# UE Sciences et lumière

# Ingénierie Physique

## TP1 - questions

Houda Hassini, houda.hassini@onera.fr

18/03/2024

L'objectif de ce cours est de vous faire découvrir les bases du traitement du signal, discipline à la croisée de la physique, des mathématiques et de l'informatique

L'objectif de cette séance est que vous puissiez estimer la fréquence d'un signal numérique, et donc :

1. connaître les valeurs possibles du produit scalaire de deux signaux mono-fréquentiels
2. connaître l'impact du déphasage de deux signaux sur produit scalaire de deux signaux mono-fréquentiels
3. décoder un numéro de téléphone codé selon la norme DTMF (dual-tone multi-frequency)

Le TP est divisé en plusieurs questions, auxquelles vous pourrez répondre après avoir manipulé les scripts associés.

Le compte rendu peut être fait de façon manuscrite ou informatique. La version informatique permet d'ajouter des images. Ce compte rendu est à rendre sur eCampus à la fin de la séance.

# 1 Le produit scalaire de deux signaux mono-fréquentiel

## 1.1 Question théorique

Soit deux signaux mono-fréquentiels de type cosinus et de échantillons dont un échantillon est défini comme $= \cos(2\pi\ {}_1\ \frac{k}{})$ et $= \cos(2\pi\ {}_2\ \frac{k}{})$. ${}_1$ et ${}_2$ sont respectivement les nombres d'oscillations de et . Calculer la valeur du produit scalaire $\cdot$ dans 3 cas :

- ${}_1 = {}_2 = 0$
- ${}_1 = {}_2 \neq 0$
- ${}_1 \neq {}_2$

Pour cela vous aurez besoin de la formule : cos(a)cos(b) = cos(a+b)/2 + cos(a-b)/2, ainsi que de la connaissance, dont nous pourrons discuter en cours, que :

$$\sum_{k=0}^{-1} \cos(2\pi \ \frac{k-1}{}) \approx 0 \quad \text{si} \quad \in \mathbb{N}^*$$

## 1.2 Vérification informatique

Script : Exercice_produit_scalaire_monofreq.py

Question : Soient quatre signaux monofréquentiels a, b, c et d de fréquences $f_a$, $f_b$, $f_c$ et $f_d$ respectivement.

1. En utilisant le script python, donnez la valeur des produits scalaires entre les quatre signaux. Êtes vous obligé de calculer 16 produits scalaires ou pouvez-vous en calculer moins ? Si vous pouvez en calculer moins, pourquoi ?

| PS | a | b | c | d |
|---|---|---|---|---|
| a | | | | |
| b | | | | |
| c | | | | |
| d | | | | |

2. Les valeurs diagonales correspondent-elles à ce que vous avez calculé à la question 1.1 ? Si non, pourquoi ?
3. Les valeurs hors-diagonales correspondent-elles à ce que vous avez calculé à la question 1.1 ? Si non, pourquoi ?

(80 mots ± 20 mots, soit environ 6 à 10 lignes)

# 2 Produit scalaire de deux signaux mono-fréquentiels déphasés

Script : Exercice_produit_scalaire_phase.py

Question : Soit $s_k(\phi) = cos(2\pi M_0 \frac{k}{N} + \phi)$, un signal mono-fréquentiel de type cosinus dont la phase varie.

1. Grâce au script python, vous le comparer par produit scalaire à :

   — un signal de type cosinus : $s_{R,k} = \cos(2\pi M \frac{k}{N})$

   — un signal de type sinus $s_{I,k} = \sin(2\pi M \frac{k}{N})$

   — un signal complexe

   $s_{C,k} = s_{R,k} + i s_{I,k} = \cos(2\pi M \frac{k}{N}) + i \sin(2\pi M \frac{k}{N})$

   pour compléter le tableau ci dessus.

   Ajoutez aussi la norme du produit scalaire entre s et le signal complexe $s_C$

| | $\phi = 0$ | $\phi = \frac{\pi}{4}$ | $\phi = \frac{\pi}{2}$ | $\phi = \frac{3\pi}{4}$ | $\phi = \pi$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $s \cdot s_R$ | | | | | |
| $s \cdot s_I$ | | | | | |
| $s \cdot s_c$ | | | | | |
| $\lvert s \cdot s_c \rvert$ | | | | | |

2. La valeur de $\phi$ impact-elle la valeur du produit scalaire avec les signaux $s_R$, $s_I$ et $s_C$ ? Pourquoi ?

3. La valeur de $\phi$ impact-elle la valeur de $|s \cdot s_c|$ ? Pourquoi ?

(80 mots $\pm$ 20 mots, soit environ 6 à 10 lignes)

# 3 Estimer la fréquence d'un signal à partir de signaux de fréquence connu

## 3.1 Faire un test automatique sur la valeur produit scalaire

Script : Exercice_estimation_freq.py

Question : Soient quatre signaux monofréquentiels a, b, c et d de fréquences $f_a$, $f_b$, $f_c$ et $f_d$ respectivement. Soit un signal de fréquence inconnue tirée aléatoirement parmi $f_a$, $f_b$, $f_c$ ou $f_d$.

1. Calculez le produit scalaire du signal inconnus avec les signaux a, b, c et d. A partir de ces valeurs de produit scalaire, pouvez-vous déterminez la fréquence du signal inconnu ?
2. Proposer une méthode pour estimer automatiquement la

fréquence du signal en utilisant le fait que les signaux a, b, c et d sont connus.

## 3.2 Décoder un numéro de téléphone codé avec la norme DTMF (Dual-tone Multi-frequency)

Script : Exercice_telephone.py

La composition d'un numéro de téléphone s'effectue sur un téléphone "classique" selon la norme DTMF (dual-tone multi-frequency).

Chaque touche correspond à une somme de deux fonctions sinus à deux fréquences différentes. Ces fréquences appartient à un jeu de fréquences "basses" (697 Hz, 770 Hz, 852 Hz, 941 Hz) et un jeu de fréquences "hautes" (1209 Hz, 1336 Hz, 1477 Hz, 1633 Hz). On obtient ainsi 16 combinaisons possibles de fréquences, correspondant aux 16 touches de certains claviers de téléphones :

| | 1209 | 1336 | 1477 | 1633 |
|---|---|---|---|---|
| 697 | 1 | 2 | 3 | A |
| 770 | 4 | 5 | 6 | B |
| 852 | 7 | 8 | 9 | C |
| 941 | * | 0 | $\sharp$ | D |

Question :

— Comment s'écrit analytiquement un échantillon $s_k$ d'un signal bi-fréquentiel ?

— Quelle propriété du produit scalaire utilisez-vous pour estimer la fréquence d'un signal bi-fréquentiel à partir du produit scalaire avec des signaux connus ?

— Comment extraire 1 chiffre parmi les 10 chiffres du numéro de téléphone ?

— En analysant le script, expliquez le décodage d'un chiffre du numéro de téléphone avec la norme DTMF ?

— Quel est ce numéro de téléphone ?

(80 mots ± 20 mots, soit environ 6 à 10 lignes)