adoptée ensuite collectivement : groupement par cinq (constellation du dé).
- Nombre de jetons pour les collections d'entraînement : jusqu'à neuf.

3^e étape : plusieurs groupements par cinq

- Nombre de jetons pour poser le problème : treize et quatorze, avec un seul groupement de cinq de visible dans chaque collection.
- Solution adoptée ensuite collectivement : plusieurs groupements de cinq.
- Nombre de jetons pour les collections d'entraînement : jusqu'à vingt-quatre.

4^e étape : groupements par dix

- Nombre de jetons pour poser le problème : quarante-deux et quarante-trois, organisés en groupements de cinq.
- Solution adoptée ensuite collectivement : des groupements par dix (deux « cinq » accolés).
- Nombre de jetons pour les collections d'entraînement : jusqu'à quatre-vingt-dix-neuf. Le mot « dizaine » peut être introduit lors de cette étape, mais le travail sur la dizaine se poursuit toute l'année.
- Il est possible de poursuivre en posant la question de l'écriture des quantités ainsi organisées en dizaines. Pour indiquer la solution adoptée pour communiquer dans le monde entier, on peut alors enseigner la procédure « écriture chiffrée » dont il a été question précédemment dans le chapitre 1.

¹¹ — Voir Éric Mounier, « Une analyse de l'enseignement de la numération. Vers de nouvelles pistes », 2010 : <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00550721v1/document>