RESSOURCES : LES NOMBRES COMPLEXES

1.1 Définition, opérations sur les nombres complexes

1.2 Résolution d'un trinôme à coefficient réel dans $\mathbb{C}$

1.3 Représentation géométrique des nombres complexes

1.4 Module et argument d'un nombre complexe

1.5 Nombres complexes de module 1

Soit θ un réel. On définit l'**exponentielle complexe** $e^{i\theta}$ (ou $\exp(i\theta)$) comme l'unique nombre complexe d'écriture algébrique :

$$e^{i\theta} = \cos(\theta) + i\sin(\theta)$$

Il s'agit de l'affixe du point M situé sur le cercle trigonométrique et tel que $\overrightarrow{OM}$ forme un angle θ avec l'axe réel. En particulier le module de $e^{i\theta}$ est 1 et θ est un de ses arguments.
Réciproquement tous les nombres complexes de module 1 s'écrivent sous la forme d'une exponentielle complexe.

L'exponentielle complexe est une écriture pratique car ses propriétés sont les mêmes que celle de l'exponentielle réelle :

PROPRIETES DES NOMBRES COMPLEXES DE MODULE 1 : si $\theta, \theta_1, \theta_2$ sont des réels et n un entier positif :

- $e^{i\theta_1} \times e^{i\theta_2} = e^{i(\theta_1+\theta_2)}$
- $\frac{e^{i\theta_1}}{e^{i\theta_2}} = e^{i(\theta_1-\theta_2)}$
- $\left(e^{i\theta}\right)^n = e^{in\theta}$

Ces propriétés se visualisent aisément sur le cercle trigonométrique. En particulier on note les valeurs remarquables suivantes :

- $e^{i\pi} = -1$
- $e^{2i\pi} = e^0 = 1$
- $e^{i\pi/2} = i$

1.6 Les différentes représentations d'un nombre complexe

1.7 Formule de Moivre et formule d'Euler