
TD Divisions synchrones et asynchrones

1 Phase maternelle du développement du Xénope : un développement synchrone

Le Xénope *Xenopus laevis*, aussi appelé Xénope du Cap est un amphibien originaire d'Afrique mais ayant été introduit dans différents pays : France, Italie, Chili, Mexique, Etats-Unis... C'est un organisme modèle très utilisé en laboratoire permettant d'étudier les mécanismes développementaux. Dans ce TD, nous nous intéresserons aux premières phases du développement embryonnaire. Chez le Xénope, on distingue deux phases suivant la fécondation : la phase maternelle contrôlée par des ARNs et protéines hérités du côté maternel et la phase zygotique contrôlée par les signaux exprimés par l'embryon de Xénope. Ces deux phases sont séparées par la MZT (maternal to zygotic transition). La phase maternelle de développement de l'embryon de Xénope est caractérisée par une division synchrone des cellules, issues d'une unique cellule initiale. Le temps de génération espaçant ces divisions est constant.

1. A partir d'un nombre initial N_0 de cellules, exprimez le nombre de cellules à la génération suivante.
2. Déduisez-en le nombre N_g de cellules à la génération g à partir du nombre initial N_0 de cellules.
3. Écrivez un script Python permettant de calculer N_g à partir de N_0 et g .
4. Créez un vecteur contenant les générations 1 à G et un vecteur contenant les nombres de cellules aux générations correspondantes.
5. En notant T le temps de génération (temps entre deux générations successives), stockez dans un vecteur les temps correspondants aux temps de doublement des cellules.
6. Représentez graphiquement l'évolution du nombre de cellules de Xénope au fil du temps au cours des 5 premières divisions.
7. Des travaux expérimentaux ont montré que les 12 premières divisions cellulaires étaient réalisées en phase maternelle. A quel temps t_{MZT} peut-on considérer que la phase maternelle est terminée ?
8. Combien y-a-t-il de cellules lors de la MZT ?
9. Combien de cellules observe-t-on au temps $t=105$?
10. Écrire un script permettant d'identifier le nombre de cellules à un temps donné précédent la MZT.

2 Croissance d'une population de levure : des division asynchrone

Une levure se divise par bourgeonnement. Chaque cellule-mère produit un bourgeon, qui devient une cellule-fille, qui va se diviser à son tour. Cette division n'est pas synchrone. Dans cet exercice, on ne raisonne donc plus sur l'échelle des générations mais du temps.

1. De quoi dépend le nombre moyen de division dans la cellule sur un intervalle de temps donné ?
2. Représenter graphiquement la division asynchrone de 3 individus à $t=0$.

3. Combien de générations y aura-t-il eu en moyenne entre 0 et t ?
4. Combien de générations y aura-t-il eu en moyenne en un temps dt ?
5. Soit M_t le nombre de cellules au temps t . Ecrire M_{t+dt} en fonction de M_t . Vous pourrez vous référer à la question 2 de l'exercice 1 mais on utilisera l'échelle de temps et non l'échelle de génération.
6. Calculer $M_{t+dt} - M_t$.
7. En utilisant le résultat ci-dessous, calculer le taux d'accroissement de M_t entre t et $t + dt$. Pour des pas de temps infiniment petits, que vaut dM/dt ? Pour répondre à cette question, on utilisera l'approximation suivante :
$$2^{\frac{dt}{T}} = \exp\left(\ln\left(2^{\frac{dt}{T}}\right)\right) = \exp\left(\frac{dt}{T}\ln(2)\right) = 1 + \frac{dt}{T}\ln(2) + o(dt) \approx 1 + \frac{dt}{T}\ln(2)$$
8. En déduire une équation pour la dérivée de M_t .
9. Comment interprétez vous biologiquement M_t' . D'où vient le 2 ?
10. On pose $r = \frac{\ln(2)}{T}$. Proposer une solution à l'équation M_t'
11. Combien y a-t-il de solutions qui remplissent la condition $M_{t_0} = M_0$?
12. Représentez graphiquement la courbe intégrale de $M(t)$.
13. Quelles limites voyez vous à ce modèle ?