Informatique Théorique, TD 2 : Machines de Turing

1. Donnez des machines de Turing qui reconnaissent l'ensemble P des palindromes (sur deux lettres)

   - Sur deux bandes, déterministe. Quelle est la complexité ?
   - Sur deux bandes, non déterministe, avec une complexité en temps $N + O(1)$
   - Sur une bande, déterministe. Quelle est la complexité ? Dans quelle mesure arrivez-vous à améliorer cette complexité ?
   - Sur plusieurs bandes, avec une complexité en espace en $\theta(ln(N))$. Quelle est la complexité en temps ?
   - Sur plusieurs bandes, non déterministe, qui reconnait C_P le complémentaire de P, avec une complexité en espace en $\theta(ln(N))$ et une complexité en temps linéaire.

2. Montrez qu'un calcul peut être fait sur une machine à deux bandes ssi il peut être fait sur une machine à une bande. Quelle répercussion le changement de modèle a-t-il sur la complexité en temps ?

3. **MTD pour faire le schéma de récurrence**

   On dira que la machine M à $K + T + 1$ bandes calcule proprement la fonction f de $\mathbb{N}^k$ dans $\mathbb{N}$ ssi

   • M calcule f

   • Les K premières bandes (les "bandes d'entrée") sont en lecture seulement (c.-à-d. ne sont jamais modifiées).

   • La dernière bande (la "bande de sortie") est en écriture seulement, c.-à-d. que l'action de toute transition sur cette bande est, soit de rester immobile sans modifier le contenu de la case, soit d'écrire autre chose qu'un espace dans la case de cette bande et de se déplacer à droite.

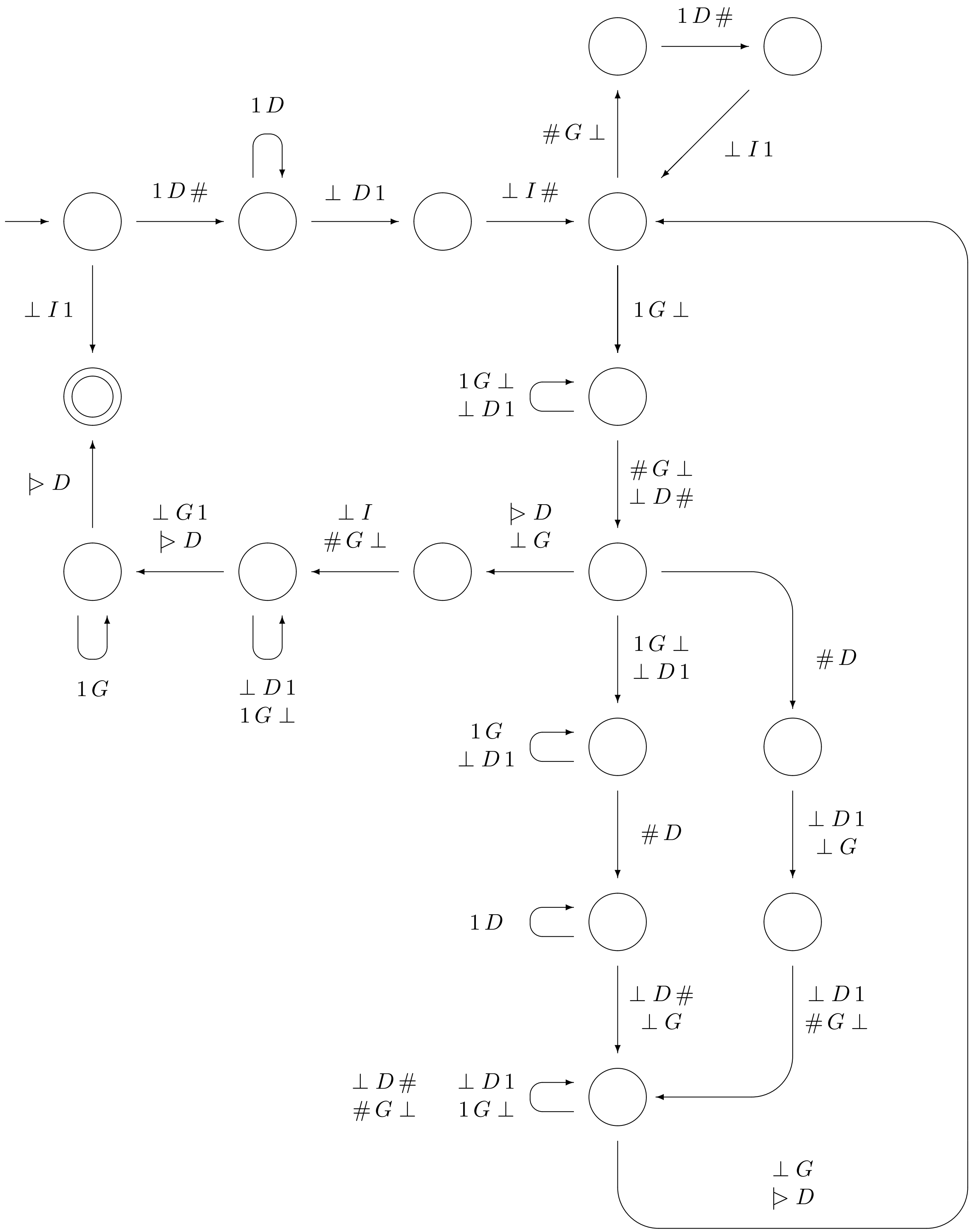
   • Quand un calcul se termine, à la fin du calcul, les T bandes centrales (les "bandes de travail") ne contiennent que des espaces.

   • Quand un calcul se termine, les pointeurs de toutes les bandes, sauf la dernière, sont ramenés en tête de bande.

   Si g et h sont des fonctions de $\mathbb{N}^{q-1}$ dans $\mathbb{N}$ et de $\mathbb{N}^{q+1}$ dans $\mathbb{N}$ respectivement, alors on définit $SchemaDeRecurrence_{g,h}$ de $\mathbb{N}^q$ dans $\mathbb{N}$ comme suit :

   $$\begin{aligned} SchemaDeRecurrence_{g,h}(x_1, ..., x_{q-1}, y) = &\text{ si } y = 0 \text{ alors } g(x_1, ..., x_{q-1}) \\ &\text{sinon } h(x_1, ..., x_{q-1}, y-1, SchemaDeRecurrence_{g,h}(x_1, ..., x_{q-1}, y-1)) \end{aligned}$$

   On suppose que g et h sont calculables proprement par des machines M_g et M_h avec T_g et T_h bandes de travail, Donnez la construction d'une machine qui calcule proprement $SchemaDeRecurrence_{g,h}$ à partir de M_g et de M_h. Soyez précis dans la description et donner le nombre de bandes de travail de votre construction (soyez économe). Note: Il vous est demandé de ne pas utiliser les constructions vues en cours pour rassembler plusieurs bandes sur une seule, qui sont trop coûteuses en complexité en temps.


1 D #
1 D
G ⊥
⊥ I 1
1 D #
⊥ D 1
⊥ I #
⊥ I 1
1 G ⊥
1 G ⊥
⊥ D 1
▷ D
G ⊥
⊥ D #
⊥ G 1
▷ D
⊥ I
G ⊥
▷ D
⊥ G
1 G
⊥ D 1
1 G ⊥
1 G ⊥
⊥ D 1
D
1 G
⊥ D 1
D
⊥ D 1
⊥ G
1 D
⊥ D #
⊥ G
⊥ D 1
G ⊥
⊥ D #
G ⊥
⊥ D 1
1 G ⊥
⊥ G
▷ D