

# **Histoire des mathématiques :**

## **Cours 5 : Didactique et histoire**

Jean-Marie Coquard

[jean-marie.coquard@universite-paris-saclay.fr](mailto:jean-marie.coquard@universite-paris-saclay.fr)

E.S.T. Etudes sur les Sciences et les Techniques

# Didactique et histoire des mathématiques

## Un rapprochement de longue date dans les IREM

INSTITUTS DE RECHERCHE SUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

**irem** *Portail d'accès aux travaux et actions du réseau des Instituts de recherche sur l'enseignement des mathématiques (IREM, IRES, IREMI, ...). Ces instituts présents sur toute la France et au-delà travaillent en synergie au sein de ce réseau qui développe des actions et une politique scientifique communes.*

PROCHAIN COLLOQUE	DERNIÈRE PUBLICATION	BASE BIBLIOGRAPHIQUE
<p><b>XXXI colloque de la CORFEM</b></p> <p><i>Ces journées s'organisent autour de deux thèmes Thème 1 : Quelles mathématiques pour les enseignants de mathématiques ? Thème 2 : Formation des enseignants de mathématiques (...)</i></p> <p><a href="#">Lire la suite</a> <a href="#">Tous les colloques</a></p>	<p><b>Une analyse des exercices (...)</b></p> <p><a href="#">Lire la suite</a> <a href="#">Toutes les publications</a></p>	<p><b>Publimath</b></p> <p><i>Publimath est une base de ressources pour l'enseignement des mathématiques en langue française, développée par l'APMEP et l'ADIREM depuis 1996 avec le (...)</i></p> <p><a href="#">En savoir plus</a> <a href="#">Accès à Publimath</a></p>



# Didactique et histoire des mathématiques

## Un rapprochement qui est aussi institutionnel dans la recherche



### rencontreshidim : Rencontres 2024 du réseau thématique HiDiM

2-4 oct. 2024 Paris (France)

Connexion 

#### NAVIGATION

Accueil

Inscription

Journées jeunes chercheurs

Journée du RT histoire-  
didactique

Programme

#### PRÉSENTATION

Bienvenue aux journées jeunes chercheur·ses et rencontres du réseau thématique histoire et didactique des mathématiques (HiDiM). Les journées se dérouleront du 2 octobre à 13 h au 4 octobre à 14 h 30 à l'université Paris Cité.

Les journées jeunes chercheur·ses, les 2 et 3 octobre, sont l'occasion pour les jeunes chercheurs participant·es d'assister à des conférences d'histoire et de didactique et de présenter leurs travaux à leurs pairs. Un temps d'échange à propos des carrières dans la recherche est aussi organisé.

Les rencontres du réseau thématique, le 4 octobre, sont organisées autour de 3 conférences articulant histoire et didactique.

#### LIEU

# Didactique et histoire des sciences

(Maurines et Bracco, 2024)

## Introduction

*L'épistémologie et l'histoire des sciences  
dans l'enseignement des sciences :  
un champ de recherche interdisciplinaire à développer*

Laurence MAURINES & Christian BRACCO

Depuis une quarantaine d'années environ, les questions liées à l'apport de l'épistémologie et de l'histoire des sciences (HS) à l'enseignement et à la formation scientifique sont à l'origine du développement d'un champ de recherches en éducation se situant au carrefour de la didactique et de l'HS, de la philosophie et de la sociologie des sciences<sup>1</sup>. Ce champ est parcouru par des questions toujours d'actualité, en particulier en France où les travaux sont encore peu nombreux. Les recherches questionnent,

# Didactique et histoire des sciences

## (Maurines et Bracco, 2024)

La question des apports potentiels de l'histoire et de la philosophie des sciences à la définition d'un enseignement de sciences, placée au centre de ce volume, est très vaste. Elle peut être examinée selon deux grandes perspectives.

La première relève d'un questionnement sur l'arrière-plan épistémologique qui sous-tend la définition de tout contenu d'enseignement. Il s'agit d'explicitier la référence retenue et la façon dont elle est transposée en classe.

La seconde relève d'un questionnement sur l'introduction même d'éléments historiques et épistémologiques dans l'enseignement des sciences. Il conduit à quatre grandes catégories de questions : pourquoi introduire l'épistémologie et l'HS ? Comment les introduire ? Quelles sont les conditions pour que cette introduction permette d'atteindre les objectifs visés ? Quels éléments introduire ?

# Didactique et histoire des sciences

## (Maurines et Bracco, 2024)

En ce qui concerne la seconde perspective, les raisons évoquées pour l'introduction d'éléments d'HS dans l'enseignement des sciences sont nombreuses et peuvent être interdépendantes. Elle vise par exemple à aider l'apprentissage de concepts scientifiques (Monk & Osborne, 1997 ; Rudge & Howe, 2009 ; Décamp & Hosson, 2012), à soutenir le développement de compétences argumentatives et la pensée critique (Allchin, 2011), à intéresser et (re)motiver les élèves pour les études et métiers scientifiques (Solbes & Travers, 2003), à travailler les représentations de la/des science(s) des élèves (Matthews, 2003 ; Adúriz-Bravo, 2010 ; Maurines & Beaufils, 2011, 2013).

# Didactique et histoire des mathématiques

**Les mathématiques comme résultats, discipline, ou comme processus**

**Quelles matérialités ?**

# Didactique et histoire des mathématiques

**Dans le cours 1 et le cours 2, nous avons insisté sur la matérialité des mathématiques :**

**Tablettes d'argile, livres, manuscrits, imprimerie, abaqués, notations...**

**C'est pour nous nos sources, ce qui traverse le temps (on n'a pas accès aux idées dans un ciel des idées ni la possibilité de discuter avec les acteurs et actrices par télépathie)**



# Didactique et histoire des mathématiques

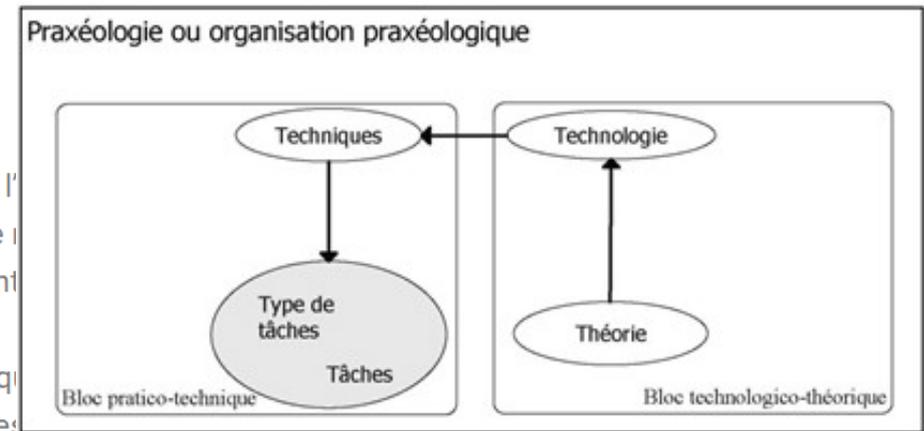
## Les « ostensifs » et les « non-ostensifs » de Marianna Bosch et d'Yves Chevallard (1999)

### Résumé

Les écritures, symboles, mots, discours, graphismes et gestes mobilisés dans l'activité mathématique, par leur caractère matériel et perceptible, les objets *ostensifs* – sont pris en compte de manière explicite dans la didactique des mathématiques, selon le concept d'activité mathématique qui est implicitement

Dans le cadre de l'approche anthropologique, les objets ostensifs, en dialectique avec les objets non-ostensifs, apparaissent comme la matière première des tâches, techniques, technologies:

constitutives du savoir mathématique. Cette conceptualisation, qui met en avant la *valeur instrumentale* des objets ostensifs à côté de leur *valeur sémiotique*, permet de mettre en évidence comment des praxéologies spécifiques peuvent être affectées par des contraintes génériques touchant la dimension ostensive, telle par exemple la péjoration de l'écriture, ou encore la transparence supposée du discours verbal. De même, le problème de la « perte de sens » affectant certains types de manipulations ostensives est dans ce cadre plus facilement abordable si on le formule en termes de *besoins technologiques et théoriques* des organisations praxéologiques considérées.



## Les « ostensifs » et les « non-ostensifs » de Marianna Bosch et d'Yves Chevallard

« 3.2. L'observation de l'activité humaine amène à répondre en établissant une distinction fondamentale entre deux types d'objets : les objets *ostensifs*, d'une part, les objets *nonostensifs*, d'autre part.

a) On appelle *ostensifs* les objets qui ont pour nous une forme *matérielle, sensible*, au demeurant quelconque. Un objet matériel (un stylo, un compas, etc.) est un ostensif. Mais il en va de même.

– des gestes : nous parlerons d'ostensifs *gestuels* ;

– des mots, et, plus généralement, du discours : nous parlerons ici d'ostensifs *discursifs* (ou langagiers) ;

– des schémas, dessins, graphismes : on parlera en ce cas d'ostensifs *graphiques* ;

– des écritures et formalismes : nous parlerons alors d'ostensifs *scripturaux*. »

Le propre des ostensifs, c'est de pouvoir être manipulés, ce mot étant entendu en un sens large : manipulation au sens strict (celle du compas, ou du stylo, par exemple), mais aussi bien par la voix, le regard, etc.

b) Au contraire des ostensifs, les non-ostensifs – soit ce que l'on nomme usuellement notions, concepts, idées, etc. – ne peuvent pas, à strictement parler, être manipulés : ils peuvent seulement être évoqués, à travers la manipulation d'ostensifs associés. Ainsi, pour pouvoir dire que, pour résoudre l'équation  $2^x = 10$  « on prend le logarithme des deux membres », il convient que le non-ostensif qu'est le concept de logarithme existe, mais on ne peut le dire que parce que l'ostensif (langagier) « logarithme » est disponible. Pour réaliser l'action correspondante, en outre, il faudra disposer d'ostensifs scripturaux adéquats.

(pages 4-5)

# Didactique et histoire des mathématiques

## Les « ostensifs » et les « non-ostensifs » de Marianna Bosch et d'Yves Chevallard (1999)

Une telle extension s'accorde bien avec le positionnement de la didactique dans le champ de l'anthropologie des savoirs, où celle-ci apparaît comme « l'anthropologie didactique des mathématiques », sous-champ de « l'anthropologie des mathématiques », étude de l'homme « aux prises avec les mathématiques » (Chevallard 1991 et 1992). Là encore, en effet, le cadre de l'École a été dépassé, ou plutôt élargi. Car, partant du constat que *le didactique est partout dense dans le mathématique*, ou, en d'autres termes, que l'activité mathématique suppose toujours une activité d'*étude*, on a proposé très récemment de concevoir la didactique des mathématiques comme la *science de l'étude et de l'aide à l'étude des (questions de) mathématiques* (Chevallard, Bosch et Gascon, 1997).

# Didactique et histoire des mathématiques

## ROLE DES OSTENSIFS DANS LES TECHNIQUES DE TYPE DE TACHES RELEVANT DU CHAMP ADDITIF

**Danielly KASPARY**

Univ. Grenoble Alpes, CNRS, Grenoble INP, LIG, France

UFMS – Univ. Fédérale du *Mato Grosso do Sul*, PPGEdumat, Campo Grande, MS, Brésil

[kaspary.d@gmail.com](mailto:kaspary.d@gmail.com)

**Marilena BITTAR**

UFMS – Université Fédérale du *Mato Grosso do Sul*, PPGEdumat, Campo Grande, MS, Brésil

[marilenabittar@gmail.com](mailto:marilenabittar@gmail.com)

### Résumé

Une tâche qui relève du champ additif peut être traitée par différentes techniques. Nous employons ici tâche et technique au sens de la Théorie Anthropologique du Didactique (TAD) (Chevallard, 1999). Notre objectif est de comprendre comment ces techniques sont introduites et mises en place dans des institutions qui visent l'étude de l'opération d'addition. Pour cela, on considère comme élément fondamental de cette analyse les notions d'ostensif et de non-ostensif (Bosch, M. et Chevallard, Y. 1999). Les ostensifs constituent la partie visible de l'activité mathématique tandis que les non-ostensifs vivent dans le domaine des idées. Ainsi, la mise en œuvre d'une technique se traduit par la manipulation d'ostensifs contrôlés par des non ostensifs. Dans notre communication nous présenterons des résultats d'une recherche que nous avons menée sur le champ additif dans des manuels du système éducatif brésilien. Nous avons analysé et décrit l'évolution des techniques depuis les premières rencontres avec des types de tâches qui mobilisent la notion d'addition jusqu'à l'institutionnalisation de l'algorithme usuel. Pour l'analyse nous avons cherché à identifier des liens entre les techniques et les ostensifs. Nous mettrons ainsi en évidence l'importance des ostensifs et leurs différents rôles dans l'étude de cette évolution. En particulier, on étudiera l'usage de quelques ostensifs, comme signes, discours oral, doigts, droite numérique et matériel de numération.

# Didactique et histoire des mathématiques

**Le matériel est l'intermédiaire, le média, pour accéder à la pensée des acteurs, actrices du passé, des élèves.**

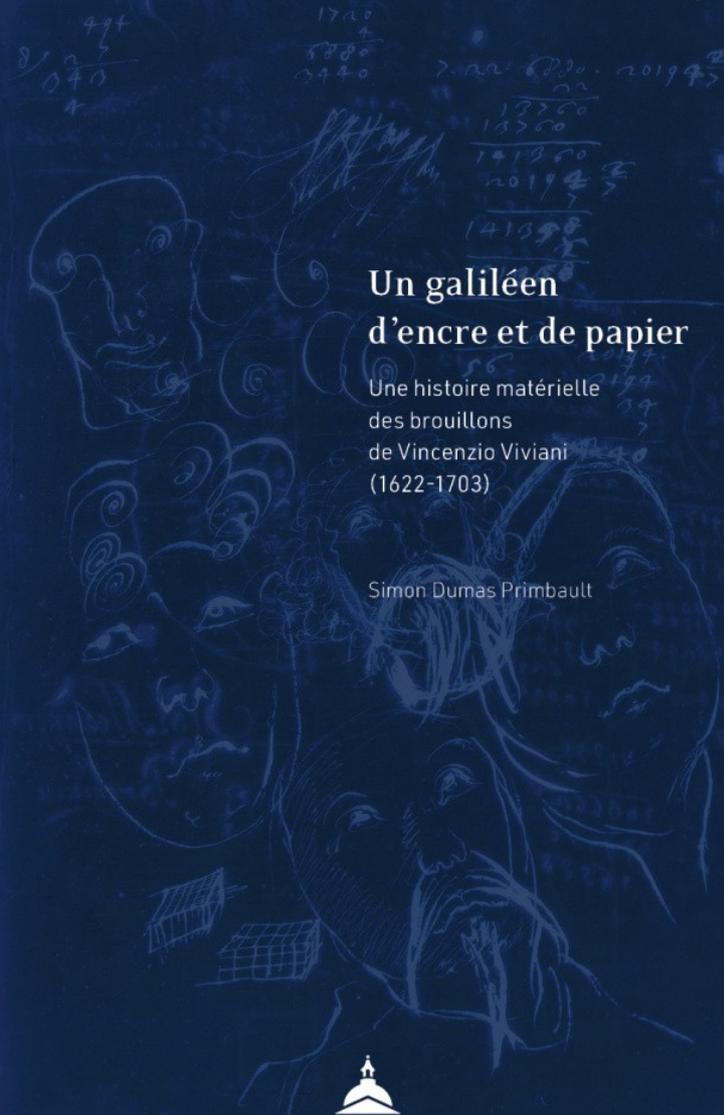
**Attention aux présupposés, aux impensés etc., qui ne seront pas écrits !**

# Didactique et histoire des sciences

**Deux courants de l'histoire des sciences s'attachent particulièrement à cette matérialité**

**« Histoire matérielle des pratiques savantes »**

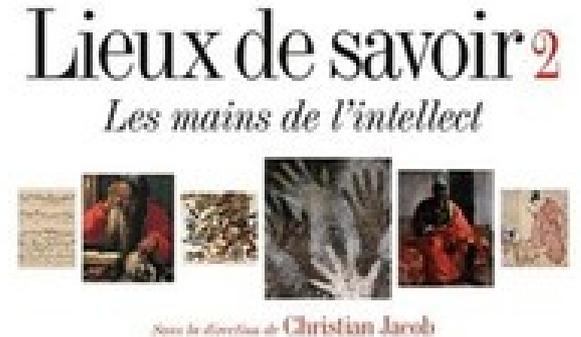
**Utiliser les brouillons, les feuilles volantes, les supports annexes (quand on les a en plus des travaux finis)**



## « Anthropologie des savoirs »

### C. Jacob, *Les lieux de savoirs*, 2007

Dans ma trajectoire personnelle, cette anthropologie des savoirs se déploie entre trois pôles, qui sont aussi trois positionnements, trois moments. Le premier est mon ancrage dans les études anciennes, dans l'histoire culturelle des mondes grec et romain. Le second est la pratique du comparatisme, et donc des formes d'enquêtes collectives. Le troisième est la plongée en apnée et en solo dans une réflexion théorique sur la nature même du ou des savoirs, lors d'une période où, par ailleurs, je me suis rapproché de l'histoire des sciences et des savoirs, en étant l'un des enseignants du master "Histoire des sciences, savoirs et techniques en société" du Centre Koyré à l'EHESS.

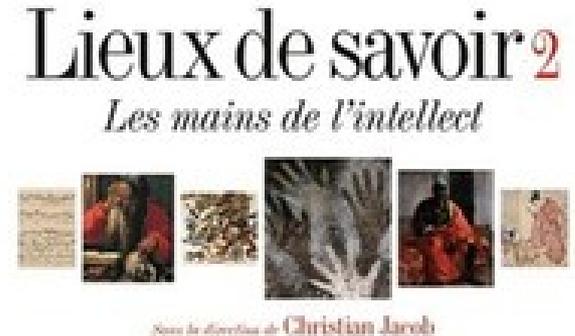


ALBIN MICHEL

## « Anthropologie des savoirs »

### C. Jacob, *Les lieux de savoirs*, 2007

(Schmitt Pantel). J'ai l'impression de m'être situé sous une double influence: celle de la psychologie historique d'Ignace Meyerson qui avait tant marqué les travaux de Vernant, et ouvrait la voie à une historicisation des "fonctions psychologique" (appréhension du temps, de l'espace, de la mémoire, du visible et de l'invisible) et des opérations intellectuelles; celle de Marcel Detienne, qui avait mis en évidence, dans certains de ses travaux, les mécanismes sous-jacents à la transmission culturelle et lettrée des savoirs, par exemple botaniques, zoologiques, minéralogiques, et bien sûr mythographiques.



### Ignace Meyerson, *Les fonctions psychologiques et les œuvres*, 1948

 Restricted access | Research article | First published online May 17, 2011

## No Innate Number Line in the Human Brain

[Rafael E. Núñez](#) [View all authors and affiliations](#)

[Volume 42, Issue 4](#) | <https://doi.org/10.1177/0022022111406097>

 Contents

 Get access

 Cite article

 Share options

 Information, rights and permissions

### Abstract

Many authors in the field of numerical cognition have adopted a rather nativist view that all humans share the intuition that numbers map onto space and, more specifically, that an oriented left-to-right mental number line (MNL) is localized bilaterally in the intraparietal sulcus of the human brain. We review results from archaeological and historical (diachronic) studies as well as cross-cultural (synchronic) ones and contend that these claims are not well founded. The data actually suggest that the MNL is not innate. We argue that the MNL—and number-to-space mappings in general—emerges outside of natural selection proper requiring top-down dynamics that are culturally and historically mediated through high-order cognitive mechanisms such as fictive motion, conceptual mappings, and external representational media.

# Didactique et anthropologie des mathématiques

**Cela rejoint plusieurs travaux actuels en sciences sociales sur la matérialité des mathématiques**

**En anthropologie :**

**L'ethnomathématique**

**Vandendriessche et al.**

Partager



Tu saisis avec les petits doigts.

# Didactique et sociologie des mathématiques

## En sociologie sur l'usage des tableaux noirs pour la recherche (Greiffenhagen, 2014)

Sociology has been accused of neglecting the importance of material things in human life and the material aspects of social practices. Efforts to correct this have recently been made, with a growing concern to demonstrate the materiality of social organization, not least through attention to objects and the body. As a result, there have been a plethora of studies reporting the social construction and effects of a variety of material objects as well as studies that have explored the material dimensions of a diversity of practices. In different ways these studies have questioned the Cartesian dualism of a strict separation of 'mind' and 'body'. However, it could be argued that the idea of the mind as immaterial has not been entirely banished and lingers when it comes to discussing abstract thinking and reasoning. The aim of this article is to extend the material turn to abstract thought, using mathematics as a paradigmatic example.

This paper explores how writing mathematics (on paper, blackboards, or even in the air) is indispensable for doing and thinking mathematics. The paper is based on video recordings of lectures in formal logic and investigates how mathematics is presented at the blackboard. The paper discusses the iconic character of blackboards in mathematics and describes in detail a number of inscription practices of presenting mathematics at the blackboard (such as the use of lines and boxes, the designation of particular regions for specific mathematical purposes, as well as creating an 'architecture' visualizing the overall structure of the proof). The paper argues that doing mathematics really is 'thinking with eyes and hands' (Latour 1986). Thinking in mathematics is inextricably interwoven with writing mathematics.

## Ou son équivalent en didactique : (Aline et Vandebrouck, 2003)

### RÉSUMÉ

Nous étudions ce qui caractérise pour nous l'utilisation du tableau noir en classe de mathématiques du point de vue des apprentissages potentiels des élèves et du point de vue strict du métier d'enseignant. Trois séances d'exercices sur les équations de droites en seconde sont analysées (issues de trois classes de seconde du même établissement avec trois enseignants différents). Nous dégageons, par une méthode précise d'étude, trois types d'utilisation du tableau puis, pour les trois enseignants étudiés, nous montrons comment leur utilisation s'inscrit d'une façon cohérente dans la gestion globale de leur séance. Nous en déduisons, pour chacun des trois enseignants, une certaine logique d'enseignement. Enfin, nous discutons des difficultés d'installer en classe certaines formes de travail, en liaison avec le tableau et nous montrons comment les trois enseignants s'en sortent.

**Mots-clés :** didactique des mathématiques, pratiques enseignantes, tableau noir, activité des élèves, gestion de la classe.

# Didactique et histoire des mathématiques

## Les « pratiques sociales de référence » de Martinand ; In (Maurines et Bracco, 2024)

En ce qui concerne la première perspective, dans la mesure où l'enseignement des sciences ne vise pas uniquement l'apprentissage de savoirs, mais plus largement l'apprentissage de démarches et d'attitudes, la référence est à penser en termes de pratiques. En reprenant l'expression

introduite par Jean-Louis Martinand (1986), il s'agit de préciser la/les pratique(s) sociale(s) de référence, c'est-à-dire « les activités objectives de transformation d'un donné naturel ou humain » qui « concernent l'ensemble d'un secteur social et non des rôles individuels » et dont « la relation avec les activités didactiques n'est pas d'identité » (Martinand, 1986 : 137), mais relève d'une relation de comparaison. C'est en adoptant une telle approche comparative et en se référant aux travaux de Karin Knorr Cetina (1999) sur les pratiques épistémiques de communautés scientifiques que Richard A. Duschl et Richard Grandy (2012) défendent leur proposition curriculaire de mettre au cœur de l'enseignement la modélisation et l'argumentation. C'est, de plus, en concevant l'apprentissage scientifique comme entrée et appropriation d'une culture qu'ils appellent à « faire faire des sciences » aux élèves. Plus récemment, Per Kind et

# Didactique et histoire des mathématiques

## Exemple issu du cours 2 : les nombres

### Début de cartographie (temporelle, géographique, sociale) des nombres et de leurs usages

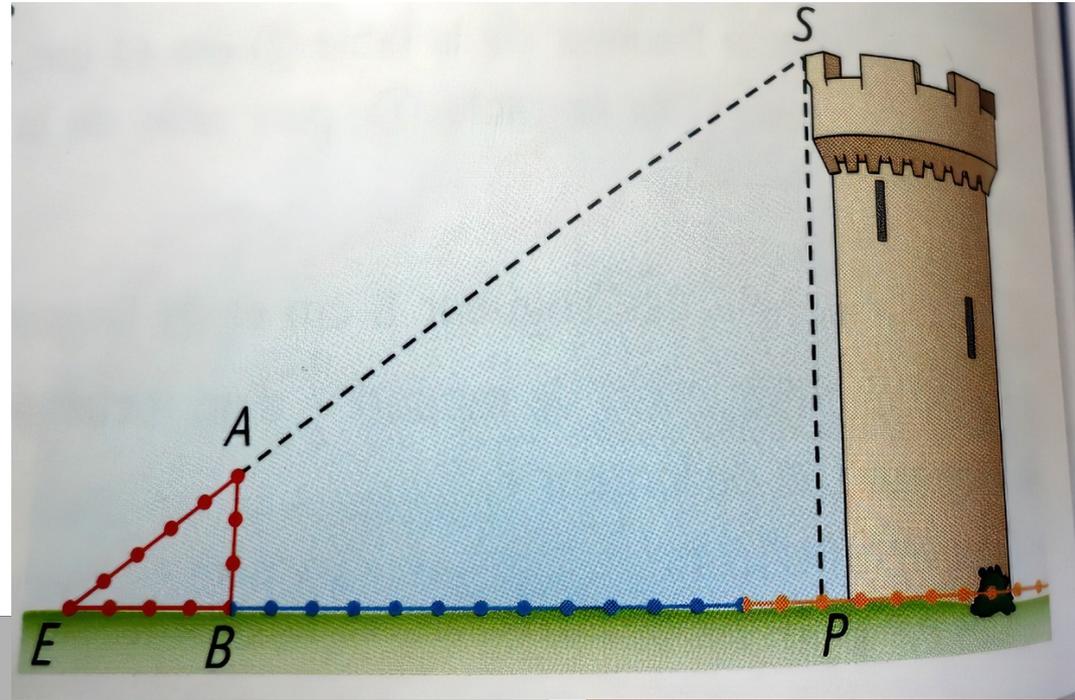
Culture savante	Universitaire (théologie)	Université (Arts libéraux et notamment astronomie)	Marchands et artisans
Calcul	non	oui	oui
Abaques	Non	Oui ?	oui
Chiffres indo-arabes	Non (ou très peu)	Oui	oui
Calcul avec les chiffres indo-arabes	Non	oui	Non (oui pour les profs)
Langue	latin	latin	vernaculaire
Définition du nombre	Non (ou très peu)	oui	non

# Didactique et histoire des mathématiques

**Les « pratiques sociales de référence » de Martinand**

**Autre exemple : Thalès et l'arpentage civil ou militaire**

**Quelles pratiques sociales de référence ? Sont-elles cohérentes entre elles ?**



# Didactique et histoire des mathématiques

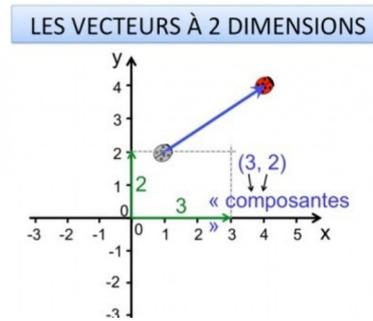
**Exemple (Cissé Ba, 2011)**

**Vecteurs (non-ostensif)**

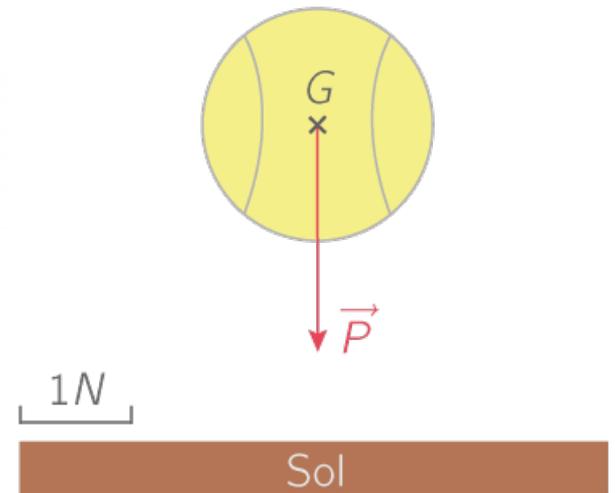
**Ostensifs :**

**u**

**(3;2) etc.**



Balle en chute



# Bibliographie

- Robert ALINE et Fabrice VANDEBROUCK, « Des utilisations du tableau noir par des professeurs de mathématiques en classe de seconde », *Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 23, n°3, 2003, pp.389-424.
- Michèle ARTAUD, Marianna BOSCH, Floriane WOZNIAK, « Yves Chevallard – La théorie anthropologique du didactique », site ARDM (Association pour la recherche en didactique des mathématiques), <https://ardm.eu/qui-sommes-nous-who-are-we-quienes-somos/yves-chevallard/>, consulté le 16 janvier 2025.
- Cissé BA, « Vecteurs au lycée : difficile articulation entre mathématiques et physique », *Nouveaux cahiers de la recherche en éducation*, vol. 14, n°1, 2011, pp.71–83.
- Marilena BITTAR, Danielly KASPARY, « Rôle des ostensifs dans les techniques de type de tâches relevant du champ additif », 44e colloque COPIRELEM, Juin 2017, Epinal, <https://hal.science/hal-02065023/document>, consulté le 16 janvier 2025.
- Marianna BOSCH et Yves CHEVALLARD, « La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. Objet d'étude et problématique », *Recherches En Didactique Des Mathématiques*, vol.19, n°1, 1999, pp.77–124.
- Yves CHEVALLARD, « Concepts fondamentaux de la didactique : Perspectives apportées par une approche anthropologique », *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 12, n°1, 1992, pp.73-111.
- Simon DUMAS PRIMBAULT, *Un galiléen d'encre et de papier. Une histoire matérielle des brouillons de Vincenzo Viviani (1622-1703)*, Éditions de la Sorbonne, 2024.
- Christian GREIFFENHAGEN, « The materiality of mathematics : Presenting mathematics at the blackboard », *The British Journal of Sociology*, vol.65, n°3, 2014, pp.502-528.
- Christian JACOB, *Lieux de savoirs, tome II, Les mains de l'intellect*, Albin Michel, 2007.
- Christian JACOB, « Qu'est-ce qu'une anthropologie des savoirs ? (1) Détour par l'antiquité », *Carnet Hypothèses Lieux de savoirs*, 8 avril 2019, consulté le 19 janvier 2025.
- Laurice MAURINES et Christian BRACCO (dirs.), *Apprendre et penser les sciences dans l'enseignement et la formation scientifique. Vers une interdisciplinarité didactique – histoire des sciences – épistémologie. Journée d'étude (MSH Paris-Saclay, 3 juin 2021)*, Éditions MSH Paris-Saclay, Gif-sur-Yvette, 2024, mis en ligne le 05/11/2024. DOI : <https://doi.org/10.52983/BADY8755>.
- Ignace MEYERSON, *Les fonctions psychologiques et les œuvres*, Albin Michel, 1948.
- Rafael NUNEZ, « No Innate Number Line in the Human Brain », *Journal of Cross-Cultural Psychology*, vol.42, n°4, 2011, pp.651-668.
- Céline PETIT et Eric VANDENDRIESSCHE, « Des prémices d'une anthropologie des pratiques mathématiques à la constitution d'un nouveau champ disciplinaire : l'ethnomathématique », *Revue d'histoire des sciences humaines*, n°31, 2017, pp.189-219.

# La présentation orale

**Votre public ne connaît pas le texte que vous avez étudié**

**Donc présenter l'auteur, le livre, le contexte (informations principales et celles qui permettent de comprendre à quoi on a affaire)**

**Thèmes (un sujet en rapport avec le texte étudié pris sur le long terme, une démonstration mathématique – on veut voir le texte original !, etc.)**

**Bibliographie (bien faite, c'est-à-dire cohérente dans la manière de citer) (Sources primaires et sources secondaires)**

**Attention à la cohérence des différentes parties.**