PHYSIQUE 1

MÉCANIQUE DU POINT MATÉRIEL

Cours et Exercices Résolus

*Table des Matières*

***Avant-propos*** ………………………………………………...………………………. *07*

***Programme de Physique 1*** ……………………………...………………...………… *08*

***Syllabus*** …………………………….……………………...………………………… *09*

*Chapitre 01 : Equations aux dimensions*

* 1. Analyse Dimensionnelle …………………………………………….………...… *10*
  2. Unités de base …………………………….…………………………………...… *10*
  3. Equations aux dimensions ……………….…………………………….………… *10*
  4. Dimension d’une grandeur physique ………..….…...…………………………… *10*

Enoncés des exercices ………………………………..………………..………...…... *12*

Solutions des exercices ………………………………………………..………...…... *13*

*Chapitre 02 : Vecteurs et Systèmes des coordonnées*

* 1. Vecteurs .…………………..……………………………………...……………… *17*
     1. Définition d’un vecteur ...…………………………...…..……………………... *17*
     2. [Vecteur unitaire …………………..……………….…..………………………. *17*](#_TOC_250052)
     3. [Opérations sur les vecteurs …………………………………………………..… *17*](#_TOC_250051)
     4. [Lois de l’algèbre linéaire ……………………………………………………… *18*](#_TOC_250050)
     5. [Projection orthogonale …………………………………………………...…… *18*](#_TOC_250049)
     6. [Composantes d’un vecteur dans un repère orthonormé ……………………..… *19*](#_TOC_250048)
     7. [Produit scalaire .…………………………………………………………..….... *19*](#_TOC_250047)
     8. [Produit vectoriel ……………………………………………………………… *20*](#_TOC_250046)
     9. [Produit mixte et double produit vectoriel…..…………………………...……… *20*](#_TOC_250045)
     10. [Dérivés des vecteurs ………………………..………………………………… *21*](#_TOC_250044)
     11. [Moment d’un vecteur par rapport à un point ...…………………………….… *21*](#_TOC_250043)
     12. [Moment d’un vecteur par rapport à un axe ………………………………..… *22*](#_TOC_250042)
     13. [Gradient, divergence et rotationnel ……………………………………..…… *22*](#_TOC_250041)
  2. Systèmes des coordonnées ……………..…………………………………..…… *23*
     1. [Coordonnées cartésiennes …………………………………………………….. *23*](#_TOC_250040)
     2. [Coordonnées polaires …………………………………………………….…… *24*](#_TOC_250039)
     3. [Coordonnées cylindriques …………………………………………………..…. *24*](#_TOC_250038)

[2.3.4 Coordonnées sphériques …………………………..…………………………… *25*](#_TOC_250037)

Enoncés des exercices ……………………………..………………..…………..…… *27*

Solutions des exercices …………………………..………………..…………..……..

30

*Chapitre 03 : Cinématique du point matériel*

* 1. Définitions générales …………………………………………………………… *40*
     1. [Cinématique …………………………………………………......…………..… *40*](#_TOC_250036)
     2. [Repère ……………………………………………………………....……….… *40*](#_TOC_250035)
     3. [Référentiel …………………………………………………………………… *40*](#_TOC_250034)
     4. [Point matériel …………………………………………………………..……… *40*](#_TOC_250033)
     5. [Trajectoire ………………………………………………………......……….… *40*](#_TOC_250032)
  2. [Cinématique sans changement de référentiel ……...……………..…….………... *40*](#_TOC_250031)
     1. Expressions de vecteurs position, vitesse et accélération .…………….……… *40*
        1. En système des coordonnées cartésiennes de la base cartésienne …………… *40*
        2. En système des coordonnées polaires de la base polaire ………………….… *41*
        3. En système des coordonnées cylindriques de la base cylindrique ………...… *41*
        4. En système des coordonnées sphériques de la base sphérique ……………… *42*
        5. En coordonnées intrinsèques de la base de SERRET-FRENET ………….…. *42*
  3. Mouvements rectilignes ………………………………………………..………... *43*
  4. Mouvements circulaires …………………………………………………………. *44*
  5. [Cinématique avec changement de référentiel …………………………………… *44*](#_TOC_250030)
     1. [Mouvements absolu et relatif ………………………......………………...……. *44*](#_TOC_250029)
     2. [Théorème de composition des vitesses ……………………………………...… *45*](#_TOC_250028)
     3. [Théorème de composition des accélérations ………………………….……..… *46*](#_TOC_250027)

Enoncés des exercices …………...……………….....……....……………..………… *47*

Solutions des exercices ………...……………….....……....……………..………….. *53*

*Chapitre 04 : Dynamique du point matériel*

* 1. Définition ………………………………………………….…………………….. *69*
  2. [Référentiel Galiléen ou d’inertie ……………..………………………….……… *69*](#_TOC_250026)
  3. [Lois de Newton …………………………………………………………...…...… *69*](#_TOC_250025)
  4. [Quantité de mouvement ………………………………………………..……...… *69*](#_TOC_250024)
  5. [Principe fondamental de la dynamique (P.F.D) ……………..…………..………. *69*](#_TOC_250023)
  6. [Types des forces dans la nature ……………………………………………..…… *70*](#_TOC_250022)
     1. [Forces à distance ……………………………………………………………… *70*](#_TOC_250021)
     2. [Forces de contact ................................................................................................. *70*](#_TOC_250020)
  7. [Moment cinétique ………………………………………………………….......… *71*](#_TOC_250019)
     1. [Moment d’une force par rapport à un point ………................................……… *71*](#_TOC_250018)
     2. Moment d’un vecteur par rapport à un axe ……………………………….....… *71*
     3. [Moment cinétique par rapport à un point fixe ……………………………….… *72*](#_TOC_250017)
     4. [Théorème du moment cinétique ………………………………………..…….... *72*](#_TOC_250016)

Enoncés des exercices …………………………………………………………......… *73*

Solutions des exercices ………………………………..…………………………...... *78*

*Chapitre 05 : Travail et Energie*

* 1. Travail d’une force ……………………………………………………………… *92*
     1. [Travail d’une force constante …………………………………..……………… *92*](#_TOC_250015)
     2. [Travail d’une force variable – travail élémentaire …………………………..… *92*](#_TOC_250014)
  2. [Puissance instantanée d’une force ……………………………………………… *92*](#_TOC_250013)
  3. [Forces conservatives et non conservatives ………………………………….…… *92*](#_TOC_250012)
  4. [Energie ……………………………………………………………………..….… *92*](#_TOC_250011)
     1. [Energie cinétique …………………………………………………………….… *92*](#_TOC_250010)
     2. [Energie potentielle ………………………………………………………….... *92*](#_TOC_250009)
     3. [Énergie mécanique ……………………………………………...……………... *93*](#_TOC_250008)
     4. [Théorème de l’énergie cinétique ………………………………………….…… *93*](#_TOC_250007)
  5. [Impulsion ………………………………………………………….……………... *93*](#_TOC_250006)
  6. [Centre d’inertie d’un solide …………………………………………….………... *93*](#_TOC_250005)
  7. [Moment d’inertie ………………………………………………….……………... *94*](#_TOC_250004)
     1. [Moment d’inertie d’un point matériel …………………….………………….... *94*](#_TOC_250003)
     2. [Moment d’inertie d’un solide indéformable …………………………………... *94*](#_TOC_250002)
     3. [Moment d’inertie par rapport à un axe de symétrie ……….…………………... *94*](#_TOC_250001)
     4. [Théorème d’Huygens ……………………………………………………...…... *94*](#_TOC_250000)

Enoncés des exercices ………………..…………………...…………..……………... *95*

Solutions des exercices ………………..…………………...…………..……………. *99*

Références *112*

Avant*–*propos

Le présent manuscrit sur la mécanique de point est destiné principalement aux étudiants de la première année du système LMD des licences en sciences et techniques (ST) et en sciences de la matière (SM), Ainsi qu’aux étudiants de la première année des filières techniques.

Ce document répond au programme officiel du module « Physique 1 » enseigné en première année LMD des filières citées précédemment.

Ce manuel regroupe l’ensemble des rappels de cours avec des exercices et

des problèmes avec solutions.

Ce manuscrit contient cinq chapitres : Le premier porte sur les équations aux dimensions. Des rappels mathématiques et des notions sur les vecteurs et sur les différents systèmes des coordonnées sont présentés dans le deuxième chapitre. Le troisième chapitre traite de la cinématique du point matériel avec et sans changement de référentiel. La dynamique du point matériel est présentée au quatrième chapitre. Finalement, le cinquième chapitre est consacré au travail et à l’énergie.

A la fin de chaque chapitre, nous proposons des exercices avec leurs solutions détaillées.

Enfin, nous espérons que ce manuscrit sera bénéfique pour les étudiants de première année ST et SM.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **DOMAINE SCIENCES ET TECHNOLOGIE** | **PROGRAMME "Physique1"** | **1ère ANNEE SOCLE COMMUN** |
| Volume horaire semestriel 67h30min Volume horaire hebdomadaire 4h30min  (3h cours et 1h30 min TD)  Semestre 1 (15 semaines) | Coef : 03  Crédits : 06 |

|  |  |
| --- | --- |
| **Programme** | **Nombre de Semaines** |
| **Rappels mathématiques :**  1‐ Les équations aux dimensions 2‐ Calcul vectoriel | 02 |
| **Chapitre I. Cinématique :**  1‐ Vecteur-position dans les systèmes de coordonnées (cartésiennes, cylindrique, sphérique, curviligne) – loi de mouvement – Trajectoire  2‐ Vitesse et accélération dans les systèmes de coordonnées.  3‐ Applications : Mouvement du point matériel dans les différents systèmes de coordonnées.  4‐ Mouvement relatif. | 05 |
| **Chapitre II. Dynamique :**  1‐ Généralité : Masse ‐ Force ‐ Moment de force – Référentiel Absolu et Galiléen.  2‐ Les lois de Newton.  3‐ Principe de la conservation de la quantité de mouvement. 4‐ Equation différentielle du mouvement.  5‐ Moment cinétique.  6‐ Applications de la loi fondamentale pour des forces (constante, dépendant du temps, dépendant de la vitesse, force centrale, etc). | 04 |
| **Chapitre III. Travail et énergie :**  1‐ Travail d’une force. 2‐ Energie cinétique.  3‐ Energie potentiel – Exemples de l’énergie potentielle (pesanteur, gravitationnelle, élastique).  4‐ Forces conservatives et non conservatives ‐ Théorème de l’énergie  totale. | 04 |

# Syllabus

Physique 1 (Mécanique du Point Matériel) Domaine de formation Sciences et Techniques (ST)

***Objectifs :***

La mécanique est une discipline des mathématiques. Mais, c’est aussi une approche de la physique qui mène vers la science de la matière, car c’est par excellence la science de base. De ce fait, elle appartient à tous. Sa richesse est d’être aussi bien théorique et formelle que physique et sensible. C’est dans cet esprit que nous cherchons dans ce recueil à éloigner la mécanique des rivages du formel, en nous appliquant à rendre, le plus tangible possible, des principes d’usage universel, qui ont nécessairement une expression abstraite, mais dont, précisément, l’aspect forme, s’il devient irréel, rebute des étudiants qui sont souvent mal à l’aise pour aller du général vers le particulier, mais sont habiles à la démarche inverse.

***Objectif final du cours :***

La mécanique que nous voulons enseigner est très modeste dans son contenu et la moins formelle possible, sans renoncer à l’abstraction nécessaire. Elle peut permettre une utilisation, dans un domaine quelconque des sciences physiques, de principes universels. Elle a été volontairement limitée à un aspect classique sans quantification ni relativité, parce que nous pensons que le contenu si riche qui serait apporté par ces visions des choses ne pourrait être valablement que par un étudiant qui n’aurait pas digéré d’abord les choses simples que nous avons intégré dans ce cours. Ainsi, nous incitons l’apprenant à manipuler les cas particuliers en résolvant les exercices proposés dans ce manuscrit.

***Objectifs intermédiaires et programme :***

1. Les équations aux dimensions, les vecteurs.
2. Rappels mathématiques et repérage des évènements.
3. Cinématique du point : Mouvement rectiligne, mouvement dans l’espace, étude des mouvements particuliers, étude des mouvements dans différents systèmes (cartésiennes, polaires, cylindriques et sphériques), mouvement relatif.
4. Dynamique du point : le principe d’inertie et les référentiels galiléens, principe de la conservation de la quantité de mouvement, définition Newtonienne de la force, lois de force.
5. Travail et énergie dans le cas d’un point matériel : énergie cinétique, énergie potentielle de gravitation et élastique, champs de forces.



7

|  |  |
| --- | --- |
| Unité de longueur : le mètre (*m*) | Unité d’intensité électrique : l’ampère (*A*) |
| Unité de masse : le kilogramme (*kg*) | Unité de température : le kelvin (*K*) |
| Unité du temps : la seconde (*s*) | Unité d’intensité lumineuse : la candela (*cd*) |
| Unité de quantité de la matière : la mole (*mol*) | |

***Tableau 1.1 :*** *Les unités de bases*

#### Equations aux dimensions

L’équation aux dimensions est celle qui ; relie la dimension d’une grandeur dérivée à aux sept grandeurs de base. Dans une équation aux dimensions, la dimension de la grandeur dérivée G est couramment notée [G].

#### Dimension d’une grandeur physique

La dimension d’une grandeur physique est définie par une expression de la forme :

[G] = L*a* T*b* M*c* I*d* Ne  *f* J *g*

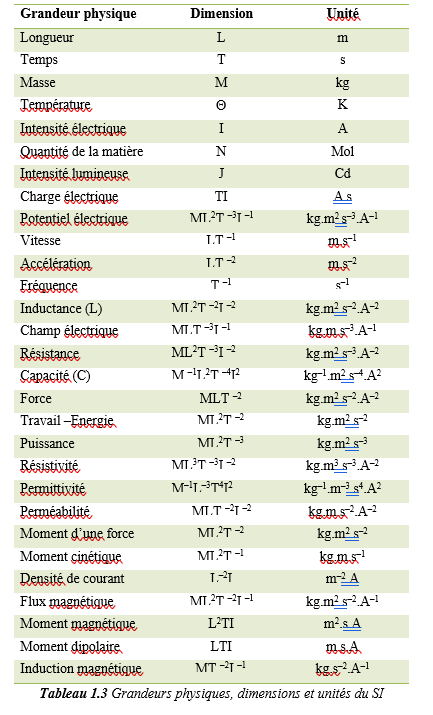
Où : *a, b, c, d, e, f, g* sont des entiers relatifs.

Le tableau 1.2 ci-dessus récapitulé les grandeurs physiques de base et leurs dimensions.

|  |  |
| --- | --- |
| Grandeur physique | Dimension |
| Longueur | L |
| Temps | T |
| Masse | M |
| Température |  |
| Intensité électrique | I |
| Quantité de la matière | N |
| Intensité lumineuse | J |

***Tableau 1.2 :*** *Grandeurs de base et dimensions du SI*

On peut exprimer n’importe quelle unité en fonction des unités de base (*Tableau 1.3*).

******

***Tableau 1.3*** *Grandeurs physiques, dimensions et unités du SI*



Enoncés des exercices

**Exercice 1**

Donner la dimension des grandeurs physiques suivantes :

|  |  |
| --- | --- |
| 1/ L’énergie cinétique *Ec* | 4/ La résistivité électrique  |
| 2/ La puissance électrique *P* | 5/ La constante *R* d’un gaz parfait |
| 3/ La pression *P* d’un gaz | 6/ La constante de la gravitation universelle *G* |

**Exercice 2**

La période *T* d’un pendule simple est donnée par la formule suivante : *T = 2**.l**.g*

D’où : *l* est la longueur du pendule ; *g* est la pesanteur.

* + 1. Trouver les valeurs des constantes  et .
    2. Donner l’expresssion de la période *T* d’un pendule simple.

**Exercice 4**

Une goutte d’huile se déplace avec des vibrations, sa fréquence *f* de vibration peut s’écrire sous la relation : *f = k.R* .

Où : *R* est le rayon de la goutte,  est sa masse volumique,  est la tension superficielle définie par une force par unité de longueur, *k* est une constante sans dimension.

1. Déterminer par une analyse dimensionnelle les valeurs des paramètres *,*  et 
2. Donner l’expresssion de la fréquence *f*.

**Exercice 5**

La période *T* de la terre est donnée par la relation suivante : *T = k. ma Rb Gc*.

Où : *m* est la masse du soleil, *R* est le rayon du cercle décrit, *G* est la constante de la gravitation universelle, *k* est une constante sans dimension.

1. Déterminer, par une analyse dimensionnelle, les valeurs de : *a*, *b* et *c*.
2. Déduire l’expression de la période *T,* lorsque : *k = 2*.



Solutions des exercices

**Exercice 1**

#### On détermine la dimension des grandeurs suivantes :

**1/ Dimension de l’énergie cinétique *Ec***

L’expression de l’énergie cinétique est : *Ec* = *.m.v2* ; d’où : *m* : la masse, *v* : la vitesse.

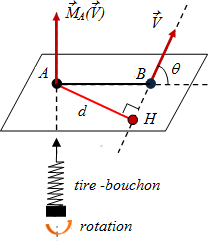


Alors : [*E* ] = *1**.*[*m*]*.*[*v*]*2* = *1**.*[*m*]*.*[*x*] *=M.L2.T–2*

*c* *2*

*2*

[*t*]



*figure 2.4 : Moment d’un vecteur par rapport à un point*

#### 2/ Dimension de la puissance électrique *P*

L’équation de la puissance électrique *P* est : *P = E ;* d’où : *E* : l’énergie, *t* : le temps.

*t*

Alors : [*P*] *=* [*E*] *= M.L**.T–* *= M.L2.T–2*

[*t*] *T*

#### 3/ Dimension de la pression *P* d’un gaz

L’équation d’un gaz est : *P = F*

*S*

*.* Sachant que : *F = m.* ,   *d**x et S*  *x**.*

*dt*

Et d’où : *F* : la force, *S :* la surface, *m* : la masse, g : l’accélération, *x* : la longueur. Alors : [*P*] = [*F*] = [*m*][] = [*m*][*x*] = [*m*] = *M.L–1.T–2*

[*S*] [*x*] [*x*][*t*] [*x*][*t*]

