Histoire des mathématiques, cours 4

Jean-Marie Coquard
Jean-marie.coquard@universite-paris-saclay.fr

Quelques résolutions de problèmes

Les sources antiques grecques

L'enseignement des mathématiques dans l'antiquité grecque et romaine est très largement dans la sphère privée, sauf à certaines périodes pour les « petites classes »

La « visibilité » des mathématiques, entre le VIe siècle avant notre ère et le VIe siècle de notre ère est donc assez faible

Sur ces 12 siècles, on a 400 personnes qui parlent des mathématiques en bien ou en mal, qui en font ou qui les critiquent

On connaît l'existence de 270 à 310 textes mathématiques (115 à 130 pour l'arithmétique et la géométrie) écrit par une centaine de personnes

On a gardé la trace d'une centaine de textes (seulement 40 pour l'arithmétique et la géométrie), entre 2 et 1200 pages, écrits par une quarantaine de « mathématiciens »

Les sources antiques grecques

1. Les "grands" auteurs

Euclide (III^{a})	*Eléments ; Données; Division des figures; Phénomènes; Division du canon; Optique; Catoptrique; Sur la gravité … ; Sur la balance*
Archimède de Syracuse (III^{a})	*Sphère et Cylindre; Mesure du cercle; Quadrature de la Parabole; Spirales; Conoïdes et Sphéroïdes; Méthode; Construction de l'heptagone; Sur les cercles mutuellement tangents; Arénaire; Problème des bœufs; Livre des Lemmes; Stomachion; Equilibres des figures planes; Corps flottants*
Philon de Byzance	*Syntaxe mathématique* (3 Livres conservés)
Apollonius de Pergè	*Coniques; De la section de rapport*
Héron d'Alexandrie (I^{p})	*Métriques; Definitiones; {Geometrica}; {Stereometrica I}; {Stereometrica II}; {De Mensuris}; Sur la dioptre; Mécaniques; Pneumatiques; Automates; Bélopoïéique;*
Ménélaus d'Alexandrie	*Sphériques; Sur les corps mixtes et les densités spécifiques*
Ptolémée d'Alexandrie (II^{p})	*Almageste; Phases; Hypothèses des planètes; Tetrabiblos; Analemme; Planisphærium; Tables manuelles; Géographie; Harmoniques; Optique*
Diophante d'Alexandrie	*Arithmétiques; Traité sur les nombres polygones*
Pappus d'Alexandrie (IV)	*Collection mathématique; Comm. in Eucl.* El. X (?); *Comm. in Ptol.* Alm., V-VI
Théon d'Alexandrie (IV)	*Comm. in Ptol.* Alm.; *Grand* et *Petit Comm. in Ptol.* Tab. man.;

Source : (Vitrac, 2008)

Les sources antiques grecques

étonnamment, on peut dire que c'est beaucoup ! On évalue entre 5 % à 10 % la part de textes littéraires antiques conservés, c'est près d'un tiers pour les mathématiques.

Les « mathématiciens » de l'antiquité étaient donc peu nombreux, travaillaient au mieux en petits groupes, souvent dans des lieux identifiés où on trouve les textes (Athènes, Alexandrie...)

On peut repérer des filiations plus ou moins fictives autour d'un nombre relativement limité de textes de référence

Les filiations directes connues sont rarissimes, Ménechme disciple d'Eudoxe de Cnide ; Apollonius dit qu'il a travaillé avec les élèves d'Euclide

Sans intérêt pour la discipline, les textes ne sont pas recopiés et ils se perdent. Par symétrie, les textes que l'on a bien conservé sont donc a priori ceux qui sont les plus utilisés

Euclide, biographie

IIIe siècle avant notre ère : déduit à partir de la circulation des Éléments

Cité d'origine : Alexandrie ? hypothèse très probable d'après les lieux de conservation des Éléments (à moins que ce soit le lieu où ses disciples étaient?)

Ses publications : deux listes tirées de sources plus tardives (Apollonius, Proclus, sept siècles plus tard), avec le risque qu'on lui ait attribué indûment des traités

Ses étudiants potentiels : il y en aurait d'après Apollonius

Euclide, biographie d’après Proclus (Ve s. de notre ère)

« (i) Pas beaucoup plus jeune que ceux-ci (Hermotime de Colophon, Philippe de Medma = d’Oponte ?) est Euclide, celui qui rassembla les Éléments

(ii) et qui, d’une part, mit en ordre beaucoup de théorèmes d’Eudoxe, d’autre part perfectionna beaucoup de ceux de Théétète,

(iii) et encore, éleva les plus faiblement démontrés par ceux d’avant lui jusqu’à des démonstrations irréfutables.

(iv) Cet homme-là vivait du temps du premier Ptolémée; car Archimède, suivant de très près aussi le premier Ptolémée, mentionne Euclide, et remarquons qu’on dit que Ptolémée lui demanda une fois s’il y avait, en ce qui concerne la géométrie, quelque chemin plus court que l’Enseignement des Éléments ; et il répondit : pas de sentier royal vers la géométrie !

(v) Il est donc d’une part plus jeune que les disciples de Platon, d’autre part plus âgé qu’Ératosthène et Archimède; car ceux-ci sont contemporains comme le dit quelque part Ératosthène.

(vi) Il est platonicien dans son intention et familier avec cette philosophie, c'est pourquoi il se proposa, comme achèvement des Eléments dans leur ensemble, la construction des figures appelées platoniciennes »

Les Eléments d'Euclide

Plus ancien manuscrit complet, IXe siècle de notre ère

Des citations en sont faites dans d'autres ouvrages de l'antiquité, ce qui permet de contrôler le texte (les commentaires sont nombreux, Géminus, Proclus etc.)

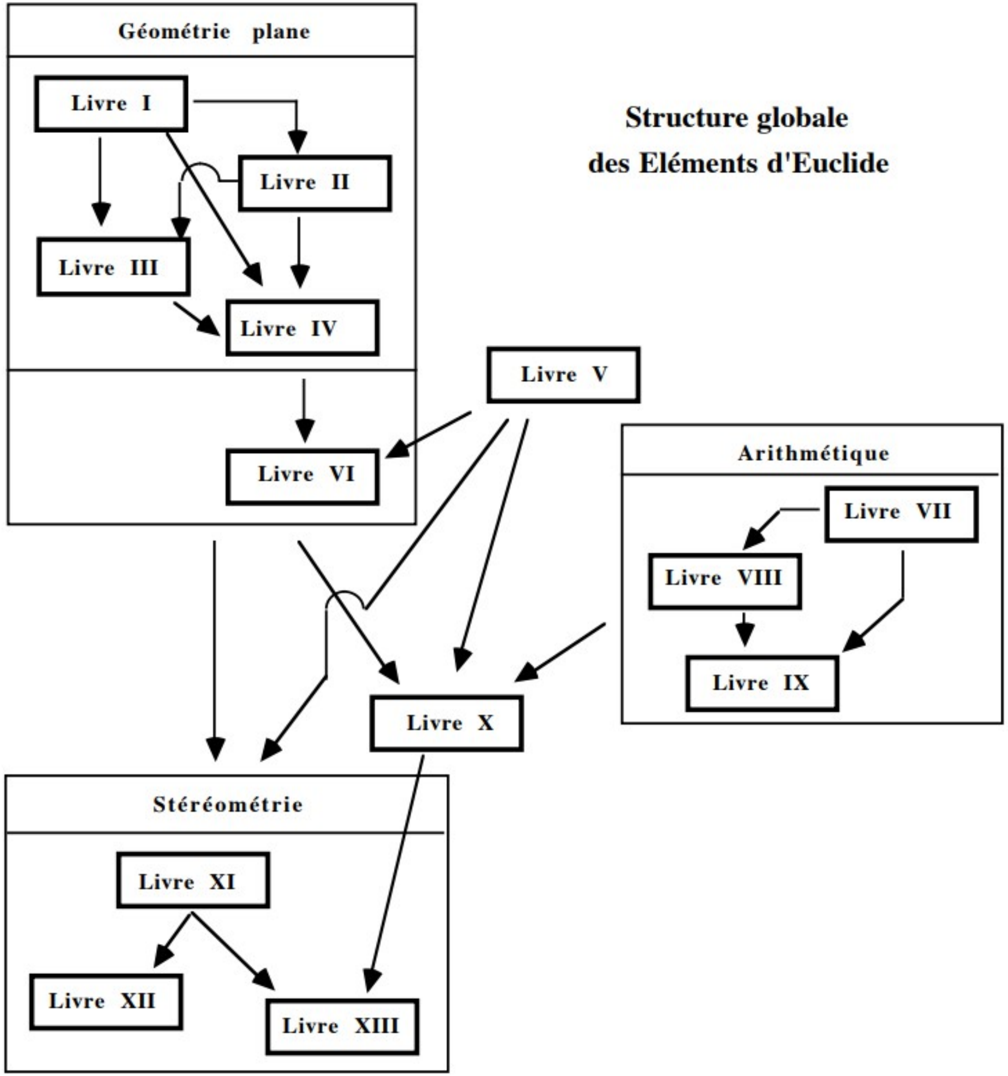
Probablement 13 livres (cette information est stabilisée à partir du Ve-VIe siècles), un 14e d'une autre nature est ajouté à cette période

Les Eléments sont un « genre littéraire », il y avait des éléments de géométrie chez Hippocrate de Chio vers 450-430 av.

Les Eléments d'Euclide, le contenu

Source : (Vitrac, 2008)

N°	Contenu
I	Constructions fondamentales. De l'égalité des triangles et des parallélogrammes (23 Df—48 Prop.)
II	Section d'une droite et égalités d'aires associées. Quadrature d'une aire rectiligne (2—14)
III	Le cercle et ses segments. Tangence. Puissance d'un point par rapport à un cercle (11—37)
IV	Des figures inscrites et circonscrites relativement à un cercle (triangle, carré, pentagone …) (7—16)
V	Théorie générale de la proportionnalité entre grandeurs (Fondements, règles de manipulation) (18-25)
VI	Des figures rectilignes planes semblables. De l'application des aires (5—33)
VII	Nombres entiers (PGCD, proportionnalité et rapports de nombres, PPCM) (23—39)
VIII	Proportionnalité continue entre nombres. Nombres carrés, cubes, plans et solides semblables (27)
IX	Proportionnalité continue et nombres premiers. Théorie du pair / impair. Nombres parfaits (36)
X	Commensurabilité et incommensurabilité des grandeurs. Droites et aires exprimables / irrationnelles. Classification de droites irrationnelles en 13 catégories stables par commensurabilité. (16—115)
XI	Constructions stéréométriques fondamentales. Égalité et similitude des parallélépipèdes. (28—39)
XII	Pyramides et prismes. Proportionnalité dans les cercles, les cônes, les cylindres et les sphères (18)
XIII	Section en extrême et moyenne raison. Construction et comparaison des cinq polyèdres réguliers quant à leurs arêtes (18)



Structure globale
des Eléments d'Euclide

Lire les Eléments d’Euclide de la fin jusqu’au début ?

Ibn ‘Abd al-Malik, à propos du mathématicien et enseignant à Marrakech Ahmad ibn Ibrâhîm ibn ‘Ali Ibn Mun‘im al-‘Abdarî, mort en l’an 626 de l’Hégire, soit 1248 :

« Et on rapporte au sujet de sa passion pour cet art [la géométrie] qu’il ne dormait pas des nuits <entières>, jusqu’à ce qu’il ait passé <en revue> le livre des Éléments d’Euclide, commençant par la dernière proposition qu’il <contient> et allant à reculons vers celle qui la précède et ainsi de suite jusqu’à la première proposition puisque la compréhension de chaque proposition est basée sur la compréhension de celle qui la précède. Il était célèbre et connu pour cela. Et c’est notre ami Abû l-‘Abbâs, son fils, que Dieu lui soit miséricordieux, qui m’en a informé »

IOAN.

BVTEONIS

LOGISTICA QVÆ

& Arithmetica vulgò dicitur in libros quinque digesta: quorum index summatim habetur in tergo.

EIVSDEM,

Ad locum Vitruuij corruptum restitutio, qui est de proportione lapidum mittendorum ad balistæ foramen, Libro Decimo.

LVGDVNI,

APVD GVLIELMVM ROVILLIVM,

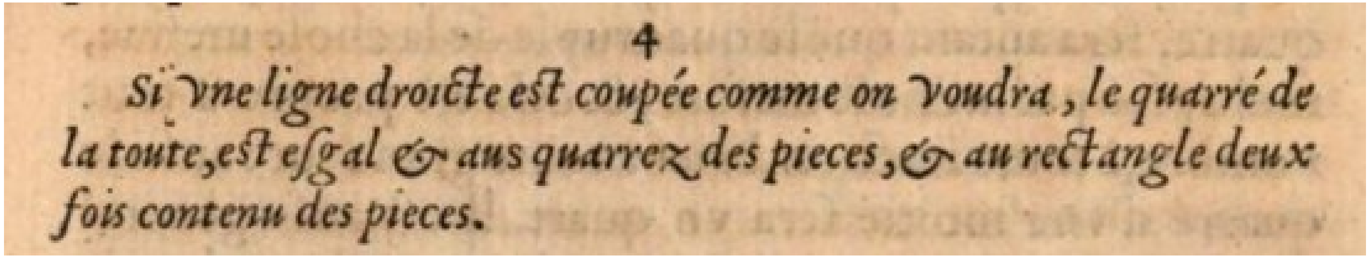
SVB SCVTO VENETO.

M. D. LIX.

Cum priuilegio Regis.

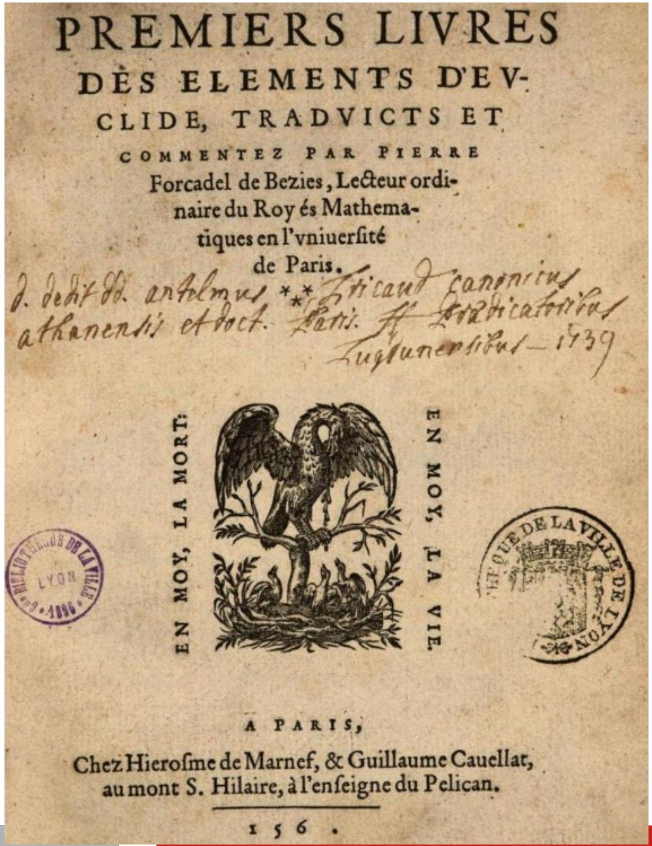
vbique superfluis. Data est insuper à nobis opera, vt antiquas, et Græcas (vbi Latine desunt) arti voces red-deremus, in quarũ locũ peregrinæ successerãt, et in ea maximè parte, cui nõdũ est aliud quàm Arabicè nomẽ Algebra. Vnde sunt qui putẽt ab Arabibus inuentã. Ego autẽ conseruatã, magis quã inuentã existimo, vel ea solũ cõiectura, quòd Euclides in Elemẽtis libro secũdo ad hãc fundamẽta disponat, vnde structurã totam consurgere, quisquis sedulò scrutabitur, inueniet. Et calculi genus est planè Geometricũ, ad eas quãtitates potissimè spectãs, quæ dicuntur irrationales, ita tamẽ vt

De quoi s’agit-il ?


4
Si vne ligne droicte eſt coupée comme on voudra, le quarré de la toute, eſt eſgal & aus quarrez des pieces, & au rectangle deux fois contenu des pieces.

Arithmétique ? Géométrie ? Algèbre ?

Euclide II.4 dans la première édition d’Euclide en français


PREMIERS LIVRES
DES ELEMENTS D'EV-
CLIDE, TRADVICTS ET
COMMENTEZ PAR PIERRE
Forcadel de Bezies, Lecteur ordi-
naire du Roy és Mathema-
tiques en l'vniuerſité
de Paris.

J. dedit DD. antelmus Fticaud canonicus athanensis et doct. Paris. ff. praedicatoribus lugdunensibus — 1739

A PARIS,
Chez Hieroſme de Marnef, & Guillaume Cauellat,
au mont S. Hilaire, à l'enſeigne du Pelican.
156 .

2

Si vne ligne droicte eſt coupée comme on voudra, les rectangles contenus de toute la ligne, & d'vne chacune piece, ſont eſgaux au quarré de toute la ligne.

FORCADEL.

Car le quarré de la toute eſt eſgal aux rectangles de la toute, & d'vne chacune piece, par la ſecóde propoſition de ce liure, deſquels vn chacun eſt eſgal au quarré de l'vne des pieces & au rectangle des deux pieces par la precedente propoſition, doncques par la premiere commune ſentence le quarré de la toute eſt eſgal au quarrez des pieces, & au rectangle deux fois contenu des deux pieces: ou autrement le meſme aduiendra, ayant mené le diametre du quarré de la ligne diuiſée en la premiere ſor

3

Si vne ligne droicte eſt coupée comme on voudra : le rectangle contenu de la toute & de l'vne des pieces, eſt eſgal au rectangle contenu des pieces, & au quarré de ladicte piece.

COMMVNES SENTENCES.

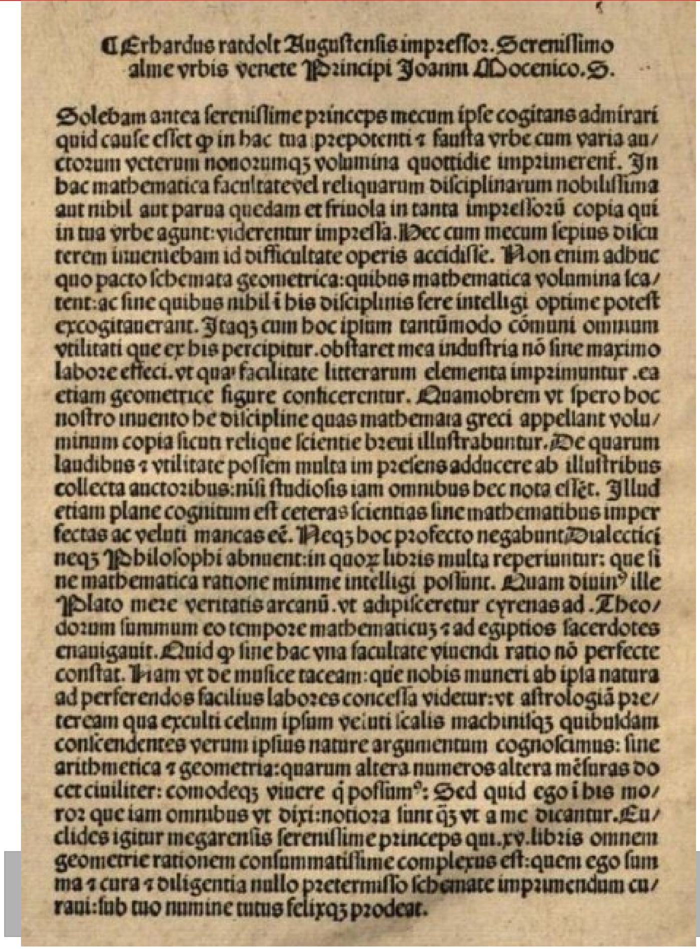
1

Les choſes eſgalles à vne, ſont eſgalles entre elles.

FORCADEL.

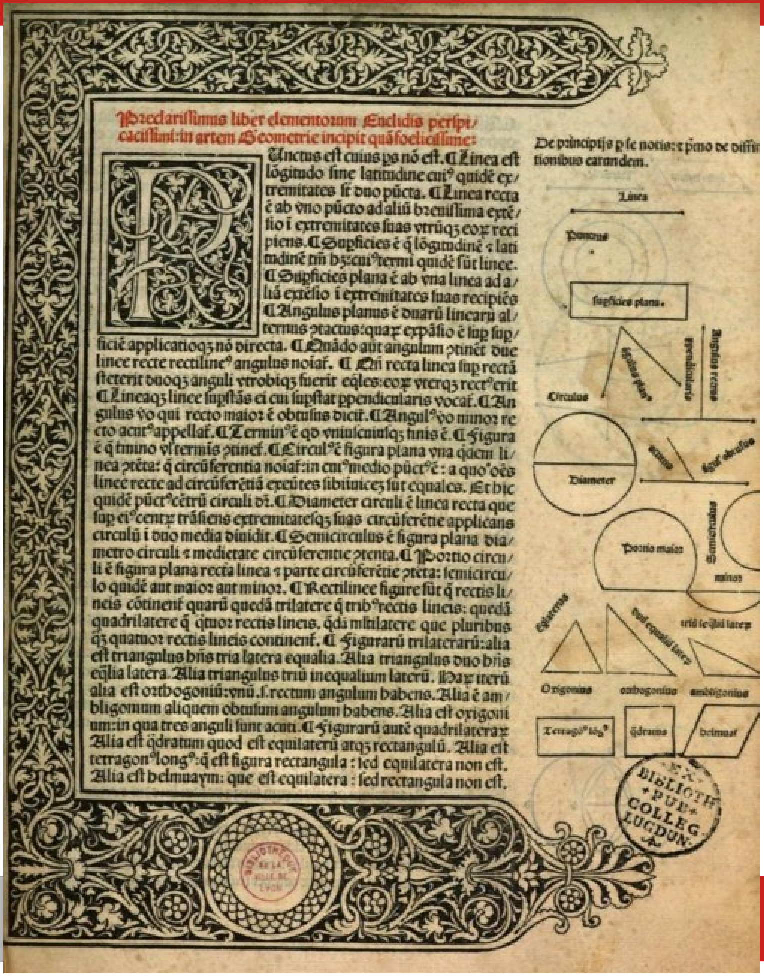
De trois grandeurs auſſi, la premiere eſtant eſgalle à la ſeconde, & la ſeconde à la troiſieſme, la premiere & la troiſieſme, ſeront eſgalles entre elles.

Premier Euclide imprimé, ed. Ratholt, Venise, 1482



Erhardus ratdolt Augustensis impressor. Serenissimo alme vrbis venete Principi Joanni Mocenico. S.

Solebam antea serenissime princeps mecum ipse cogitans admirari quid cause esset quod in hac tua prepotenti et fausta vrbe cum varia auctorum veterum nouorumque volumina quottidie imprimerentur. In hac mathematica facultate vel reliquarum disciplinarum nobilissima aut nihil aut parua quedam et friuola in tanta impressorum copia qui in tua vrbe agunt: viderentur impressa. Hec cum mecum sepius discuterem inueniebam id difficultate operis accidisse. Non enim adhuc quo pacto schemata geometrica: quibus mathematica volumina scatent: ac sine quibus nihil in his disciplinis fere intelligi optime potest excogitauerant. Itaque cum hoc ipsum tantummodo communi omnium vtilitati que ex his percipitur. obstaret mea industria non sine maximo labore effeci. vt qua facilitate litterarum elementa imprimuntur. ea etiam geometrice figure conficerentur. Quamobrem vt spero hoc nostro inuento he discipline quas mathemata greci appellant voluminum copia sicuti reliquae scientie breui illustrabuntur. De quarum laudibus et vtilitate possem multa im presens adducere ab illustribus collecta auctoribus: nisi studiosis iam omnibus hec nota essent. Illud etiam plane cognitum est ceteras scientias sine mathematibus imperfectas ac veluti mancas esse. Neque hoc profecto negabunt Dialectici neque Philosophi abnuent: in quorum libris multa reperiuntur: que sine mathematica ratione minime intelligi possunt. Quam diuinus ille Plato mere veritatis arcanum. vt adipisceretur cyrenas ad Theodorum summum eo tempore mathematicum et ad egiptios sacerdotes enauigauit. Quid quod sine hac vna facultate viuendi ratio non perfecte constat. Nam vt de musice taceam: que nobis muneri ab ipsa natura ad perferendos facilius labores concessa videtur: vt astrologiam preteream qua exculti celum ipsum veluti scalis machinisque quibusdam conscendentes verum ipsius nature argumentum cognoscimus: sine arithmetica et geometria: quarum altera numeros altera mensuras docet ciuiliter: comodeque viuere quam possumus: Sed quid ego in his moror que iam omnibus vt dixi: notiora sunt quam vt a me dicantur. Euclides igitur megarensis serenissime princeps qui. xv. libris omnem geometrie rationem consummatissime complexus est: quem ego summa et cura et diligentia nullo pretermisso schemate imprimendum curaui: sub tuo numine tutus felixque prodeat.

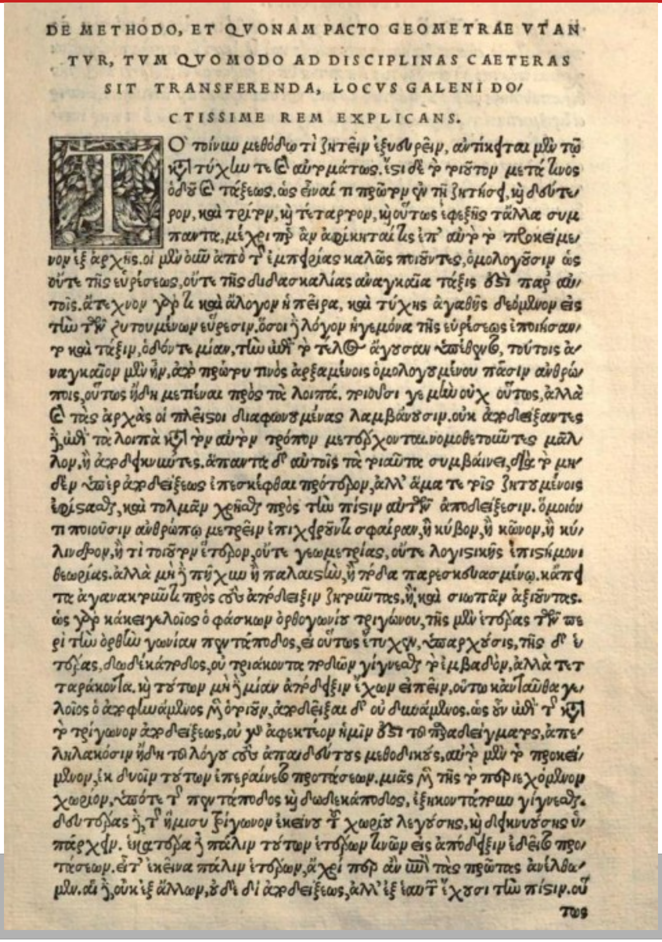


Preclarissimus liber elementorum Euclidis perspicacissimi: in artem Geometrie incipit quam foelicissime:

Punctus est cuius pars non est. Linea est longitudo sine latitudine cuius quidem extremitates sunt duo puncta. Linea recta est ab vno puncto ad alium breuissima extensio in extremitates suas vtrumque eorum recipiens. Superficies est que longitudinem et latitudinem tantum habet: cuius termini quidem sunt linee. Superficies plana est ab vna linea ad aliam extensio in extremitates suas recipiens. Angulus planus est duarum linearum alternus contactus: quarum expansio est super superficiem applicatioque non directa. Quando autem angulum continent due linee recte rectilineus angulus nominatur. Cum recta linea super rectam steterit duoque anguli vtrobique fuerint equales: eorum vterque rectus erit. Lineaque linee superstans ei cui superstat perpendicularis vocatur. Angulus vero qui recto maior est obtusus dicitur. Angulus vero minor recto acutus appellatur. Terminus est quod vniuscuiusque finis est. Figura est que termino vel terminis continetur. Circulus est figura plana vna quidem linea contenta: que circumferentia nominatur: in cuius medio punctus est: a quo omnes linee recte ad circumferentiam exeuntes sibiinuicem sunt equales. Et hic quidem punctus centrum circuli dicitur. Diameter circuli est linea recta que super eius centrum transiens extremitatesque suas circumferentie applicans circulum in duo media diuidit. Semicirculus est figura plana diametro circuli et medietate circumferentie contenta. Portio circuli est figura plana recta linea et parte circumferentie contenta: semicirculo quidem aut maior aut minor. Rectilinee figure sunt que rectis lineis continentur quarum quedam trilatere que tribus rectis lineis: quedam quadrilatere que quatuor rectis lineis. quedam multilatere que pluribus quam quatuor rectis lineis continentur. Figurarum trilaterarum: alia est triangulus habens tria latera equalia. Alia triangulus duo habens equalia latera. Alia triangulus trium inequalium laterum. Harum iterum alia est orthogonium: vnum scilicet rectum angulum habens. Alia est ambligonium aliquem obtusum angulum habens. Alia est oxigonium: in qua tres anguli sunt acuti. Figurarum autem quadrilaterarum Alia est quadratum quod est equilaterum atque rectangulum. Alia est tetragonus longus: que est figura rectangula: sed equilatera non est. Alia est helmuaym: que est equilatera: sed rectangula non est.

De principijs per se notis: et primo de diffinitionibus earundem.

Premier Euclide imprimé en grec, 1533



La méthode scientifique et le rôle des mathématiques, chez Galien, à propos des notions communes, axiomes etc.

Euclide : demandes (6) et axiomes (9) (Peyrard, 1816)

DEMANDES.

1. Conduire une droite d'un point quelconque à un point quelconque.
2. Prolonger indéfiniment, selon sa direction, une droite finie.
3. D'un point quelconque, et avec un intervalle quelconque, décrire une circonférence de cercle.
4. Tous les angles droits sont égaux entre eux.
5. Si une droite, tombant sur deux droites, fait les angles intérieurs du même côté plus petits que deux droits, ces droites, prolongées à l'infini, se rencontreront du côté où les angles sont plus petits que deux droits.
6. Deux droites ne renferment point un espace.

NOTIONS COMMUNES.

1. Les grandeurs égales à une même grandeur, sont égales entre elles.
2. Si à des grandeurs égales, on ajoute des grandeurs égales, les touts seront égaux.
3. Si de grandeurs égales, on retranche des grandeurs égales, les restes seront égaux.
4. Si à des grandeurs inégales, on ajoute des grandeurs égales, les touts seront inégaux.
5. Si de grandeurs inégales, on retranche des grandeurs égales, les restes seront inégaux.
6. Les grandeurs, qui sont doubles d'une même grandeur, sont égales entre elles.
7. Les grandeurs, qui sont les moitiés d'une même grandeur, sont égales entre elles.
8. Les grandeurs, qui s'adaptent entre elles, sont égales entre elles.
9. Le tout est plus grand que la partie.

Euclide : définitions, demandes, axiomes, propositions (1516)

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philosophi Mathematicorumq; facile principis: primum ex Campano, deinde ex Theone Græco commentatore, interprete Bartholomæo Zamberto Veneto, Geometricorum elementorum liber primus.

EX Campano: triplex principiorum genus. Primum. Diffinitiones.

1 Punctus: est cuius pars non est.

2 Linea: est longitudo sine latitudine.

3 Cuius quidem extremitates: sunt duo puncta.

4 Linea recta: est ab vno puncto ad alium breuissima extensio/in extremitates suas eos recipiens.

5 Superficies: est quæ longitudinē et latitudinem tantum/habet.

6 Cuius quidem termini: sunt lineæ.

Euclide : demandes (5) et axiomes (9) (Campanus 1516)

Secundum Petitiones.

¶ A quolibet puncto in quemlibet punctum: rectam lineam 1
ducere. atq; lineam definitam: in continuum rectumq;
quantumlibet protrahere.

¶ Super centrum quodlibet/quantumlibet occupãdo ſpaci- 2
um: circulum deſignare.

¶ Omnes rectos angulos: ſibiinuicem eſſe æquales. 3

¶ Si linea recta ſuper duas lineas rectas ceciderit/ duoq; an- 4
guli ex vna parte duobus rectis angulis minores fuerint:
iſtas duas lineas in eandem partem protractas proculdu-
bio coniunctum iri.

¶ Duas lineas rectas: ſuperficiem nullam concludere. 5

LIBER I. 4

¶ Tertium. Communes animi conceptiones.

1 ¶ Quæ vni & eidẽ ſunt æqualia: & ſibi inuicẽ ſunt æqualia.

2 ¶ Et ſi æqualibus æqualia addãtur: tota quoq; fient æqualia.

3 ¶ Et ſi ab ęqualibus ęqualia auferantur: quæ relinquuntur
erunt æqualia.

4 ¶ Et ſi ab inæqualibus æqualia demas: quæ relinquũtur erũt
inæqualia.

5 ¶ Et ſi inæqualibus æqualia addas: ipſa quoq; fiẽt inæqualia.

6 ¶ Si fuerint duę res vni duplices: ipſæ ſibiinuicem erunt æ-
quales

7 ¶ Si fuerint duæ res quarum vtraq; vnius eiuſdem fuerit di-
midium: vtraq; erit æqualis alteri.

8 ¶ Si aliqua res alicui ſuperponatur/ appliceturq; ei/ nec exce-
dat altera alteram: illæ ſibiinuicem erunt æquales.

9 ¶ Omne totum: eſt maius ſua parte.

Euclide : demandes (4) et axiomes (19) (Clavius 1574)

PETITIONES, SIVE POSTVLATA.

I.

POSTVLETVR, vt a quouis puncto in quoduis punctum, rectam lineam ducere concedatur.

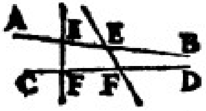
COMMVNES NOTIONES, ſiue Axiomata, quæ & Pronunciata dici ſolent, vel Dignitates.

I.

QVAE eidem æqualia, & inter ſe ſunt æqualia.

XI.

ET ſi in duas rectas lineas altera recta incidens, internos ad eaſdemq; partes angulos duobus rectis minores faciat, duæ illæ rectæ lineæ in infinitum productæ ſibi mutuo incident ad eas partes, vbi ſunt anguli duobus rectis minores.



VT ſi in duas lineas rectas A B, C D, incidens alia recta E F, faciat duos angulos internos, & ex eadẽ parte B E F,

Euclide : demandes (3) et axiomes (12) (Henrion, 1615)

PETITIONS OV DEMANDES.

1. D'vn poinct donné, à vn autre point mener vne ligne droicte.
2. Continuer infiniement vne ligne droicte donnee & terminee.
3. Deſcrire vn cercle de quelque centre & interual que ce ſoit.

Euclide ne ſe ſert en ces Elemẽs cy que de 2. ſortes de lignes ſimples, ſçauoir eſt de la droicte, & de la circulaire; la deſcri-

A iiij

COMMVNES SENTENCES.

1. Les choſes egales à vne meſme, ſont egales entr'elles.
2. Si a choſes egales, on adiouſte choſes egales, les toutz ſont egaux.
3. Si de choſes egales, on oſte choſes egales, les reſtes ſont egaux.
4. Si a choſes inegalles, on adiouſte choſes egalles, les touts ſont inegaux.
5. Si de choſes inegalles, on oſte choſes egales, les reſtes ſont inegaux.
6. Les choſes doubles d'vne autre ſont egalles entre elles.
7. Les choſes qui ſont moitiez d'vne meſme

Euclide : demandes (3) et axiomes (8) (Déchalle et Ozanam, 1778)

DEMANDES.

On demande qu'il ſoit permis :

Premiérement, de tirer une ligne droite d'un point quelconque à quelque autre point que l'on veuille ; & *par conſéquent*, de prolonger une ligne droite autant qu'on le veut.

Secondement, de décrire un cercle de quelque point que l'on veuille prendre pour centre, & avec quelque rayon que l'on veuille.

61. *Troiſiémement* enfin, de prendre indifféremment l'une pour l'autre, deux quantités égales.

AXIOMES.

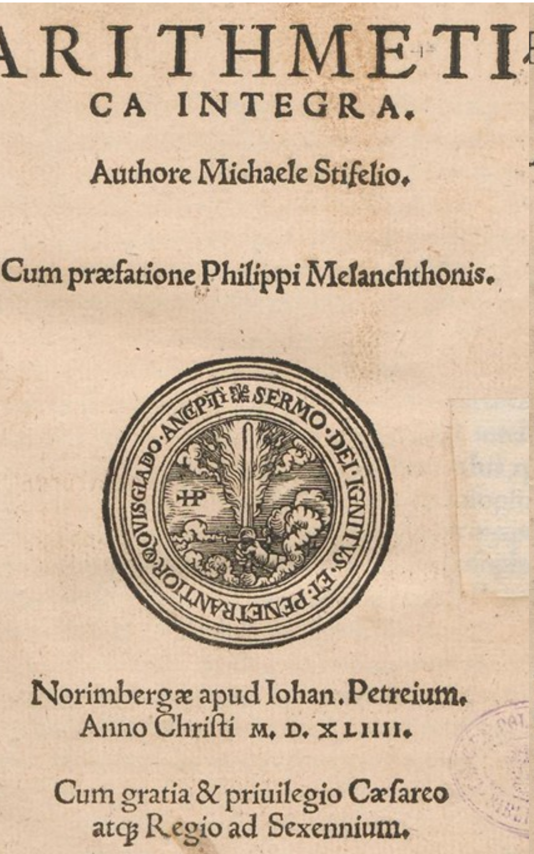
AXIOMES.

Les quantités qui ſont égales chacune à une même quantité, ſont égales entr'elles.

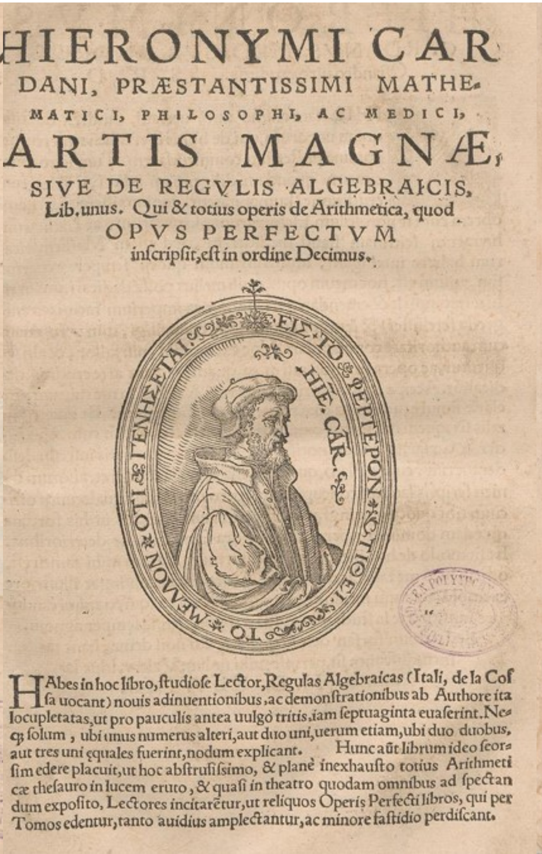
63. Les quantités égales étant ajoutées à des quantités égales, forment des ſommes égales.

64. Les quantités égales étant retranchées de quantités égales, laiſſent des reſtes égaux.

Bombelli (1572-1579) et Stevin (1585) sur les équations

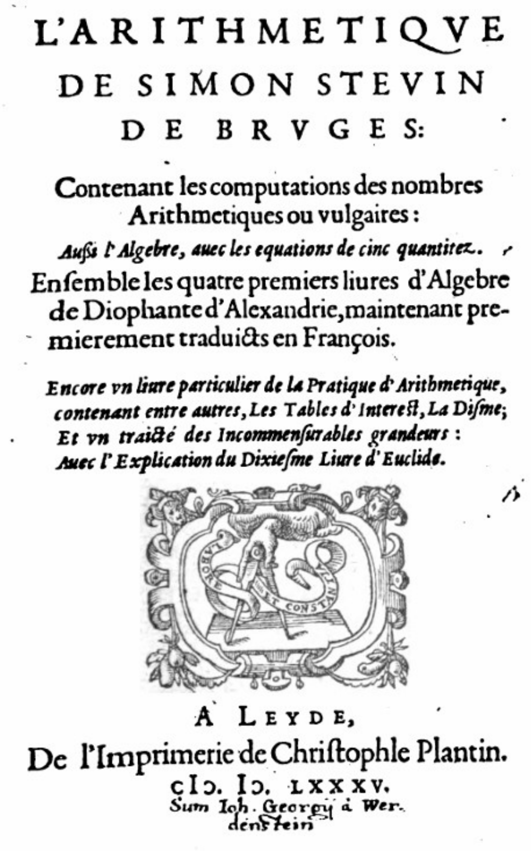

ARITHMETICA INTEGRA.
Authore Michaele Stifelio.
Cum præfatione Philippi Melanchthonis.

Norimbergæ apud Iohan. Petreium.
Anno Christi M. D. XLIIII.
Cum gratia & priuilegio Cæsareo
atq; Regio ad Sexennium.


HIERONYMI CARDANI, PRÆSTANTISSIMI MATHEMATICI, PHILOSOPHI, AC MEDICI,
ARTIS MAGNÆ,
SIVE DE REGVLIS ALGEBRAICIS,
Lib. unus. Qui & totius operis de Arithmetica, quod
OPVS PERFECTVM
inscripsit, est in ordine Decimus.

Habes in hoc libro, studiose Lector, Regulas Algebraicas (Itali, de la Cosa uocant) nouis adinuentionibus, ac demonstrationibus ab Authore ita locupletatas, ut pro pauculis antea uulgò tritis, iam septuaginta euaserint. Neq; solum, ubi unus numerus alteri, aut duo uni, uerum etiam, ubi duo duobus, aut tres uni æquales fuerint, nodum explicant. Hunc aūt librum ideo seorsim edere placuit, ut hoc abstrusissimo, & planè inexhausto totius Arithmeticæ thesauro in lucem eruto, & quasi in theatro quodam omnibus ad spectandum exposito, Lectores incitarētur, ut reliquos Operis Perfecti libros, qui per Tomos edentur, tanto auidius amplectantur, ac minore fastidio perdiscant.


L'ALGEBRA
OPERA
Di RAFAEL BOMBELLI da Bologna
Diuisa in tre Libri.
Con la quale ciascuno da se potrà venire in perfetta cognitione della teorica dell'Arimetica.
Con vna Tauola copiosa delle materie, che in essa si contengono.
Posta hora in luce à beneficio delli studiosi di detta professione.
IN BOLOGNA,
Per Giouanni Rossi. MDLXXIX.
Con licenza de' Superiori.


L'ARITHMETIQVE
DE SIMON STEVIN
DE BRVGES:
Contenant les computations des nombres Arithmetiques ou vulgaires:
Aussi l'Algebre, auec les equations de cinc quantitez.
Ensemble les quatre premiers liures d'Algebre de Diophante d'Alexandrie, maintenant premierement traduicts en François.
Encore vn liure particulier de la Pratique d'Arithmetique, contenant entre autres, Les Tables d'Interest, La Disme; Et vn traicté des Incommensurables grandeurs: Auec l'Explication du Dixiesme Liure d'Euclide.
A LEYDE,
De l'Imprimerie de Christophle Plantin.
CIↃ. IↃ. LXXXV.
Sum Ioh. Georgij à Werdenstein

Equation de degré 2 : Typologie

PROBLEME LXVIII.

Estant donnez trois termes, deſquels le premier ②, le ſecond ① ◎, le troiſieſme nombre algebraique quelconque: Trouuer leur quatrieſme terme proportionel.

Nota. Le binomie du ſecond terme donné de ce probleme ſe peut rencontrer en trois differences à ſçauoir :

① + ◎.
— ① + ◎.
① — ◎.

Deſquelles les autres en donnent trois diuerſes operations, auſquels Michel Stiffle à accommodé ce mot *Amaſias.* & Cardane liure 10 chap. 5 ce carme,

Querna, dabis. Nuquer, admi. Requan, Minue dami.

PREMIERE DIFFERENCE DE SECOND TERME ① + ◎.

Explication du donné. Soient donnez trois termes ſelon le probleme tels: le premier 1 ②, le ſecond 4 ① + 12, le troiſieſme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur quatrieſme terme proportionel.

Conſtruction.

La moitie de 4 (des 4 ①) eſt	2
Son quarré	4
Au meſme aiouſté le ◎ donné qui eſt	12
Donne ſomme	16
Sa racine quarrée	4
A la meſme aiouſté 2 premier en l'ordre faict	6

Ie di que 6 eſt le quatrieſme terme proportionel requis. *Demonſtration Arithmetique.* Puis que nous diſons 1 ① valoir 6, doncques par le 66 probleme, 1 ② vaudra 36, & 4 ① + 12 vaudront auſſi 36; Parquoi mettons ſoubs chaſcun terme ſa valeur en ceſte ſorte:

1 ②.	4 ① + 12.	1 ①.	6.
36.	36.	6.	6.

Et appert que 6 eſt leur quatrieſme terme proportionel.

Equation de degré 2 : le gnomon

Autre demonſtration geometrique.

Soit deſcript le quarré A B C D, denotant 1 ②; doncques ſon coſté B C (lequel prouuerons valoir 6, à la fin de la demonſtration) ſera 1 ①, car multipliant 1 ① en ſoi, faict 1 ②. Puis ſoit menée la ligne E F, parallele auec A D, & ſoit A E 4; Ergo le rectangle A F (veu que A D eſt 1 ①) ſera 4 ①. Or puis que tout le quarré A B C D, qui eſt 1 ②, eſt egal à 4 ① + 12, & que le rectangle A F faict 4 ①, le rectangle E C ſera 12.

Doncques les trois termes donnez en nombres, nous les auons ici en grandeurs, à ſçauoir A B C D 1 ②, egale à A F 4 ① + E C 12; Et B C eſt la 1 ①. Or faiſons maintenant la conſtruction par ces grandeurs, ſemblable à la precedente des nombres eſt ceſte ſorte:

La moitie de A E 4, qui eſt G E eſt	2
Son quarré G E H I	4
Au meſme aiouſte le ⓞ donné c'eſt à dire E C	12
Dóne ſomme, pour le gnomon HIGBCF, ou pour le quarré G B K L (qui eſt egal audict gnomon)	16
Sa racine B K	4
A la meſme aiouſté G E 2 premier en l'ordre, ou en ſon lieu K C (car K C eſt egal à G E) faict pour B C	6

Ce qu'il falloit demonſtrer.

Equation de degré 3 et racines négatives comparaison Bombelli / Stevin

Capitolo di Cubo, & Tanti eguale à Numero.

Agguaglisi 1 $\overset{3}{\smile}$ p.6 $\overset{1}{\smile}$ à 20, piglisi il terzo delli Tan
ti, ch'è 2, cubisi fa 8, aggionghisi à 100. quadrato del
mezzo del numero, fà 108, e di questo si pigli il lato, che
sarà R.q.108, ed'à questo si aggionghi 10, ch'è il mez-
zo del numero; fa R.q.108.p.10, che pigliatone il lato
cubico sarà R.c.L R.q.108.p.10 ⌋, e di questo se ne ca
ua il suo residuo; ch'è R.c.LR.q.108.m.10.⌋ ed'il restan
te sarà R.c.LR.q.108.p.10 ⌋.m.R.c.LR.q.108.m.10 ⌋,
e questo sarà la ualuta del Tanto, & perche R.c.LR.q.
108.p.10.⌋ hà lato cubico, ch'è R.q.3.p.1, e cosi R.c.
LR.q.108.m.10 ⌋ è R.q.3.m.1, che cauato di R.q.3.
p.1, resta 2, & 2. uale il Tanto, e questa equatione si ca-
ua dal dire. Trouami dui numeri, che moltiplicati l'uno
uia l'altro faccino 2 terza parte delli Tanti, e che il cu-
bato dell'uno cauato del cubato dell'altro, resti 20. cioè
il numero, ch'era eguale à 1 $\overset{3}{\smile}$ p.6. $\overset{1}{\smile}$. Pongasi l'uno di

detti numeri essere 1 $\overset{1}{\smile}$, l'altro sarà 2.esimo d'1 $\overset{1}{\smile}$, che
moltiplicati l'uno uia l'altro fanno 2. Hora piglisi il cu
bato di ciascuno da se, fanno 1 $\overset{3}{\smile}$, e 8.esimo d'1 $\overset{3}{\smile}$, che
cauato 8.esimo d'1 $\overset{3}{\smile}$ d'1 $\overset{3}{\smile}$, resta 1 $\overset{6}{\smile}$ m.8. esimo d'1
$\overset{3}{\smile}$, e questo è eguale à 20, leuisi il rotto, e si hauerà 1 $\overset{6}{\smile}$
m.8. eguale à 20 $\overset{3}{\smile}$ (Seguitisi il Capitolo (come fù in
segnato à suo luogo) che il Tanto ualerà R.c.L R.q.108
p.10 ⌋, e questo è la valuta del Tanto, che sarà uno del
li due numeri, che si domandauano, e per trouar l'altro
partasi 2, per la ualuta del Tanto, cioè per R.c.L R.q.
108.p.10 ⌋.(come fù insegnato nel pri.lib.) ne uerrà R.
c.L R.q.108.m.10 ⌋, e questi sono li due numeri, cioe
R.c.L.R.q.108.p.10.⌋ e R.c.LR.q.108.m.10,⌋ che mol-

Equation de degré 3 et racines négatives comparaison Bombelli / Stevin

PROBLEME LXIX.

Eſtant donnez trois termes, deſquels le premier ③, le ſecond ① ⓪, le troiſieſme nombre algebraique quelconque: Trouuer leur quatrieſme terme proportionel.

① + ⓪	NOTA. Le binomie du ſecond terme donné de ce probleme, ſe peut rencontrer en trois differences, à ſçauoir:
— ① + ⓪	
① — ⓪	

Leſquelles trois differences nous declaiterons ſepareement.

PREMIERE DIFFERENCE DE SECOND TERME ① + ⓪.

Explication du donné. Soient donnez trois termes ſelon le probleme tels: le premier 1 ③, le ſecond 6 ① + 40, le troiſieſme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur quatrieſme terme proportionel.

Conſtruction.

Le quarré de la moitie de 40 donné, eſt 400

Du meſme ſoubſtraict le cube de 2 (tiers de 6 de 6 ①) qui eſt 8 reſte 392, ſa racine √ 392, qui aiouſtée à 20, moitie des 40 donnez faict 20 + √ 392

Sa racine cubique eſt √ ③ bino. 20 + √ 392

A laquelle aiouſté ſon reſpondant binomie diſioinct comme √ ③ bino. 20 — √ 392

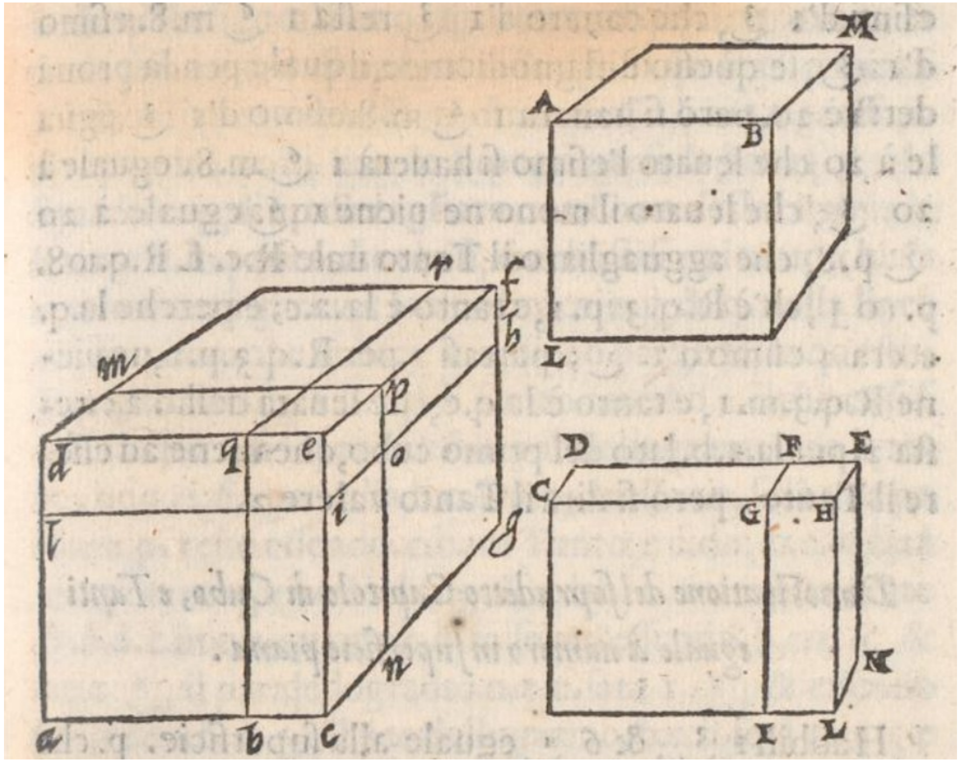
Donne ſomme √ ③ bino. 20 + √ 392 + √ ③ bino. 20 — √ 392

Laquelle ie di eſtre le quatrieſme terme proportionel requis. *Demonſtration Arithmetique.* Si la conuerſion du multinomie de ceſte ſolution en nombre Arih. fuſt legitimemét inuentée (quand il ſera poſſible cõme ici) ce ſeroit ſinguliere inuention, ſeruant autant aux problemes ſuiuans, comme à ceſtui ci; & le trouuerions valoir 4, par lequel nous pouuons faire demonſtration, mettant ſoubs chaſcun terme ſa valeur en ceſte ſorte:

1 ③.	6 ① + 40.	1 ①.	4.
64.	64.	4.	4.

Et appert que 4 eſt leur quatrieſme terme proportionel.

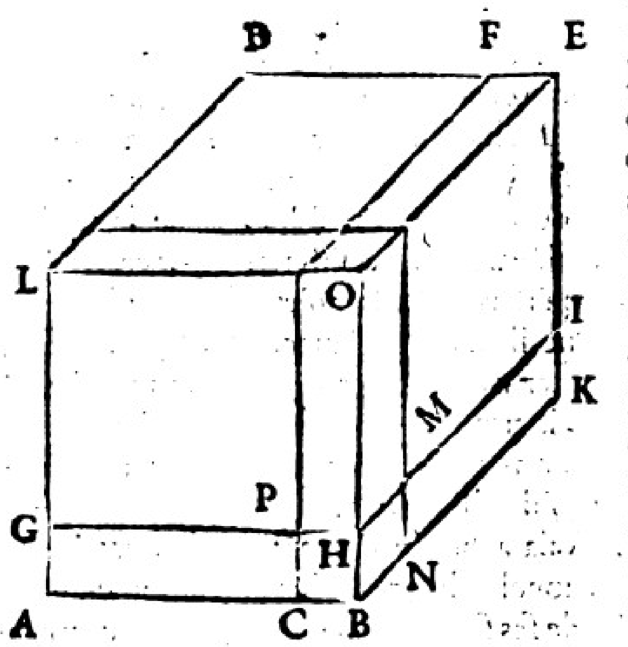
Equation de degré 3
comparaison Bombelli / Stevin



THEOREME.

SI on coupe vne ligne droicte en lieu quelconque, le cube de toute la ligne, ſera egal aux deux cubes, des parties, & troiſfois le ſolide rectangle, contenu ſoubz les deux parties, & toute la ligne.

Explication du donné. Soit la ligne droicte A B coupée ou que ce ſoit en C. *Explication du requis.* Il faut demonſtrer que le cube, de la A B, eſt egal, aux deux cubes de A C, & C B, & troiſfois le ſolide rectangle, contenu ſoubs A C, & C B & A B.



Equation de degré 3 et les premiers « nombres complexes »

me ſi uedrà ne gli dui eſſempij ſeguenti.
Agguagliſi 1 $\overset{3}{\smile}$ p.6.à 9. $\overset{1}{\smile}$, che mettendo il numero
dalla parte delli Tanti ſi hauerà 1 $\overset{3}{\smile}$ eguale à 9 $\overset{1}{\smile}$ p. 6,
e queſto capitolo non ſi può agguagliare ſe non con il
p. di m, che tolto il quadrato del mezzo del numero,
ch'è 9, e cauatene 27. cubo del terzo delli Tanti, reſta
m. 18, e di queſto toltene il lato, e aggionto, e cauato
della metà del numero, fa 3. p. di m. R.q. 8. e 3. m. di
m. R. q. 18, che di ciaſcuno toltene il lato cubo, e ag-
gionti inſieme, fa R.c.L.3.p.di m.R.q.18.⅃ p.R.c.L.3.
m.di m.R.q.18.⅃, e queſto ſi deue quadrare, fa 6. p. R.
c.L.m.9.p.di m.R.648.⅃ p.R.c.L.m. 9. m. di m. R. q.
648.⅃, e di queſto ſi caua 9. nu. delli Tanti, reſta R.c.
L.m.9.p.di m.R.q.648.⅃ p.R.c.L.R. q. m. di m. R. q.
648.⅃ m.3, poi piglisſi il quarto di 6.p.R.c.L.m.9.p. di
m.R.q.648.⅃ p.R.c.L.m.9.m.di m.R.q.648.⅃, ne uie-

ne 1 $\frac{1}{2}$ p. R.c. L m. $\frac{9}{64}$ p. di m. R.q. $\frac{648}{4096}$ ⅃ p. R. c.
L m. $\frac{9}{64}$ m. di m. R.q. $\frac{648}{4096}$, e di queſto ſi caua R.c.
L m.9.p. di m.R.q.648 ⅃ p. R. c. L m. 9. m. di m.R.
q.648 ⅃. m.3, reſta 4 $\frac{1}{2}$ m. R. c. L m. $\frac{243}{64}$ p. di m.R.q.
$\frac{59049}{512}$ ⅃. m. R. c. L m. $\frac{243}{64}$ m. di m. R. q. $\frac{59049}{512}$ ⅃,
e di tutto queſto reſtante ſi pigli il lato quadrato il qua
le ſi aggionge con R. c. L $\frac{3}{8}$ p. di m. R. q. $\frac{9}{32}$ ⅃ p. R. q.
L $\frac{3}{8}$ m. di m. R.q. $\frac{9}{32}$ ⅃ metà di R. c. L 3. p. di m. R. q.
18 ⅃ p. R. c. L 3.m.di m. R.q. 18 ⅃, e la ſomma ſarà la
valuta del Tanto.

Equation de degré 3 et racines négatives comparaison Bombelli / Stevin

DE L'IMPERFECTION QV'IL Y A
EN CESTE PREMIERE DIFFERENCE.

Il auient en aucuns exemples de ceſte difference, que le quarré de la moitie du ⓪ donné, ſera moindre que le cube du tiers du nombre de multitude de ① donnée; D'ou ſ'enſuit que le meſme cube, ne ſe pourra ſoubſtraire d'iceluy quarré, comme veut la reigle de la precedente conſtruction; de ſorte que ceſte premiere difference (enſemble aucuns exemples des problemes ſuiuans, qui ſe conuertiſſent en icelle) eſt encore imparfaicte. Rafael Bombelle la ſolue par diction de *plus de moins* & *moins de moins* en ceſte ſorte: Soient les

trois termes donnez, deſquels on requiert le quatrieſme proportionel, tels: le premier 1 ③, le ſecond 30 ① + 36, le troiſieſme 1 ①.

Conſtruction ſemblable à la precedente.

Le quarré de la moitie de 36 donné eſt 324
Du meſme ſoubſtraict le cube de 10 (tiers de 36 des 30 ① données) qui eſt 1000, reſte − 676, ſa racine + de − 26, qui aiouſté à 18, moitie des 36 faict 18 + de − 26
Sa racine cubique √ ③ *bino.* 18 + de − 26
A laquelle aiouſté ſon reſpondant binomie disioinct, comme √ ③ *bino.* 18 − de − 26
Donne ſomme & ſolution √ ③ *bino.* 18 + de − 26 + √ ③ *bino.* 18 − de − 26.

Or ſi par les nombres de ceſte ſolution, l'on ſceuſt approcher infinement à 6 (car ils vallent preciſement autant) comme on faict par les nombres de la ſolution du precedent premier exemple, certes ceſte difference ſeroit en ſa deſirée parfection.

Bibliographie

Bernard Vitrac, « Structure et genèse des Éléments d'Euclide », 2008, hal-00454108

Différentes approches vues

Histoire sociale : métiers, institutions

Histoire culturelle : représentations et rôle des mathématiques dans un groupe social

Histoire de longue durée : on prend un sujet relativement restreint que l'on peut suivre sur plusieurs décennies / siècles (par exemple, le nombre)

Histoire locale / micro-histoire : on regarde un contexte très précis pour explorer à fond de nombreuses dimensions d'un sujet

Histoire matérielle : imprimerie, techniques etc.

Histoire des textes : les différentes éditions, les commentaires, les usages, les publics d'un livre, d'un manuel etc.

Histoire des idées, histoire conceptuelle, histoire intellectuelle : on étudie le contenu des philosophies / sciences / mathématiques