

## Évaluation Mercredi 29 janvier

Documents interdits, calculatrices interdites. Durée : 15 minutes (tiers-temps : 20 minutes)

Exercice 1 ().

### Savoir-Faire

- Passer de l'écriture élatée à l'écriture symbolique

Exprimer avec le signe  $\sum$  les sommes suivantes :

1.  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{2n-2} + \frac{1}{2n}$
2.  $2X^3 + 3X^4 + \dots + (n-2)X^{n-1} + (n-1)X^n$
3.  $\frac{2}{3} + \frac{4}{5} + \frac{6}{7} + \dots + \frac{2n}{2n+1} + \frac{2n+2}{2n+3}$

### Correction

1.  $\sum_{i=1}^n \frac{1}{2i}$
2.  $\sum_{i=3}^n (i-1)X^i$
3.  $\sum_{i=0}^n \frac{2i+1}{2i+3}$

Exercice 2 ().

### Savoir-Faire

- Utiliser la linéarité de la somme

Décomposer en plusieurs sommes les sommes suivantes (on ne demande pas de les calculer) :

1.  $\sum_{j=1}^n \left(\frac{1}{2}j + 1\right)$
2.  $\sum_{k=1}^n \frac{k+1}{k}$
3.  $\sum_{i=0}^n n(i+2)$

### Correction

1.  $\sum_{j=1}^n \left(\frac{1}{2}j + 1\right) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n j + \sum_{j=1}^n 1$
2.  $\sum_{k=1}^n \frac{k+1}{k} = \sum_{k=1}^n 1 + \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$

$$3. \sum_{i=0}^n n(i+2) = n \sum_{i=0}^n i + 2n \sum_{i=0}^n 1$$

Exercice 3 ( ).

### Savoir-Faire

- Effectuer un produit matrice-vecteur

Effectuer si possible les produits matrice-vecteur suivants (détailler le calcul, ne pas donner uniquement le résultat!) :

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} ; \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} ; \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

### Correction

Le vecteur doit avoir autant de coordonnées que le nombre de colonnes de la matrice.

1.  $\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \end{pmatrix}$
2. impossible
3. impossible
4.  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$

Exercice 4 ( ).

### Savoir-Faire

- Calculer une somme arithmétique (ou s'y ramenant)

Calculer les sommes suivantes (il n'est pas demandé de simplifier au maximum les calculs mais le symbole  $\sum$  ne doit plus apparaître) :

$$1. \sum_{j=0}^{n-1} (1 - 2j) \qquad 2. \sum_{k=3}^n 3k$$

### Correction

$$1. \sum_{j=0}^{n-1} (1 - 2j) = \sum_{j=0}^{n-1} 1 - 2 \sum_{j=0}^{n-1} j = n - 2 \frac{(n-1)n}{2} = n - (n-1)n$$

$$2. \sum_{k=3}^n 3k = 3 \sum_{k=3}^n k = 3 \left( \sum_{k=0}^n k - 1 - 2 \right) = 3 \frac{n(n+1)}{2} - 9$$