



EC 432-3

Les automatismes

Questions Flash , Activités mentales, Calcul mental, ...

Programme du jour

➤ Introduction

1. Apport des sciences cognitives
2. Des ressources institutionnelles
3. Des exemples d'automatismes
 - a) Les activités mentales
 - b) Le calcul mental
Exemples de remédiation au collège et au lycée
 - c) Focus sur les QCM

1. Apports des sciences cognitives

Les quatre piliers de
l'Apprentissage

selon Stanislas
Dehaene



1. Apports des sciences cognitives

- Par équipe de 4 ou 5
 - 15 minutes d'échange
 - Discussion



Le jeu de la mémoire

Un volontaire lit les questions

Se mettre d'accord entre les membres de l'équipe
Faire deux tas de cartes :
Vrai/Faux

1. Apports des sciences cognitives

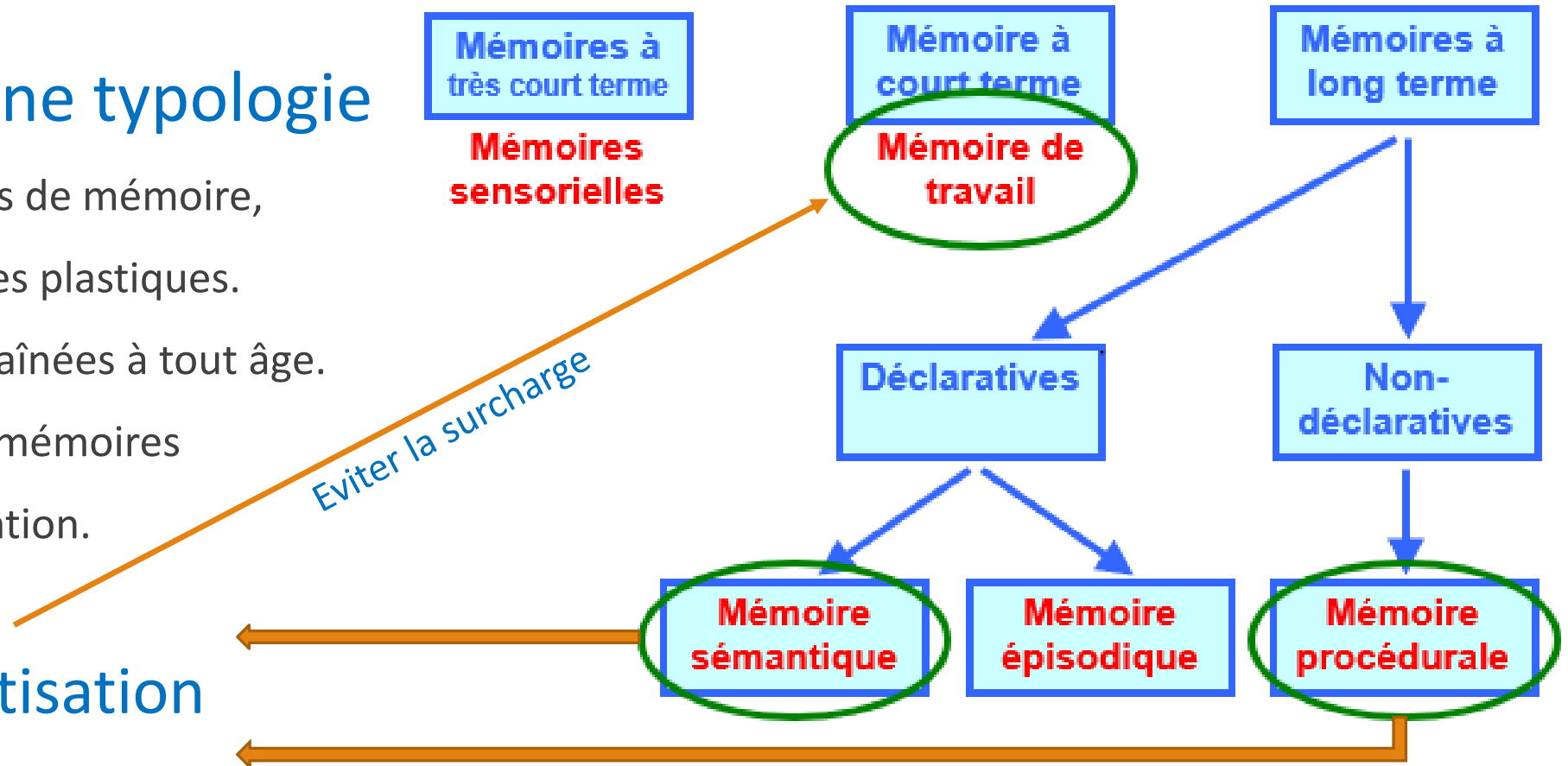
La mémoire: une typologie

Il existe différents types de mémoire, indépendantes et toutes plastiques.

Elles peuvent être entraînées à tout âge.

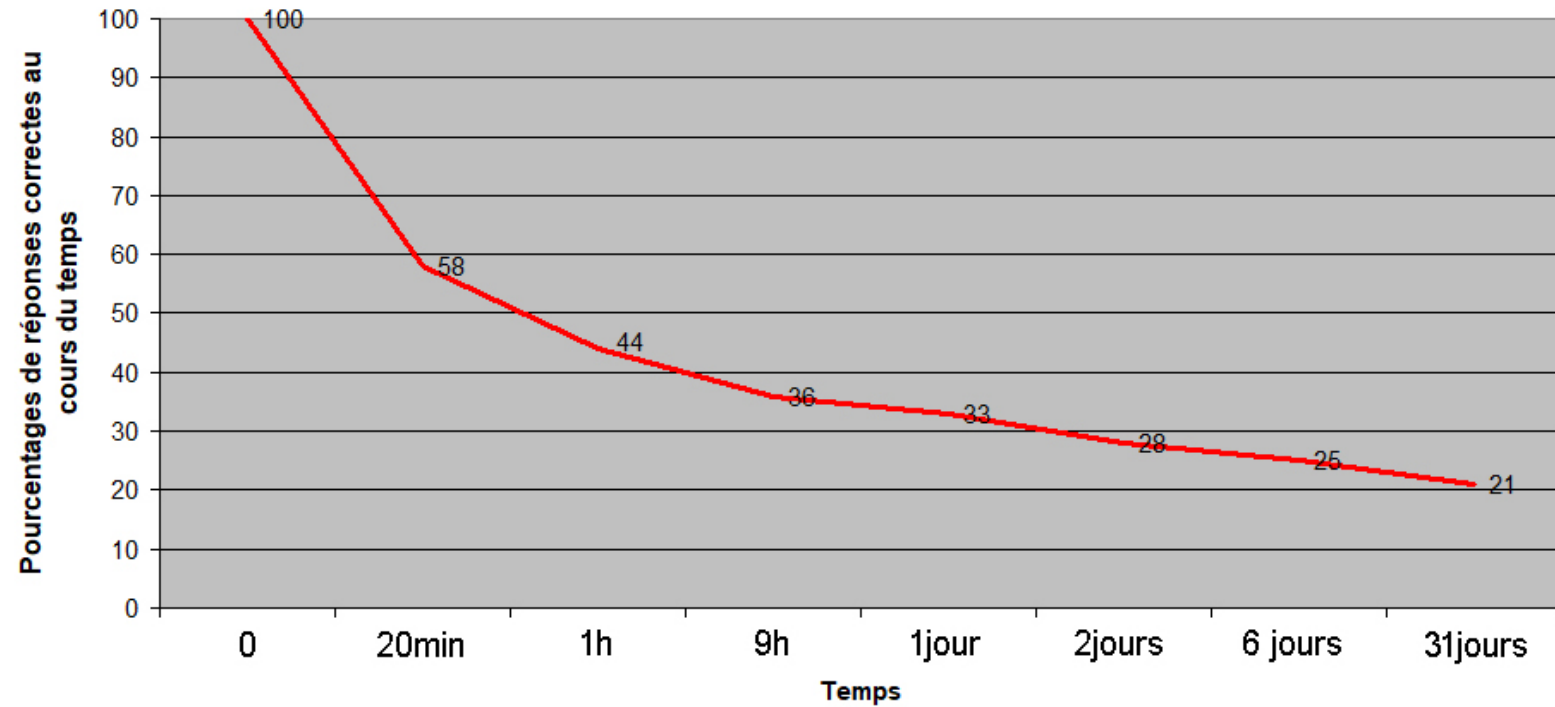
On peut distinguer les mémoires par leur durée de rétention.

Automatisation

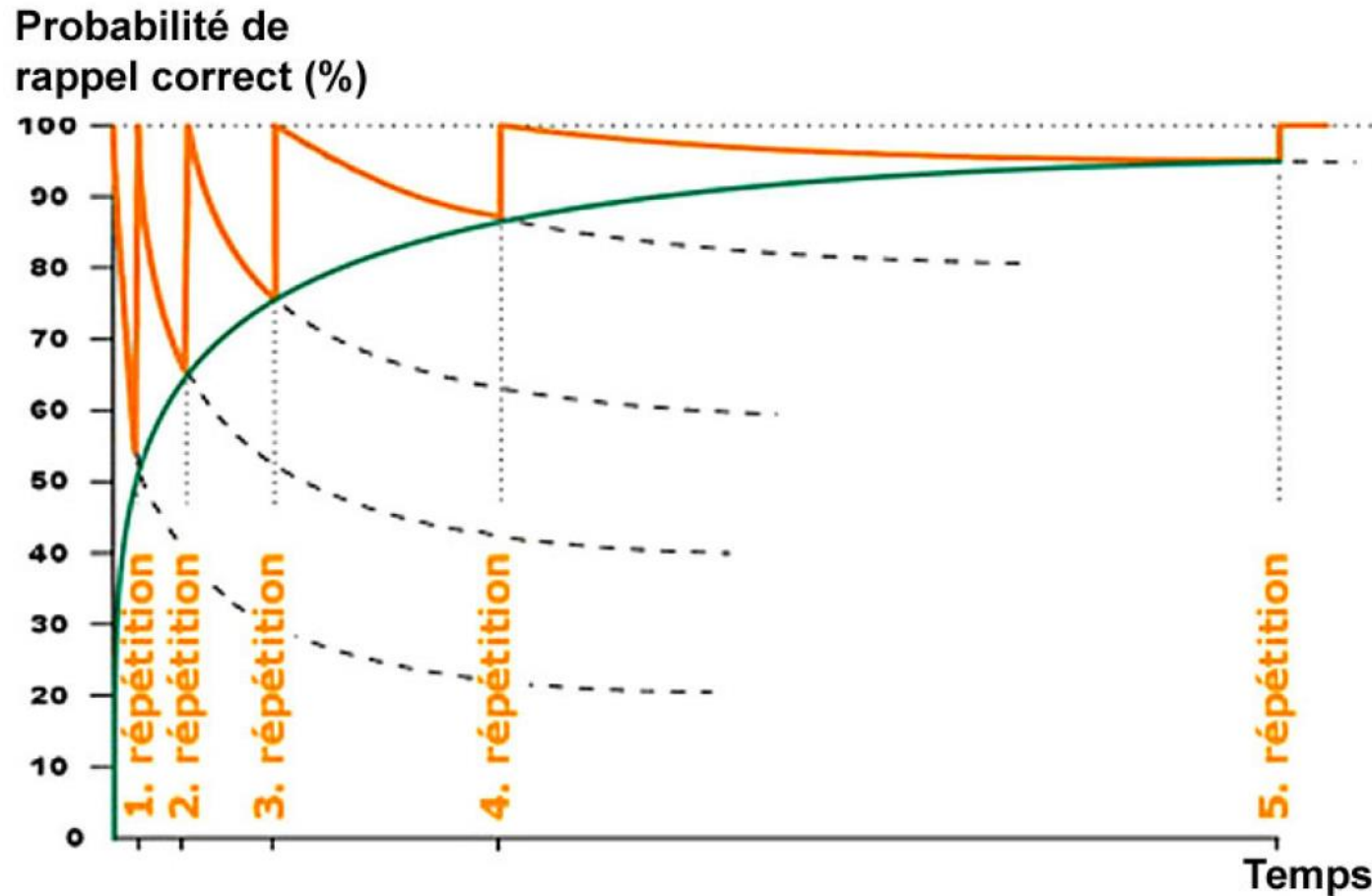


1. Apports des sciences cognitives

Courbe de l'oubli de Ebbinghaus



1. Apports des sciences cognitives



1. Apports des sciences cognitives

En sciences cognitives, un **processus automatique** obéit à trois critères :

- Il se produit **sans intention** :
il est automatiquement déclenché par la tâche à effectuer
- Il est **inconscient** : on n'a pas une connaissance explicite de la façon dont il se produit
- Il **n'interfère pas** avec une autre activité mentale :
il se déroule en parallèle.

Un processus automatique **ne demande aucune ressource en mémoire de travail.**

Exemples : faire du vélo, conduire, lire, l'arithmétique élémentaire

1. Apports des sciences cognitives

On va distinguer deux types d'apprentissage :

❑ Apprentissage « **déclaratif** »

Exemple :

les tables de multiplication.

On associe « 2×3 » à « 6 ».

Cet apprentissage ne nécessite pas de comprendre la relation entre les opérandes et le résultat.

❑ Apprentissage « **procédural** » :

Exemples : 27×12 $3\,250 + 650$

Opérations calculées de façon répétée par les enfants au début de l'apprentissage

1. Apports des sciences cognitives

Trois principes pour automatiser :

Une pratique répétée

2×3

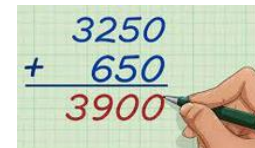
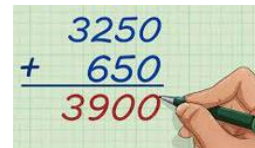
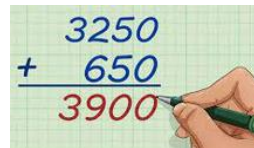
2×3

2×3

2×3

2×3

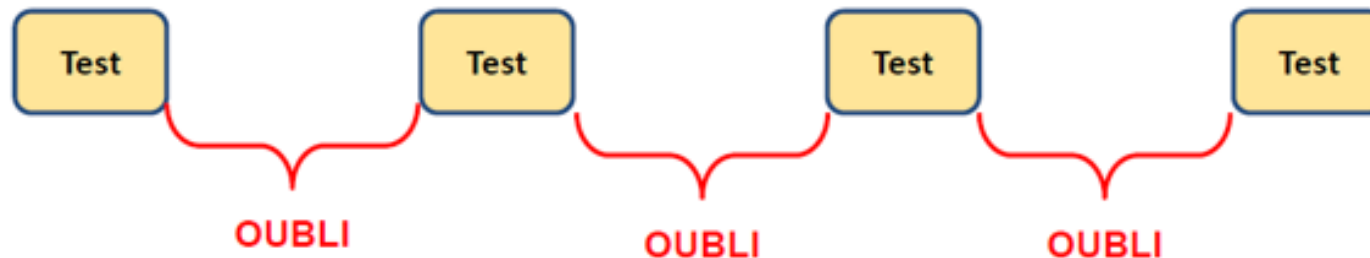
déclaratif



ET procédural

Un étalement dans le temps (→ pour oublier !)

Pouvoir se tester (→ pour consolider les informations en mémoire)



1. Apports des sciences cognitives

Les automatismes dans le calcul arithmétique sont fondamentaux car ils vont **faciliter la résolution de tâches** mathématiques plus complexes **en libérant la mémoire de travail**, et ainsi permettre de se concentrer sur des aspects plus conceptuels.

La maîtrise des automatismes n'est pas une fin en soi. L'objectif est de pouvoir les mobiliser à bon escient dans le cadre de **la résolution de problèmes**, et donc de **s'engager plus facilement dans la recherche et le raisonnement**.

Les automatismes au collège, eduscol

1. Apports des sciences cognitives

De nombreuses études ont mis en évidence que **l'automatisation des faits arithmétiques est corrélée aux capacités mathématiques générales.**

Le développement des automatismes est susceptible d'augmenter de façon non négligeable la **confiance en soi des élèves.**

Ils évitent de rentrer dans une spirale négative (appréhension/anxiété vis-à-vis des mathématiques notamment).

Le développement des automatismes chez les élèves doit également participer à **renforcer leur confiance en eux** pour mieux réussir ou **modifier leur rapport aux mathématiques.**

Programme du jour

➤ Introduction

1. Apport des sciences cognitives

2. Des ressources institutionnelles

3. Des exemples d'automatismes

a) Les activités mentales

b) Le calcul mental

Exemples de remédiation au collège et au lycée

c) Focus sur les QCM

2. Des ressources institutionnelles

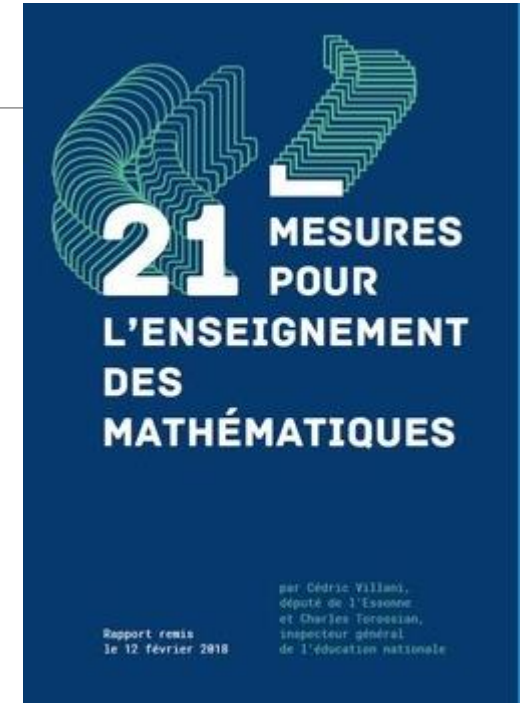
- **Rapport Villani-Torossian : 21 mesures pour l'enseignement des mathématiques**

- **DES CONSTATS**

- Le calcul mental a été discrédité, puis réhabilité : il occupe une place centrale.
- Il est insuffisamment travaillé, contrairement au calcul posé.
- Ce sont des activités de gammes indispensables.
- Continuité du calcul mental : du collège au lycée.

- **DES RECOMMANDATIONS**

- Mesure 12 :
Développer les automatismes de calcul à tous les âges par des pratiques rituelles (répétition, calculs mental et intelligent, etc.), pour favoriser la mémorisation et libérer l'esprit des élèves en vue de la résolution de problèmes motivants.



2. Des ressources institutionnelles

Extraits

Du calcul mental aux automatismes

raisons majeures de développer les automatismes
multiples exemples

Les automatismes contribuent à une activité mathématique efficiente

Les automatismes favorisent la mémorisation et libèrent l'esprit.

Les sciences cognitives valident la ritualisation d'activités mentales

Les neurosciences corroborent l'expérience acquise par les enseignants : il est nécessaire de programmer dans le temps la répétition de travaux de même type, anticipant les oublis des élèves, pour ancrer les différents automatismes.



Rentrée *Septembre 2020* mathématique

« Faire des mathématiques, c'est souvent se perdre dans une jungle et essayer d'utiliser toutes les informations que l'on peut rassembler pour trouver de nouvelles pistes. » (Maryam Mirzakhani)

« La meilleure façon de prévoir votre avenir, c'est de le créer. » (Abraham Lincoln)

Cette dernière citation est là pour illustrer votre mobilisation durant cette période qui nous a tous conduits à innover et à adapter la façon d'accompagner les élèves. Un grand merci à tous !

En classe comme à distance, un levier pédagogique essentiel a été et restera :

LES AUTOMATISMES

Du calcul mental aux automatismes

Le calcul mental est pratiqué depuis longtemps et dès le plus jeune âge. Dans sa continuité, les automatismes sont présents dans les différents préambules des programmes allant du cycle 3 à la terminale et constituent même une partie transversale dans les programmes de mathématiques des filières technologiques. Une ressource riche et dédiée aux automatismes est parue l'été dernier sur Eduscol (acver.fr/automatismes) : on y évoque les raisons majeures de développer les automatismes et propose des multiples exemples dont on pourra s'inspirer.

Les automatismes contribuent à une activité mathématique efficiente

Identifier comme l'une des mesures phares du rapport Villani-Torossian, les automatismes favorisent la mémorisation et libèrent l'esprit en vue de la résolution de problèmes. Si un élève est en difficulté sur une égalité de fractions, peut-il exploiter la notion de proportionnalité présente dans une configuration de Thalès ? De fait, les automatismes sont indispensables au développement des compétences mathématiques. Disposer d'automatismes estompe les difficultés techniques entre les différentes étapes du raisonnement, conforte dans le choix d'un modèle ou d'une représentation. Ainsi, « la pratique d'acquisition d'automatismes sous-tend l'ensemble des activités mathématiques par son caractère régulier et progressif, mais ne saurait se substituer à d'autres tâches, telles que la recherche d'exercices usuels ou la résolution de problèmes ».

Les sciences cognitives valident la ritualisation d'activités mentales

Les recherches sur les différentes formes de mémoires, mémoire à court terme (perceptive et de travail) ou mémoire à long terme (sémantique et procédurale) permettent d'identifier les temps d'apprentissage : acquisition d'un savoir, maintien en mémoire de celui-ci et enfin restitution ou utilisation de celui-ci. Les neurosciences corroborent l'expérience acquise par les enseignants : il est nécessaire de programmer dans le temps la répétition de travaux de même type, anticipant les oublis des élèves, pour ancrer les différents automatismes. L'activation neuronale répétée fait écho aux rituels d'activités flash qui s'installent dans les classes.

Mise en œuvre des automatismes

Il s'agit ici de construire, entretenir et automatiser des connaissances, des procédures, des méthodes et des stratégies (rapport V-T). Chacun a la liberté d'organiser ce travail et d'en varier les approches. Toutefois, il semble essentiel de ritualiser et identifier ces moments, en les proposant fréquemment et sur des temps courts. Ce peut être en début d'heure pour mettre les élèves en activité ou lors d'une transition entre deux temps de la séance, ou encore à l'occasion d'un bilan en fin d'heure. Cela peut donner lieu à une interrogation et une restitution orale ou écrite, aussi bien en classe que hors la classe, avec une ardoise ou une application numérique, etc. Les automatismes peuvent être travaillés par les élèves de manière individuelle, en binôme ou encore en petits groupes avec des temps d'autocorrections. Les modalités peuvent prendre la forme de vrai/faux, de QCM, de lectures graphiques, de questions portant sur des démarches, des calculs, des reconnaissances de configurations géométriques ou d'applications de propriétés ou même de questions ouvertes. Le travail sur les automatismes peut porter non seulement sur le thème en cours mais également sur l'entretien et la consolidation d'acquis antérieurs comme sur la préparation d'une séquence à venir. Ces temps de travail permettent de revenir sur des erreurs rencontrées, de diagnostiquer des difficultés persistantes, de consolider la connaissance d'un énoncé ou la maîtrise d'une technique. Ainsi une progression annuelle des automatismes, construite collectivement, s'articule avec celle de l'ensemble des notions du programme.

2. Des ressources institutionnelles

Extraits

Mise en œuvre des automatismes

Construire, entretenir et automatiser des connaissances, des procédures, des méthodes et des stratégies

Ritualiser et identifier ces moments, proposer fréquemment et sur des temps courts.

Début d'heure, lors d'une transition entre deux temps de la séance, ou bilan en fin d'heure (une fois par heure maximum).

Interrogation et restitution orale ou écrite, aussi bien en classe que hors la classe

Ardoise ou une application numérique

Vrai/faux, QCM, lectures graphiques, questions portant sur des démarches, calculs, reconnaissances de configurations géométriques ou d'applications de propriétés ou même de questions ouvertes.

Sur le thème en cours d'étude mais également sur l'entretien et la consolidation d'acquis antérieurs comme sur la préparation d'une séquence à venir

Progression annuelle des automatismes, construite collectivement, s'articule avec celle de l'ensemble des notions du programme.



Rentrée Septembre 2020 mathématique

« Faire des mathématiques, c'est souvent se perdre dans une jungle et essayer d'utiliser toutes les informations que l'on peut rassembler pour trouver de nouvelles pistes. » (Maryam Mirzakhani)

« La meilleure façon de prévoir votre avenir, c'est de le créer. » (Abraham Lincoln)

Cette dernière citation est là pour illustrer votre mobilisation durant cette période qui nous a tous conduits à innover et à adapter la façon d'accompagner les élèves. Un grand merci à tous !

En classe comme à distance, un levier pédagogique essentiel a été et restera :

LES AUTOMATISMES

Du calcul mental aux automatismes

Le calcul mental est pratiqué depuis longtemps et dès le plus jeune âge. Dans sa continuité, les automatismes sont présents dans les différents préambules des programmes allant du cycle 3 à la terminale et constituent même une partie transversale dans les programmes de mathématiques des filières technologiques. Une ressource riche et dédiée aux automatismes est parue l'été dernier sur Eduscol (<https://www.eduscol.education.fr/automatismes>) : on y évoque les raisons majeures de développer les automatismes et propose des multiples exemples dont on pourra s'inspirer.

Les automatismes contribuent à une activité mathématique efficiente

Identifier comme l'une des mesures phares du rapport Villani-Torossian, les automatismes favorisent la mémorisation et libèrent l'esprit en vue de la résolution de problèmes. Si un élève est en difficulté sur une égalité de fractions, peut-il exploiter la notion de proportionnalité présente dans une configuration de Thalès ? De fait, les automatismes sont indispensables au développement des compétences mathématiques. Disposer d'automatismes estompe les difficultés techniques entre les différentes étapes du raisonnement, conforte dans le choix d'un modèle ou d'une représentation. Ainsi, « la pratique d'acquisition d'automatismes sous-tend l'ensemble des activités mathématiques par son caractère régulier et progressif, mais ne saurait se substituer à d'autres tâches, telles que la recherche d'exercices usuels ou la résolution de problèmes ».

Les sciences cognitives valident la ritualisation d'activités mentales

Les recherches sur les différentes formes de mémoires, mémoire à court terme (perceptive et de travail) ou mémoire à long terme (sémantique et procédurale) permettent d'identifier les temps d'apprentissage : acquisition d'un savoir, maintien en mémoire de celui-ci et enfin restitution ou utilisation de celui-ci. Les neurosciences corroborent l'expérience acquise par les enseignants : il est nécessaire de programmer dans le temps la répétition de travaux de même type, anticipant les oublis des élèves, pour ancrer les différents automatismes. L'activation neuronale répétée fait écho aux rituels d'activités flash qui s'installent dans les classes.

Mise en œuvre des automatismes

Il s'agit ici de construire, entretenir et automatiser des connaissances, des procédures, des méthodes et des stratégies (rapport V-T). Chacun a la liberté d'organiser ce travail et d'en varier les approches. Toutefois, il semble essentiel de ritualiser et identifier ces moments, en les proposant fréquemment et sur des temps courts. Ce peut être en début d'heure pour mettre les élèves en activité ou lors d'une transition entre deux temps de la séance, ou encore à l'occasion d'un bilan en fin d'heure. Cela peut donner lieu à une interrogation et une restitution orale ou écrite, aussi bien en classe que hors la classe, avec une ardoise ou une application numérique, etc. Les automatismes peuvent être travaillés par les élèves de manière individuelle, en binôme ou encore en petits groupes avec des temps d'autocorrections. Les modalités peuvent prendre la forme de vrai/faux, de QCM, de lectures graphiques, de questions portant sur des démarches, des calculs, des reconnaissances de configurations géométriques ou d'applications de propriétés ou même de questions ouvertes. Le travail sur les automatismes peut porter non seulement sur le thème en cours mais également sur l'entretien et la consolidation d'acquis antérieurs comme sur la préparation d'une séquence à venir. Ces temps de travail permettent de revenir sur des erreurs rencontrées, de diagnostiquer des difficultés persistantes, de consolider la connaissance d'un énoncé ou la maîtrise d'une technique. Ainsi une progression annuelle des automatismes, construite collectivement, s'articule avec celle de l'ensemble des notions du programme.

2. Des ressources institutionnelles

Cycle 3

« [...] Pour cela, il est indispensable que les élèves puissent s'appuyer sur suffisamment de **faits numériques mémorisés** et de modules de calculs élémentaires **automatisés**. »

2. Des ressources institutionnelles

Le calcul mental

Programme cycle 3

- « Le calcul, dans toutes ses modalités, contribue à la connaissance des nombres. Ainsi, même si le calcul mental permet de produire des résultats utiles dans différents contextes de la vie quotidienne, son enseignement vise néanmoins prioritairement l'exploration des nombres et des propriétés des opérations.[..] »

2. Des ressources institutionnelles

- « Les élèves doivent disposer de réflexes intellectuels et **d'automatismes** tels que le calcul mental, qui, en libérant la mémoire, permettent de centrer la réflexion sur l'élaboration d'une démarche »

2. Des ressources institutionnelles

éduscol

Le terme d'[automatisme](#) apparaît clairement comme un thème dans les programmes d'enseignement commun des premières technologiques, et figure en préambule des programmes de seconde et de spécialité de première.

L'automatisation permet de travailler la mémoire sémantique et la mémoire procédurale, et les ressources proposées dans ce document ont été réfléchies à partir des connaissances en neurosciences cognitives.

La lecture de ce document permettra notamment de mieux comprendre la pertinence des activités flash (tant du point de vue cognitif que du point de vue de la gestion du temps de cours) et les ressources proposées donnent de nombreuses modalités de mises en œuvre pratiques.

Atelier 1 : Préparer une activité mentale

- Par équipe de 4 ou 5
 - 20 minutes d'échange
 - 3 minutes de présentation aux autres groupes



Pour la séquence de votre choix, construire une activité mentale en 10 questions :

3 questions sur des acquis à entretenir et consolider

4 questions sur des connaissances en cours d'acquisition

3 questions sur des erreurs classiques, fréquentes

Utiliser les programmes officiels

Un niveau de classe en commun

Activités mentales

- Echanges entre les groupes



3a. Les activités mentales

Niveau sixième : en variant les type d'écrits

Tables :

1) 5×7

2) 3×8

3) 6×4

4) 9×2

Donner l'écriture décimale de :

Donné oralement :

5) 2 millions 4 mille

6) 20 unités 3 dixièmes

Écrit au tableau :

7) $(3 \times 100) + 4 + 8/10$

8) $4185/100$

Calculer

9) 6×15

10) 25×12

3a. Les activités mentales

Niveau quatrième :Fiche 3-4-3

Calculs sur les nombres décimaux relatifs.

- Acquis à entretenir et consolider :
 - $15 - 12 + 4$
 - $17 - 13 - 2$
 - $7 - (15 - 25)$
- Connaissances en cours d'acquisition :
 - $- 8 \times (- 6)$
 - $- 5 \times 2$
 - $14 : (- 7)$
 - $27 : 2$
- Erreurs fréquentes :
 - 3^2
 - $(- 3)^2$
 - $- 3^2$

3a. Les activités mentales

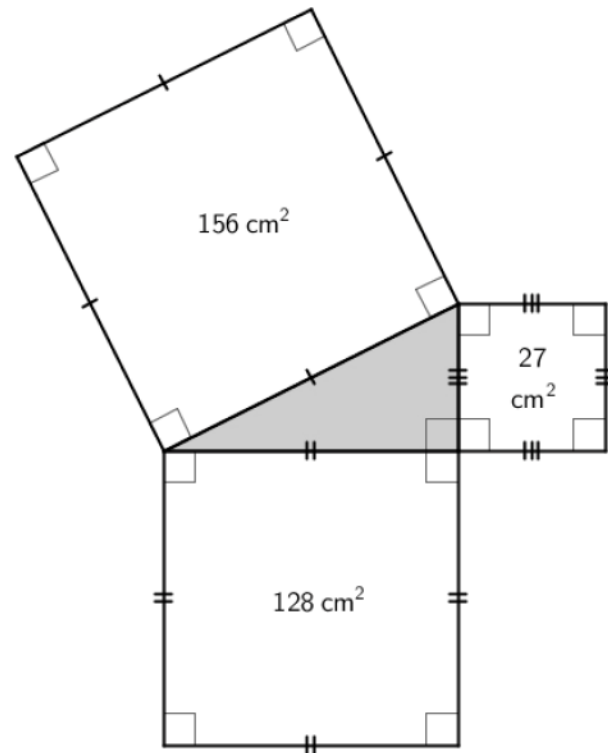
Seconde

Réponse	Énoncé	Correction
	$\frac{1}{6} + \frac{1}{9}$	
	$\frac{3}{2} \times \frac{8}{3}$	
	$(1+2)^2$	
	$\sqrt{8} - \sqrt{2}$	
	2×5^2	
	$\sqrt{4+25}$	
	$1 - \frac{3}{2} \times \frac{2}{9}$	
	$(\sqrt{5} - 2)^2$	
	$-(2-5)^2$	
	$\frac{64 \times 10^3}{8 \times 10^{-2}}$	

3a. Les activités mentales

La figure suivante est-elle réaliste ? Justifier.

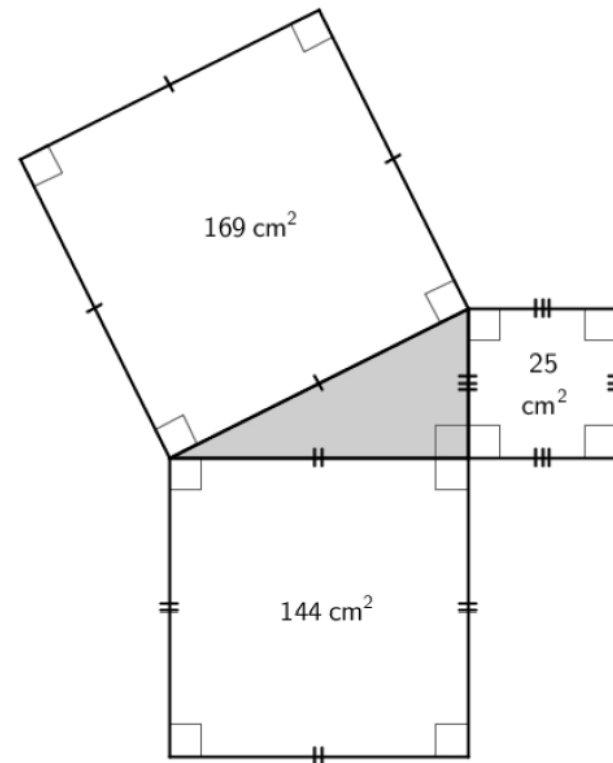
Question flash



3a. Les activités mentales

L'aire, en cm^2 , du triangle rectangle est

Question flash



- (A) 13 (B) 30 (C) 60 (D) 300 (E) 1800

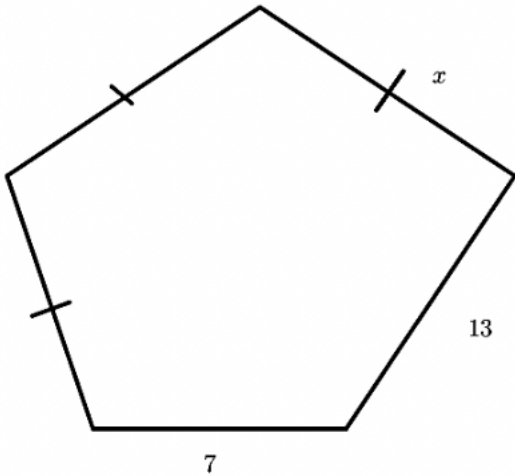
3a. Les activités mentales

Un exemple en sixième

Parmi les égalités suivantes lesquelles sont sûrement fausses ?

- $312,5 \times 27,87 = 8700,326$
- $312,5 \times 27,87 = 8709,375$
- $312,5 \times 27,87 = 9307,675$
- $312,5 \times 27,87 = 9307,25$
- $312,5 \times 27,87 = 6570,425$

6. Exprimer le périmètre en fonction de x



La figure n'est pas en vraie grandeur

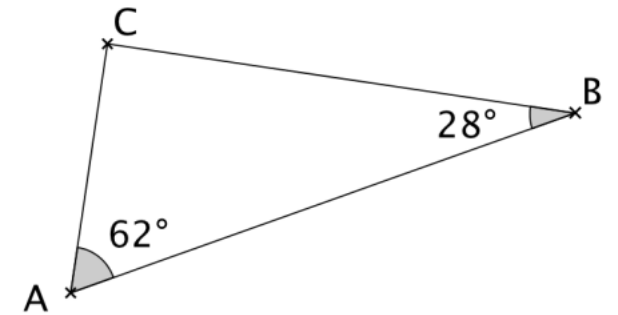
Les points B et C appartiennent au même cercle de centre A.

On suppose que $AB = 2$.

Que vaut AC ?

Des exemples
de questions
flash au collège

Soit x un nombre quelconque.
Développer $A = 2x(3x - 1)$.



Vrai ou Faux ?

Le triangle ABC est rectangle.

Des exemples de questions flash au lycée

On munit le plan du repère $(O; I, J)$.
Les points A et B ont pour coordonnées respectives $(2; 1)$ et $(-1; 3)$.
Quelles sont les coordonnées du vecteur \overrightarrow{AB} ?

On considère une fonction g définie sur \mathbb{R} telle que :

$$g(1) = 4; g(7) = -3 \text{ et } g(-1) = -1.$$

La fonction g est-elle affine ? Justifier.

On considère l'algorithme suivant :

```
1  Début
2  | Saisir  $A$ , réel
3  | Donner à  $B$  la valeur  $2A - 7$ 
4  | Si  $B < 0$  Alors
5  | | Donner à  $B$  la valeur  $3B$ 
6  | FinSi
7  | Afficher  $B$ 
8  Fin
```

On entre pour A la valeur 3. Qu'obtient-on en sortie ?

3a. Les activités mentales

Un autre exemple

Concours CAN

La Course aux Nombres

Il s'agit d'un concours d'activités mentales portant sur des thèmes mathématiques variés. Cette action vise à promouvoir des pratiques pédagogiques et didactiques qui installent les fondamentaux et développent des automatismes.

Niveau : du CP au BTS



<https://pedagogie.ac-strasbourg.fr/mathematiques/competitions/course-aux-nombres/>

3a. Les activités mentales

Un autre exemple

Concours CAN

La Course aux Nombres



	ÉNONCÉ	RÉPONSE	JURY
1)	7×8		
2)	Le tiers de 27		
3)	Complète.	$27 - \dots = 10$	
4)	6 feutres coûtent 8€.	... feutres coûtent 16€	
5)	Complète.	$\frac{3}{4}$ h = min	
6)	Complète.		
7)	$38 - 19$		
8)	<p>Entoure les réponses possibles. Un entraîneur répartit 21 joueurs dans des équipes ayant le même nombre de joueurs.</p>	<p>Il peut faire des équipes de :</p> <p>2 joueurs 3 joueurs 5 joueurs 7 joueurs</p>	
9)	Le quart de 10		
10)	Complète.	$14 - 3 = \dots + 5$	

Sujet Sixième
 Mai 2022

3a. Les activités mentales

Un autre exemple

Concours CAN

La Course aux Nombres



	Énoncé	Réponse	Jury
1)	$7 \times 0,6$		
2)	$2 - \frac{1}{3}$		
3)	Développer et réduire l'expression $(2x - 1)(3x + 2)$		
4)	Écriture décimale de $3 + 5 \times 10^{-2}$		
5)	Résoudre l'équation $2x + 7 = 0$		
6)	8 croissants coûtent 7,20 €. Quel est le prix de 2 croissants ? €	
7)	Une urne contient deux boules noires et quatre boules blanches. <i>On tire une boule au hasard.</i> Quelle est la probabilité de tirer une boule noire ?		
8)	Calculer l'expression $x^2 + 1$ pour $x = -1$		
9)	Moyenne des nombres : 37 ; 18 ; 43 et 2.		
10)	40 % de 50		

Sujet Seconde GT
Mars 2022

3a. Les activités mentales

Mise en œuvre

Objectifs	<ul style="list-style-type: none">- Automatiser les procédures- Mémoriser des faits numériques- Anticiper / Réactiver des notions- Prolonger / Entretenir les apprentissages
Intérêt	<ul style="list-style-type: none">- Rituel : mise en activité dès le début de l'heure- Sollicite tous les élèves : penser à mettre une ou deux questions accessibles à tous
Mise en œuvre	<ul style="list-style-type: none">- Activité mentale (mais pas que du calcul)- Temps court (quelques minutes, entre 5 et 15 minutes)- Proposé régulièrement (de 1 à 4 fois par semaine, maximum une fois par heure)

3a. Les activités mentales

Mise en œuvre

Le matériel	Il est varié : ardoise, fiches, vidéoprojecteur, diaporama personnel ou provenant d'un site, cahier.
Consignes	<p>L'énoncé peut être écrit ou oral, persistant ou temporaire.</p> <p>Le plus fréquemment écrit et temporaire</p> <p>Un énoncé écrit libère la mémoire de travail, mais induit des techniques opératoires écrites.</p> <p>Un énoncé oral favorise l'attention, mais sature la mémoire de travail.</p>
Les réponses	Elles peuvent être écrites, orales, il peut y avoir des écrits intermédiaires.
La correction	Elle est obligatoire et comporte une institutionnalisation des procédures.

3a. Les activités mentales

Mise en œuvre

- ❑ Distinguer séances d'entraînement et séances d'évaluation
- ❑ Une séance peut porter sur un thème donné et contenir une ou deux questions récurrentes sur une notion que l'on souhaite entretenir ou consolider.
- ❑ On peut choisir de toujours mélanger numérique et géométrie.
- ❑ On peut opter pour une organisation constante :
 - **3 questions sur des acquis à entretenir et consolider**
 - **4 questions sur des connaissances en cours d'acquisition**
 - **3 questions sur des erreurs classiques, fréquentes**
- ❑ Plusieurs thèmes mélangés pour un diagnostic de début d'année.

3a. Les activités mentales

Mise en œuvre

Types de tâches

Afin de travailler connaissances, procédures, méthodes et stratégies, les énoncés proposés peuvent par exemple consister en deux ou trois questions construites selon des modèles suivants :

- QCM avec quatre choix de réponses possibles ;
- Vrai/Faux (la justification pouvant être demandée) ;
- questions occasionnant une réponse directe ;
- consigne commençant par « Comment peut-on faire pour... » sans nécessairement demander un aboutissement exhaustif ;
- lectures graphiques : interprétation de représentation de données chiffrées, lecture de codages de figures, détermination d'images et d'antécédents, résolution graphique d'équations et inéquations.

3a. Les activités mentales

Mise en œuvre

□ **Le matériel: deux exemples**

Grille 1 : Titre :

	Réponse
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

Grille 2 : Titre

	Réponse	énoncé	correction
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			

3a. Les activités mentales

Progression

Proposer une progression des automatismes en regard de la progression « classique »

Il s'agit d'un dispositif qui s'insère dans la progression annuelle de l'enseignement aux côtés d'autres dispositifs de travail plus traditionnels.

Les thèmes abordés ne se limitent pas au traditionnel champ de l'arithmétique, l'algèbre, le raisonnement proportionnel, la problématique des nombres, l'analyse, la géométrie, les statistiques...

Tous les champs de l'enseignement des mathématiques sont ici concernés et tous les niveaux de l'école au lycée également.

3a. Les activités mentales

Progression

Des exemples de
thèmes pour le collège

Thème	Thème	Automatisme de type déclaratif ou procédural
Nombres et calculs	Nombre décimaux relatifs	1) Addition et Soustraction
	Arithmétique	2) Décomposition en produit de facteurs premiers inférieurs à 30
	Fractions	3) Addition et multiplication de fractions
	Calcul littéral	4) Propriété de distributivité simple et reconnaissance somme-produit 5) Évaluation d'une expression
Grandeurs et mesures	Conversions	6) Aire, volume, durée
	Grandeurs quotients	7) Vitesse
Organisation des données, fonctions	Proportionnalité	8) Calcul d'une quatrième proportionnelle
Espace et géométrie	Théorème de Thalès	9) Égalité des rapports
	Théorème de Pythagore	10) Calcul de longueur
	Transformation du plan	11) Image d'une figure par une translation
	Repérage	12) Coordonnées de points dans le plan, dans l'espace

3a. Les activités mentales

Progression

Un exemple de progression
par niveau sur le thème
« **calcul littéral** »
au collège.

	Nombres décimaux, relatifs, fractions, puissances, divisibilité, nombres premiers...		Expressions littérales	Distributivité		Équations
6 ^e	$2 + 8 \times 3$	$5 \times \text{😊} = 28$				
5 ^e	$3 \times (-2) - 2$	$3 \times \text{♯} = -6$	Simplifier si possible $2 + 3 \times b$	Calculer 12×50		
4 ^e			Simplifier $3a \times (-7a)$	Calculer $3(x + 5)$		Résoudre $3x = 6$ et $x + 5 = -2$
3 ^e			Si $f(x) = 3x - 2$ Alors $f(-2) =$		Développer $(x + 1)(x - 2)$	Résoudre $4x + 3 = 2x - 1$

3a. Les activités mentales

Progression

Un exemple de progression au collège

Période 1 : Rentrée – Toussaint (7 semaines)

Période	Séances de classe	Rituels
4 semaines de septembre	Numération entière Segment et milieu Fractions	Addition et soustraction des nombres entiers Questions Flash : linéarité additive de la proportionnalité Notations géométriques (Première partie : point, segment, codage longueurs égales, demi-droite graduée)
3 semaines avant les vacances de la Toussaint	Cercle Les nombres décimaux	FC1 et FC2 : addition et soustraction des nombres décimaux Questions Flash : linéarité additive de la proportionnalité

3a. Les activités mentales

Progression

Un exemple de progression au collège

Période 2 : Toussaint – Noël (6 semaines)

Période	Séances de classe	Rituels / Fiches outils
3 semaines début novembre	Triangles et triangles particuliers Comparer des nombres décimaux et demi-droite graduée	Addition et soustraction des nombres décimaux Multiplication des nombres entiers Questions Flash : linéarité multiplicative de la proportionnalité
3 semaines avant les vacances de Noël	Angles : définition, nommer un angle Droites sécantes, droites perpendiculaires Priorités opératoires Polygones (vocabulaire, triangle rectangle, quadrilatères particuliers)	Addition et soustraction des nombres décimaux Unités de masse

3a. Les activités mentales

Progression

Un exemple de progression au collège

Période 3 : Noël – Février (7 semaines)

Période	Séances de classe	Rituels / Fiches outils
4 semaines de janvier	Multiplication des décimaux Droites parallèles et position relative de trois droites	Procédures de calcul mental ou en ligne (partie 1) : Multiplier et diviser par 10, 100, 1000 Multiplication des nombres décimaux Unités de capacité
3 semaines avant les vacances de Février	Multiple et diviseur, Division euclidienne Symétrie axiale et médiatrice Retour sur les fractions	Procédures de calcul mental ou en ligne (partie 2) : Multiplier par 0,1, 0,01, 0,001 et par 0,5 Conversions durées

3a. Les activités mentales

Progression

Un exemple de progression sur le thème « **Reconnaître l'égalité de Pythagore** » au cycle 4.

- Dans le thème « Espace et géométrie » :

À l'issue d'activités rituelles de construction et de verbalisation des procédures et la résolution de problèmes, effectuées tout au long du cycle, les élèves doivent avoir mémorisé des images mentales (configurations de Pythagore et de Thalès, lignes trigonométriques dans un triangle rectangle) et automatisé les procédures de repérage et de constructions géométriques liées aux figures et aux transformations du programme.

3a. Les activités mentales

Progression

Pythagore et les automatismes (cycle 4)

- Dans le thème « Espace et géométrie » :

À l'issue d'activités rituelles de construction et de verbalisation des procédures et la résolution de problèmes, effectuées tout au long du cycle, les élèves doivent avoir mémorisé des images mentales (configurations de Pythagore et de Thalès, lignes trigonométriques dans un triangle rectangle) et automatisé les procédures de repérage et de constructions géométriques liées aux figures et aux transformations du programme. Programme (cycle 4)

Repères dans l'automatisation de l'égalité de Pythagore

Reconnaître un triangle rectangle puis son hypoténuse

Mettre en place l'automatisme sur l'égalité de Pythagore

Développer un regard critique sur les conditions d'utilisation et les résultats obtenus

3a. Les activités mentales

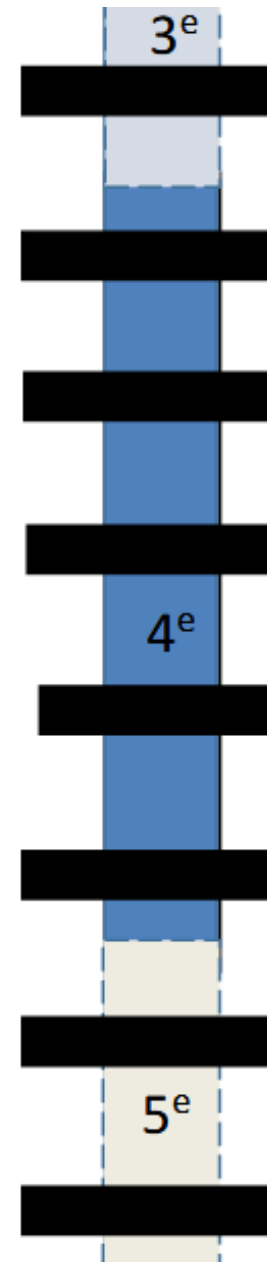
Progression

Un exemple de progression sur le thème
« **Reconnaître l'égalité de Pythagore** »
au cycle 4.

Calculer en utilisant l'égalité de Pythagore

Écrire l'égalité de Pythagore

Introduire l'égalité de Pythagore



Reconnaître l'hypoténuse d'un triangle rectangle, ce triangle étant contenu dans un solide.

Vérifier la cohérence d'une solution

Reconnaître l'hypoténuse d'un triangle rectangle dans un cône de révolution

Vérifier les conditions d'utilisation de l'égalité de Pythagore

Reconnaître l'hypoténuse dans une figure plane contenant un triangle rectangle

Reconnaître l'hypoténuse dans un triangle rectangle

3a. Les activités mentales

Progression

Un exemple de progression au lycée

A	Séquence en cours d'apprentissage
B	Lectures graphiques, représentations de données chiffrées
C	Calculs numériques
D	Évolution, pourcentages
E	Calculs algébriques
F	Fonctions
G	Statistiques et probabilités
H	Algorithmique et programmation

					H			H			H
				G		G				G	
			F		F				F		
		E		E				E			E
	D		D				D			D	
C	C					C			C		
B		B					B				
A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A

↔
Trois thèmes à
conserver pendant 3
ou 4 séances

→
Déroulement cyclique
tout au long de l'année

Atelier 2 : activité mentale et progression

- Par équipe de 4 ou 5
 - 20 minutes de préparation
 - 3 minutes de présentation aux autres groupes



Construire 3 activités mentales de 5 à 10 questions
- qui portent sur au moins trois séquences
- qui tiennent compte de la progression des apprentissages des élèves

Utiliser les
programmes
officiel

Un niveau de
classe en
commun

3b) Le calcul mental

Le calcul mental : l'un des thèmes abordés

CONSTAT



Nos élèves sont moins familiers avec les nombres
que ces mêmes élèves il y a dix ans

Nos élèves ne savent plus calculer.....

Caps Lock ON

3b) Le calcul mental

AU COLLEGE: des constats

- ❑ Les élèves ont souvent des difficultés pour faire des calculs numériques élémentaires.
- ❑ Ces difficultés se retrouvent dans la pratique du calcul littéral.
- ❑ Les élèves ne sont pas familiers avec les nombres (fractions).
- ❑ Les notions d'ordre de grandeur sont souvent absentes ou très erronées.
- ❑ Les calculs de la vie courante sont mal gérés.

3b) Le calcul mental

AU COLLEGE: des constats

On retrouve les mêmes difficultés en lycée et :

- ❑ La calculatrice, très présente dans les programmes, peut devenir le recours incontournable au moindre calcul.
- ❑ Le manque d'aisance dans les calculs
 - est un handicap dans les démonstrations.
 - perturbe l'acquisition de nouvelles notions.

L'élève se concentre davantage sur les calculs que sur le sens de l'activité proposée et perd de vue l'objectif poursuivi.

3b) Le calcul mental

Les programmes CYCLE 3

- Le cycle 3 vise à approfondir des notions mathématiques abordées au cycle 2..., à **consolider l'automatisation** des techniques écrites de calcul introduites précédemment (addition, soustraction, multiplication) ainsi que les résultats et procédures de calcul mental du cycle 2, mais aussi à **construire de nouvelles techniques** de calcul écrites (division) et **mentales**...

3b) Le calcul mental

Les programmes CYCLE 3

- « Le calcul mental, le calcul posé et le calcul instrumenté sont à construire **en interaction**. Ainsi, le calcul mental est mobilisé dans le calcul posé et il peut être utilisé pour fournir **un ordre de grandeur** avant un calcul instrumenté.
- Réciproquement, le calcul instrumenté peut permettre de vérifier un résultat obtenu par le calcul mental ou par le calcul posé.»

3b) Le calcul mental

Les programmes CYCLE 3

- « Le calcul, dans toutes ses modalités, contribue à la **connaissance des nombres**. Ainsi, même si le calcul mental permet de produire des résultats utiles dans différents contextes de la vie quotidienne, son enseignement vise néanmoins prioritairement **l'exploration des nombres et des propriétés des opérations**.[..] »
- « [..] Pour cela, il est indispensable que les élèves puissent s'appuyer sur suffisamment de **faits numériques mémorisés** et de modules de calculs élémentaires **automatisés**.»

3b) Le calcul mental

LYCEE (nouveau programme de seconde)

« ...Cependant, pour prendre des initiatives, imaginer des pistes de solution et s'y engager sans s'égarer, l'élève doit disposer d'automatismes. Ceux-ci facilitent en effet le travail intellectuel en libérant l'esprit des soucis de mise en œuvre technique et élargissent le champ des démarches susceptibles d'être engagées. L'acquisition de ces réflexes est favorisée par la mise en place d'activités rituelles, **notamment de calcul (mental ou réfléchi, numérique ou littéral)...** »

3b) Le calcul mental

Qu'entend-on par calcul mental?

On distingue deux types de calcul mental :

- ❑ Le calcul **automatisé** qui est, dans le domaine numérique pur, le calcul mental traditionnel
- ❑ Le calcul mental **réfléchi ou raisonné** qui permet de reconstruire les calculs par des raisonnements appropriés

3b) Le calcul mental

Qu'entend-on par calcul mental?

On distingue deux types de calcul mental :

- ❑ Le calcul **automatisé** qui est, dans le domaine numérique pur, le calcul mental traditionnel
(apprentissage déclaratif)
- ❑ Le calcul mental **réfléchi ou raisonné** qui permet de reconstruire les calculs par des raisonnements appropriés
(apprentissage procédural)

3b) Le calcul mental

CALCUL MENTAL AUTOMATISE

- ❑ Il s'agit d'un automatisme : les résultats sont produits immédiatement, de façon spontanée, sans conscience du chemin suivi, sans faire appel à la réflexion.
- ❑ Il demande peu d'effort : il s'appuie sur des résultats complètement mémorisés et disponibles instantanément.
- ❑ Il nécessite des connaissances ou des procédures mémorisées.

3b) Le calcul mental

CALCUL MENTAL AUTOMATISE: des exemples

- Les tables de multiplication.
- Les multiplications par 10, 100, 1000
- La moitié de 50.

3b) Le calcul mental

CALCUL MENTAL AUTOMATISE: des exemples

Les tables de multiplication à l'école primaire

- ❑ Les tables de multiplication sont construites au cycle 2.
- ❑ La restitution du résultat ne doit pas être le fruit d'un calcul.

“ Réduire le temps de réponse force les élèves à abandonner les stratégies inefficaces s'appuyant sur des calculs et à tenter de retrouver les réponses de mémoire ”. (Wong & Evans, 2007)

3b) Le calcul mental

CALCUL MENTAL REFLECHI

- ❑ On élabore une stratégie car plusieurs méthodes sont possibles, on choisit la méthode paraissant la mieux adaptée (en fonction des connaissances disponibles).
- ❑ Les résultats sont obtenus par une reconstruction personnelle en s'appuyant sur des propriétés connues et bien maîtrisées.
- ❑ Le choix dépend des connaissances disponibles, les étapes peuvent être nombreuses et, si besoin est, on écrit des résultats intermédiaires.
- ❑ Les procédures sont élaborées à partir des propriétés implicitement ou explicitement connues des opérations (commutativité, associativité, distributivité).

3b) Le calcul mental

CALCUL MENTAL REFLECHI: des exemples

□ 6×15

□ 25×12

□ L'affirmation $\sqrt{32} - \sqrt{2} = \sqrt{18}$ est elle vraie ou fausse ?

□ $3 \times (4 + 2) \times 5$

3b) Le calcul mental

CALCUL MENTAL REFLECHI et CALCUL MENTAL AUTOMATISE

Il n'y a pas de calcul réfléchi sans calcul automatisé

- ❑ Les procédures peuvent utiliser des relations arithmétiques déjà mémorisées entre les nombres.
- ❑ Le calcul réfléchi peut, du fait de l'enchaînement des procédures, conduire rapidement à une saturation de la mémoire de travail.
Pour la soulager, il est utile d'automatiser aussi certaines techniques.
- ❑ Le calcul réfléchi s'appuie sur le calcul automatisé, en montre l'intérêt et crée un enjeu à la mémorisation tout en la favorisant.

Atelier 2 : calcul mental

- Par équipe de 4 ou 5
 - 15 minutes d'échange
 - 1 minute de présentation aux autres groupes



1. Le calcul mental en 10 questions :

5 questions sur le calcul mental automatisé

5 questions sur le calcul mental réfléchi

2. Préciser le format de votre phase de séance (diaporama, numérique, ardoise, ...)

Utiliser les programmes officiels

Un niveau de classe en commun

3b) Le calcul mental

Tables de multiplication : Remédiation au collège

Des stratégies de remédiation en classe de sixième pour les tables de multiplication :

- 3×7 ?
- 40×8 ?
- Combien de fois 8 dans 64 ?
- Combien de fois 5 dans 5 400 ?
- Combien de fois 14 dans 56 ?
- Dans quelles tables trouve-t-on 32 ?
- Dans quelle tables se trouvent à la fois 24 et 36 ?
- Combien de fois 7 dans 60 et combien reste-t-il ?
- Dans 32, combien de fois 5 et combien reste-t-il ?

3b) Le calcul mental

Tables de multiplication : Remédiation au collège

Mise en place des tests diagnostiques :

Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3																																																
Être capable de répondre rapidement à une question du type « $6 \times 7 = ?$ »	Être capable de répondre à une question du type « Dans 42 combien de fois 6 ? » « Dans 45 combien de fois 6 ? »	Être capable d'écrire une décomposition multiplicative d'un nombre.																																																
Exemple de test diagnostique :	Exemple de test diagnostique :	Exemple de test diagnostique :																																																
<table border="1"><tbody><tr><td>×</td><td>8</td><td>9</td><td>6</td></tr><tr><td>3</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>7</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>5</td><td></td><td></td><td></td></tr></tbody></table>	×	8	9	6	3				7				5				<table border="1"><tbody><tr><td>×</td><td>6</td><td>5</td><td>9</td></tr><tr><td></td><td></td><td>35</td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td>81</td></tr><tr><td></td><td>48</td><td></td><td></td></tr></tbody></table>	×	6	5	9			35					81		48			<table border="1"><tbody><tr><td>×</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td>36</td><td></td><td>24</td></tr><tr><td></td><td></td><td>49</td><td></td></tr><tr><td></td><td>45</td><td></td><td></td></tr></tbody></table>	×					36		24			49			45		
×	8	9	6																																															
3																																																		
7																																																		
5																																																		
×	6	5	9																																															
		35																																																
			81																																															
	48																																																	
×																																																		
	36		24																																															
		49																																																
	45																																																	
Type 1	Type 2	Type 3																																																

3b) Le calcul mental

Tables de multiplication : Remédiation au collège

Mise en place des tests diagnostiques : ^T

Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3
Être capable de répondre rapidement à une question du type « $6 \times 7 = ?$ »	Être capable de répondre à une question du type « Dans 42 combien de fois 6 ? » « Dans 45 combien de fois 6 ? »	Être capable d'écrire une décomposition multiplicative d'un nombre.
Dans ce type d'activité, la reconstruction des résultats est encore possible dans un temps raisonnable.	Dans ce type d'activité, la reconstruction des résultats est encore possible, mais elle devient fastidieuse. Disposer de résultats mémorisés permet de répondre rapidement.	La connaissance des tables est testée dans un exercice complexe. La réussite rapide à ce genre d'exercice témoigne de la capacité à utiliser les résultats mémorisés et dépend donc de leur disponibilité. Ce type d'exercices correspond au niveau attendu pour un élève en fin de 6 ^e .

3b) Le calcul mental

Une ressource pour le lycée sur les automatismes



**ACADÉMIE
D'ORLÉANS-TOURS**

*Liberté
Égalité
Fraternité*

**Inspection pédagogique régionale
Mathématiques**

Automatismes en classe de Seconde

Un document produit par le groupe de travail « Automatismes et Course Aux Nombres » de l'académie d'Orléans-Tours

Ce document est une collection d'exemples de questions que l'on peut poser aux élèves en classe de Seconde, classées par thème et capacités attendues figurant au programme et selon trois niveaux de maîtrise. L'ordre des thèmes abordés n'est pas prescriptif, il suit une progression spiralee possible en Seconde qui est détaillée en annexe.

3b) Le calcul mental

Une ressource pour le lycée sur les automatismes



**ACADÉMIE
D'ORLÉANS-TOURS**

*Liberté
Égalité
Fraternité*

**Inspection pédagogique régionale
Mathématiques**

Automatismes en classe de Seconde

Un document produit par le groupe de travail « Automatismes et Course Aux Nombres » de l'académie d'Orléans-Tours

Ce document est une collection d'exemples de questions que l'on peut poser aux élèves en classe de Seconde, classées par thème et capacités attendues figurant au programme et selon trois niveaux de maîtrise. L'ordre des thèmes abordés n'est pas prescriptif, il suit une progression spiralee possible en Seconde qui est détaillée en annexe.

3b) Le calcul mental

I- Arithmétique Une ressource pour le lycée sur les automatismes

Capacité attendue	Questions
Lister tous les diviseurs d'un entier.	<ul style="list-style-type: none">• 130
Divisibilité par 2 ; 3 ; 5 ; 9 ?	<ul style="list-style-type: none">• 929
Savoir dire si un nombre est premier.	<ul style="list-style-type: none">• 405
Décomposer un entier en produit de facteurs premiers.	<ul style="list-style-type: none">• 42
Déterminer la parité d'un entier.	<ul style="list-style-type: none">• $4n + 5$
Rendre une fraction irréductible	<ul style="list-style-type: none">• $\frac{35}{21}$
Savoir effectuer des calculs numériques mettant en jeu des écritures fractionnaires :	<ul style="list-style-type: none">• $\frac{7}{8} + \frac{9}{40}$• $\frac{7}{8} - \frac{9}{40}$• $\frac{3}{7} \times \frac{56}{15}$• $\frac{4}{11} \div \frac{9}{8}$

3b) Le calcul mental

I- Arithmétique Une ressource pour le lycée sur les automatismes

Capacité attendue	Questions	
	Niveau 0 (prérequis)	
Lister tous les diviseurs d'un entier.	•	130
Divisibilité par 2 ; 3 ; 5 ; 9 ?	•	929
Savoir dire si un nombre est premier.	•	405
Décomposer un entier en produit de facteurs premiers.	•	42
Déterminer la parité d'un entier.	•	$4n + 5$
Rendre une fraction irréductible	•	$\frac{35}{21}$
Savoir effectuer des calculs numériques mettant en jeu des écritures fractionnaires :	•	$\frac{7}{8} + \frac{9}{40}$
	•	$\frac{7}{8} - \frac{9}{40}$
	•	$\frac{3}{7} \times \frac{56}{15}$
	•	$\frac{4}{11} \div \frac{9}{8}$

3b) Le calcul mental

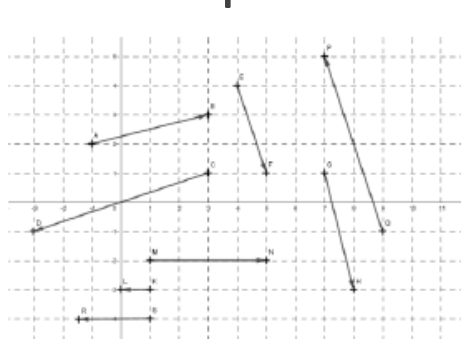
I- Arithmétique Une ressource pour le lycée sur les automatismes

Capacité attendue	Questions		
	Niveau 0 (prérequis)	Niveau 1	Niveau 2
Lister tous les diviseurs d'un entier.	• 130	• 126	• 780
Divisibilité par 2 ; 3 ; 5 ; 9 ?	• 929	• 1 578	• 842 931
Savoir dire si un nombre est premier.	• 405	• 297	• 456 021
Décomposer un entier en produit de facteurs premiers.	• 42	• 210	• 1 260
Déterminer la parité d'un entier.	• $4n + 5$	• $6n^2$	• produit de deux nombres entiers consécutifs
Rendre une fraction irréductible	• $\frac{35}{21}$	• $\frac{60}{126}$	• $\frac{825}{210}$
Savoir effectuer des calculs numériques mettant en jeu des écritures fractionnaires :	<ul style="list-style-type: none"> • $\frac{7}{8} + \frac{9}{40}$ • $\frac{7}{8} - \frac{9}{40}$ • $\frac{3}{7} \times \frac{56}{15}$ • $\frac{4}{11} \div \frac{9}{8}$ 	<ul style="list-style-type: none"> • $\frac{3}{5} + \frac{1}{7}$ • $\frac{3}{5} - \frac{1}{7}$ • $\frac{63}{20} \times \frac{15}{14}$ • $\frac{-3}{10} \div \frac{-4}{8}$ 	<ul style="list-style-type: none"> • $3 + \frac{2}{9}$ $\frac{-3}{7} + \frac{5}{8}$ $\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{4}$ • $3 - \frac{2}{9}$ $\frac{-3}{7} - \frac{5}{8}$ $\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4}$ • $\frac{-4}{14} \times \frac{21}{32}$ • $\frac{-3}{\frac{5}{4}}$

3b) Le calcul mental

Une ressource pour le lycée sur les automatismes

Caractériser l'alignement ou le parallélisme par la colinéarité de deux vecteurs

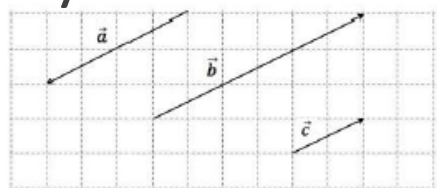


les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} sont colinéaires
VRAI ou FAUX ?

les vecteurs \overrightarrow{MN} et \overrightarrow{KL} sont colinéaires
VRAI ou FAUX ?

les vecteurs \overrightarrow{EF} et \overrightarrow{GH} sont colinéaires
VRAI ou FAUX ?

Citer deux vecteurs colinéaires de même sens



Compléter

$$\vec{b} = \dots \vec{c}$$

$$\vec{a} = \dots \vec{c}$$

$$\vec{a} = \dots \vec{b}$$

• les vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 8 \\ -24 \end{pmatrix}$ sont colinéaires ;
Vrai ou Faux ?

• les vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 3 \\ 8 \end{pmatrix}$ sont colinéaires ;
Vrai ou Faux ?

• les vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} 21 \\ 6 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 3 \\ 8 \end{pmatrix}$ sont colinéaires ;
Vrai ou Faux ?

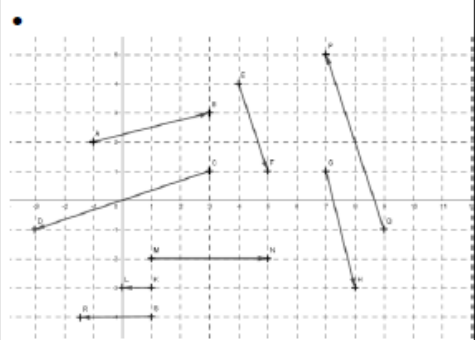
• les vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -3 \\ -8 \end{pmatrix}$ sont colinéaires ;
Vrai ou Faux ?

• les vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 8 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ sont colinéaires ;
Vrai ou Faux ?

• A(2;7) et B(5;12)
Les vecteurs \overrightarrow{OA} et \overrightarrow{OB} sont colinéaires
Vrai ou Faux ?

• A(2;7) et B(5;12)
Les points O,A et B sont alignés
Vrai ou Faux ?

• Trouver la valeur de x pour que les vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ - \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} x \\ 14 \end{pmatrix}$ sont colinéaires ;



Compléter $\overrightarrow{EF} = \dots \overrightarrow{QP}$
 $\overrightarrow{LK} = \dots \overrightarrow{MN}$

3b) Le calcul mental

Des documents ressources:

- « Le calcul sous toutes ses formes au collège et au lycée » (Eduscol Ancien programme)
- « Le calcul aux cycles 2 et 3 » (Eduscol, Document ressource Nouveau Programme)
- « Les automatismes au collège (2022) », Ressource eduscol

Programme du jour

➤ Introduction

1. Apport des sciences cognitives
2. Des ressources institutionnelles
3. Des exemples d'automatismes

a) Les activités mentales

b) Le calcul mental

Exemples de remédiation au collège et au lycée

c) Focus sur les QCM

Atelier 3 : Q.C.M. et VRAI/FAUX



- Par équipe de 4 ou 5 avec un rapporteur
 - Echanges autour des documents
 - Faire au moins 6 applications parmi les 9 proposées
- Durée: 45 minutes
- Restitution par le rapporteur sur 1 ou 2 applications

- 2 à 3 minutes de présentation au groupe

**Echanges autour de
9 applications**

Construire un QCM

- Par équipe de 4 ou 5
 - 30 minutes d'échange
 - 1 minute de présentation aux autres groupes



Pour chaque question du QCM :

- 1. Ecrire la bonne réponse**
- 2. Proposer au moins deux ou trois distracteurs.**

3c) Focus sur les QCM

ARGUMENTS POSITIFS DU Q.C.M.	ARGUMENTS NEGATIFS DU Q.C.M.
- il valorise la rapidité de réaction	- il laisse trop de place aux réponses données au hasard
- il permet de bien couvrir un champs déterminé	- il facilite la fraude
- il permet la prise en compte de modes de raisonnements diversifiés (disjonction, élimination de cas)	- il pourrait favoriser la mémorisation de réponses fausses
- la brièveté de la réponse, la simplicité de la correction et son objectivité	- il ne permet pas d'évaluer les qualités de rédaction
- il permet un repérage plus précis des difficultés	- il ne permet pas de valoriser l'originalité d'une solution
- il favorise les confrontations, les débats entre élèves	
- il permet une évaluation de plusieurs niveaux d'activité mentale : mémorisation, compréhension, mise en pratique...	

3c) Focus sur les QCM

Une définition

Questionnaire à choix multiple



Apprenant choisit la réponse à la question posée parmi une liste de propositions



Définition = un Questionnaire à Choix Multiple est une série de questions auxquelles « *l'étudiant répond en opérant une sélection (au moins) parmi plusieurs solutions proposées, chacune étant jugée (par le constructeur de l'épreuve et par un consensus entre spécialistes) correcte ou incorrecte indépendamment de l'apprenant qui doit y répondre* » (Leclercq, 1986).

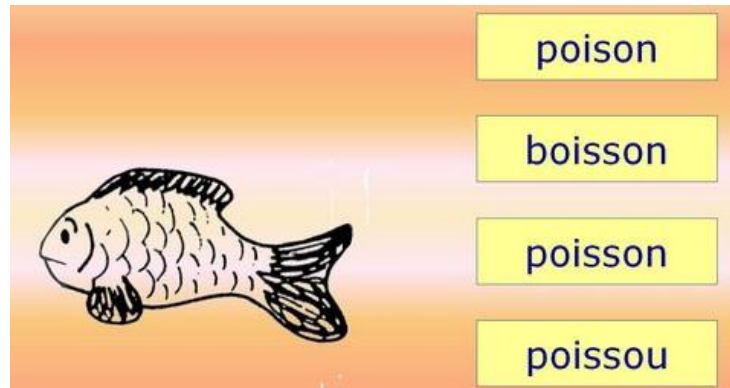
3c) Focus sur les QCM

structure

Le Q.C.M. est une suite de questions formées chacune:

- d'un texte contenant les données : **le tronc**
- d'un certain nombre d'affirmations pouvant être vraies ou fausses.

Les réponses fausses sont appelées les « **distracteurs** »



4- Les anticorps ont un effet ... vis-a-vis de l'acetylcholine

- agoniste
- antagoniste
- inhibiteur
- stimulateur

5- Les anticorps circulants sont fabriqués par :

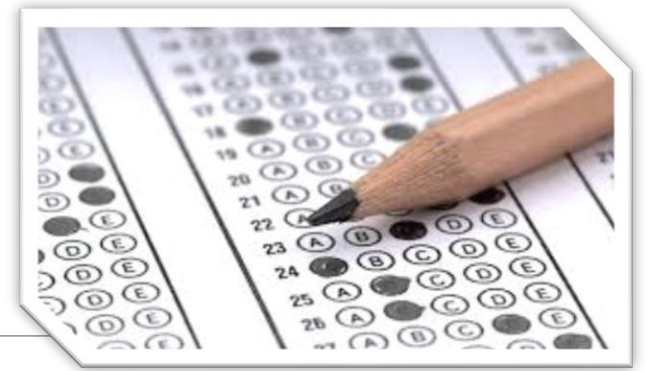
- les neurones présynaptiques
- des plasmocytes
- la moelle épinière
- les lymphocytes B

6- Les anticorps agissent au niveau :

- de la membrane du motoneurone
- de la membrane du neurone sensitif
- des neurones de la voie pyramidale
- de la membrane du muscle effecteur

3c) Focus sur les QCM

Une typologie



- Le **Q.R.M.** : questionnaire à réponses multiples

l'élève est informé que plusieurs solutions peuvent être correctes et qu'il peut donner plusieurs réponses

- Le **Q.R.U.** : questionnaire à réponse unique

l'élève est averti que la question ne comporte qu'une seule solution correcte

- Le « **Q.C.M.** » avec justifications ou VRAI/FAUX

Dans un premier temps, on demande aux élèves de se prononcer sur la vérité de quelques affirmations.

Dans un second temps, les élèves doivent justifier par une démonstration ou par un contre-exemple
Eventuellement, énoncé contingent VRAI/FAUX/On ne peut pas savoir

3c) Focus sur les QCM

différents objectifs



- ❑ Diagnostic : pour mobiliser les connaissances en début de chapitre, en début de cours, en fin de séance...
- ❑ Formatif/formateur : au cours d'apprentissage, en travail de groupe, en correction d'un contrôle
- ❑ Certificatif : en fin d'apprentissage, en contrôle commun, DNB, BAC, ...
- ❑ Réguler les apprentissages pour le professeur et les élèves

3c) Focus sur les QCM



Valeur ajoutée ou retirée
par rapport à une évaluation classique

Au-delà des points déjà énoncés dans les diapositives précédentes :

- Valeur ajoutée :
- QCM mieux acceptés que les exercices traditionnels : ils incitent davantage à la réflexion que sous forme traditionnelle
 - Les distracteurs donnent une piste (différent d'un problème ouvert)
 - Pas de rédaction, remotive certains élèves

3c) Focus sur les QCM

Valeur ajoutée ou retirée
par rapport à une évaluation classique



Valeur retirée : des points non vérifiés

- rédaction
- choix d'une méthode
- valorisation de l'originalité d'une solution...

3c) Focus sur les QCM

Construction



□ Thèmes abordés :

Il est souhaitable que les questions

- portent sur les aspects importants de la notion traitée
- traitent d'un seul sujet par question
- permettent de distinguer à quel degré l'élève a assimilé la notion en question

□ La formulation des questions

3c) Focus sur les QCM

Construction



□ La formulation des questions

- Questions structurées : séparation entre le tronc et les alternatives
- Maximum d'informations dans le tronc, alléger les alternatives
- Formulation dans un langage accessible aux élèves : aucune ambiguïté ne doit exister au niveau du français
- Etre concises
- Etre « intelligentes » : éviter une trop grande complexité dans les solutions...
- Ne pas vouloir tester trop de connaissances à la fois (1 ou 2 objectifs maximum)

3c) Focus sur les QCM

Construction



❑ Eviter :

des calculs longs et pénibles

des QCM trop pointus sur le même sujet ou inversement

3c) Focus sur les QCM

Barème



Exemples :

- Deux possibilités à chaque fois, cocher une seule case V ou F

bonne réponse : 1 point,
mauvaise réponse : -0,5
omission : 0 point

- QRU: bonne réponse : 2 points,
autre : -1 point

3c) Focus sur les QCM

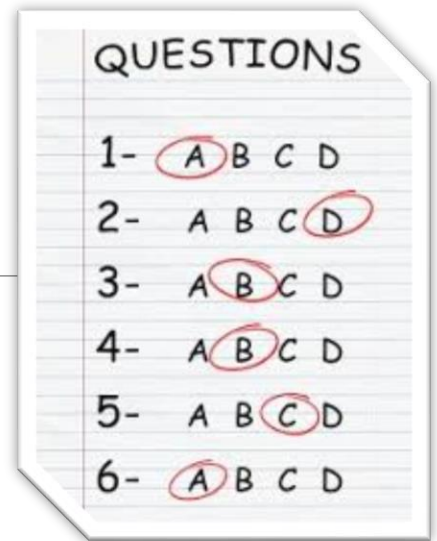
former ses élèves

Les élèves doivent être formés à la résolution d'un Q.C.M. :

- prise de recul par rapport aux questions posées
- tests, essais
- rejet des réponses impossibles...

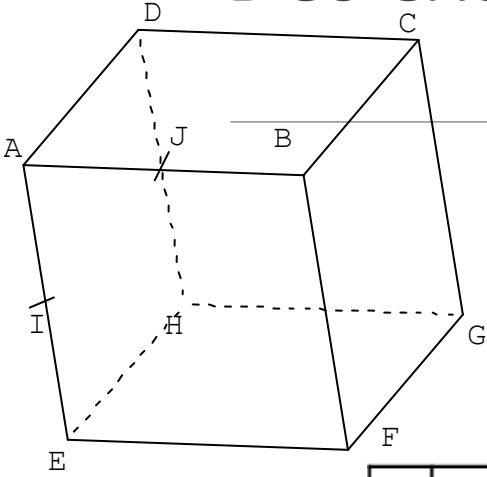
Des Vrai/Faux dans les devoirs hors classe :

A chacun son contre-exemple



3c) Focus sur les QCM

Des exemples : QRM



ABCDEFGH est un cube, I est le milieu de [AE], J est le milieu de [AB].
 Pour chacune des questions indiquer la ou les réponses exactes.

	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D	Vos choix
1	Le triangle ACF est	rectangle	isocèle	équilatéral	quelconque	
2	Le triangle ACG est	rectangle	isocèle	équilatéral	quelconque	
3	Le quadrilatère DBFH est un	rectangle	carré	parallélogramme	losange	

3c) Focus sur les QCM

Des exemples: QRU

Questions	Réponse 1	Réponse 2	Réponse 3
$\sqrt{49}$ peut s'écrire	-7	+7	+7 ou -7
$\sqrt{45} - \sqrt{80}$ est égal à	-2,236	$-\sqrt{35}$	$-\sqrt{5}$
$\sqrt{(-7)^2}$ peut s'écrire encore	+7	-7	$\frac{49}{2}$
La diagonale d'un carré mesure 6 cm, son coté mesure	18 cm	$3\sqrt{2}$ cm	4,24 cm

3c) Focus sur les QCM

Des exemples : Vrai/Faux

1) *Pour chaque proposition, * indiquer si elle est vraie ou fausse
* si elle est fausse, donner un contre-exemple(qui peut être une figure).*

Soit ABCD un quadrilatère.

1. Si ABCD est un rectangle, alors $BD = AC$
2. Si $BD = AC$, alors ABCD est un rectangle
3. Si $(BD) \perp (AC)$, alors ABCD est un losange
4. Si ABCD est un losange ayant un angle droit, alors ABCD est un rectangle
5. Si ABCD a deux côtés opposés de même longueur, alors ABCD est un parallélogramme

3c) Focus sur les QCM

Exemples: QRU

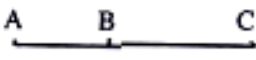
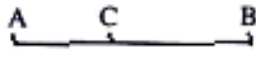

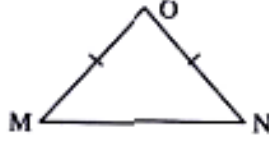
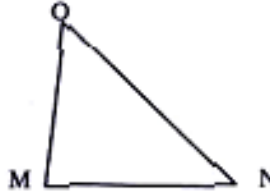
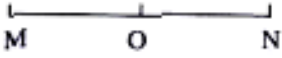
Exercice 1

Chacune des affirmations contenues dans la première colonne du tableau est **fausse**.

Le professeur demande à trois élèves de donner un contre-exemple prouvant qu'elle est bien fausse.

Choisir parmi les trois réponses, celle qui démontre bien que la proposition est fausse.

Proposer un autre contre-exemple.

Proposition	Réponse 1	Réponse 2	Réponse 3
Si A, B et C sont trois points alignés, alors $AC = AB + BC$.			
Pour tous les points M, N et O tels que $MO = ON$, le point O est le milieu de [MN].			
Pour tous les nombres a , b et c si $a < b$ alors $ac < bc$.	$a = 2, b = 3$ et $c = 4$	$a = 2, b = 3$ et $c = -5$	$a = -2, b = -3$ et $c = 5$
Si $x < 1$ alors $\frac{1}{x} > 1$.	$x = 2$	$x = 0,5$	$x = -5$
Si $x^2 > 9$ alors $x > 3$.	$x = 5$	$x = 2$	$x = -5$

Pour chaque ligne du tableau ci-dessous, choisir la ou les réponses exactes :

Chacune de vos réponses doit être rapidement justifiée.

3c) Focus sur les QCM

QCM :
correction
d'évaluation

	Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D	Réponse proposée
1) $\sqrt{-121}$ est égal à :	11	impossible	$\sqrt{-11}$	-11	
2) $\sqrt{(-10)^2}$ est égal à :	-10	$\sqrt{-10}$	10	impossible	
3) $(2\sqrt{3})^2$ est égal à :	12	$2\sqrt{3}$	6	$4\sqrt{3}$	
4) $\sqrt{72}$ est égal à :	$36\sqrt{2}$	$3\sqrt{8}$	$3\sqrt{4}$	$6\sqrt{2}$	
5) $\sqrt{3} \times \sqrt{27}$ est égal à :	$3(\sqrt{3})^2$	$9\sqrt{3}$	9	$3\sqrt{3}$	
6) $\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{7}}$ est égal à :	$4\sqrt{7}$	2	$7\sqrt{4}$	$\sqrt{4}$	

ÉNONCÉ

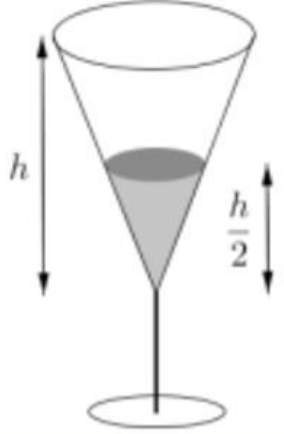
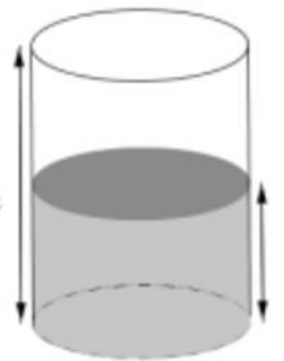
On considère deux verres remplis à mi-hauteur.

Pour chacun d'eux quelle proportion du volume total du verre représente le volume de liquide ?

Trois réponses sont proposées dont une seule est exacte.

3c) Focus sur les QCM

Exemples:
Q.R.U.

		RÉPONSE A	RÉPONSE B	RÉPONSE C
Verre n°1		Le volume de liquide représente la moitié du volume total du verre	Le volume de liquide représente le quart du volume total du verre	Le volume de liquide représente le huitième du volume total du verre
Verre n°2		Le volume de liquide représente la moitié du volume total du verre	Le volume de liquide représente le quart du volume total du verre	Le volume de liquide représente le huitième du volume total du verre

Exemples :

Q.R.U.

Choisir la bonne réponse. Aucune justification n'est demandée. Pour chaque question, indiquer sur votre copie la lettre correspondant à votre réponse.

Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1 f est le trinôme défini sur \mathbb{R} par : $f(x) = -3x^2 + 6x + 1$ Sa forme canonique est	$-3(x+1)^2 + 1$	$-3(x-1)^2 - 4$	$-3(x-1)^2 + 4$
2 Une forme factorisée du polynôme $20x^2 + 40x - 60$ est :	$(x-1)(x+3)$	$20(x+1)(x-3)$	$20(x-1)(x+3)$
3 L'équation $-2x^2 + 4x + 3 = 0$ admet	une solution unique	deux solutions de même signe	deux solutions de signes contraires
4 Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = -x^2 - 5x + 6$ Une racine évidente de f est	2	-1	1

Exemples : VRAI/FAUX DNB

_____ Pour chaque affirmation, dire en justifiant, si elle est vraie ou fausse.

Affirmation 1 :

Programme de calcul A

Choisir un nombre

Ajouter 3

Multiplier le résultat par 2

Soustraire le double du nombre de départ

Le résultat du programme de calcul A est toujours égal à 6.

Affirmation 2 : Le résultat du calcul $\frac{7}{5} - \frac{4}{5} \times \frac{1}{3}$ est égal à $\frac{1}{5}$.

Affirmation 3 : La solution de l'équation $4x - 5 = x + 1$ est une solution de l'équation $x^2 - 2x = 0$.

Affirmation 4 : Pour tous les nombres entiers n compris entre 2 et 9, $2^n - 1$ est un nombre premier.

Exemples: QRU BAC ES

Exercice 1

4 points

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un QCM (questionnaire à choix multiples). Pour chacune des questions posées, une seule des quatre réponses est exacte. Recopier le numéro de la question et la réponse exacte. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte 1 point, une réponse fautive ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point. Une réponse multiple ne rapporte aucun point.

1. La solution exacte de l'équation $\left(\frac{1}{2}\right)^x = \frac{3}{10}$ est :

- a. 1,74 b. $\frac{\ln 10 - \ln 3}{\ln 2}$ c. $-\frac{\ln 3}{\ln 5}$ d. 0,5

2. f est la fonction définie pour tout nombre réel x par $f(x) = 2xe^{x^2}$.

La valeur exacte de l'intégrale $\int_{-2}^2 f(x) dx$ est :

- a. $4e^4 - 4e^{-4}$ b. $4(e^4 + e^{-4})$ c. 0 d. 1

3. f est la fonction définie pour tout x de l'intervalle $]0; +\infty[$ par $f(x) = (2x+3)\ln x$.

On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $]0; +\infty[$.

On rappelle que f' désigne la fonction dérivée de la fonction f .

Pour tout nombre réel x de l'intervalle $]0; +\infty[$ on a :

- a. $f'(x) = \frac{2x+3}{x}$ b. $f'(x) = \frac{2}{x}$
c. $f'(x) = 2\ln x + \frac{3}{x} + 2$ d. $f'(x) = 2\ln x + \frac{3}{x}$

4. Une grandeur a été augmentée de 5 % la première année, puis de 7 % la deuxième année.

Sur ces deux années, le pourcentage global d'augmentation est égal à :

- a. 12 % b. 35 % c. 0,35 % d. 12,35 %

Exemples : DNB Métropole juin 2018

Exercice 5

16 points

Voici un programme de calcul

- Choisir un nombre
- Multiplier ce nombre par 4
- Ajouter 8
- Multiplier le résultat par 2

1. Vérifier que si on choisit le nombre -1 , ce programme donne 8 comme résultat final.
2. Le programme donne 30 comme résultat final, quel est le nombre choisi au départ?

Dans la suite de l'exercice, on nomme x le nombre choisi au départ.

3. L'expression $A = 2(4x+8)$ donne le résultat du programme de calcul précédent pour un nombre x donné.

$$\text{On pose } B = (4 + x)^2 - x^2.$$

Prouver que les expressions A et B sont égales pour toutes les valeurs de x .

4. Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. On rappelle que les réponses doivent être justifiées.
 - Affirmation 1 : Ce programme donne un résultat positif pour toutes les valeurs de x .
 - Affirmation 2 : Si le nombre x choisi est un nombre entier, le résultat obtenu est un multiple de 8.

Exemple: Bac S 2019 Métropole

Exercice 3

4 points

Commun à tous les candidats

Les cinq questions de cet exercice sont indépendantes.

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse et justifier la réponse choisie.

Une réponse non justifiée n'est pas prise en compte. Une absence de réponse n'est pas pénalisée.

1. Dans l'ensemble \mathbb{C} des nombres complexes, on considère l'équation $(E) : z^2 - 2\sqrt{3}z + 4 = 0$.

On note A et B les points du plan dont les affixes sont les solutions de (E) .

On note O le point d'affixe 0.

Affirmation 1 : Le triangle OAB est équilatéral.

2. On note u le nombre complexe : $u = \sqrt{3} + i$ et on note \bar{u} son conjugué.

Affirmation 2 : $u^{2019} + \bar{u}^{2019} = 2^{2019}$

3. Soit n un entier naturel non nul. On considère la fonction f_n définie sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ par :

$$f_n(x) = xe^{-nx+1}.$$

Affirmation 3 : Pour tout entier naturel $n \geq 1$, la fonction f_n admet un maximum.

4. On note \mathcal{C} la courbe représentative de la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \cos(x)e^{-x}$.

Affirmation 4 : La courbe \mathcal{C} admet une asymptote en $+\infty$.

5. Soit A un nombre réel strictement positif.

On considère l'algorithme ci-contre.

On suppose que la variable I contient la valeur 15 en fin d'exécution de cet algorithme.

Affirmation 5 : $15 \ln(2) \leq \ln(A) \leq 16 \ln(2)$

$I \leftarrow 0$
Tant que $2^I \leq A$
$I \leftarrow I + 1$
Fin Tant que

Exemple : erreurs peu probables, ou cumulées

Quel que soit le nombre réel a , le nombre
 $(2a + 3)^2$ est égal à :

$$(2a + 3)(2a + 3)$$

$$4a^2 + 9$$

$$4a^2 + 12a + 9$$

$$4a^2 + 6a + 9$$

$$4a^2 + 36a + 9 \text{ erreur rarement commise}$$

$$(2a + 3)(2a - 3)$$

$$2a^2 + 6a + 6 \text{ trop d'erreurs potentielles}$$

Des distracteurs invraisemblables, manque d'homogénéité : exemple

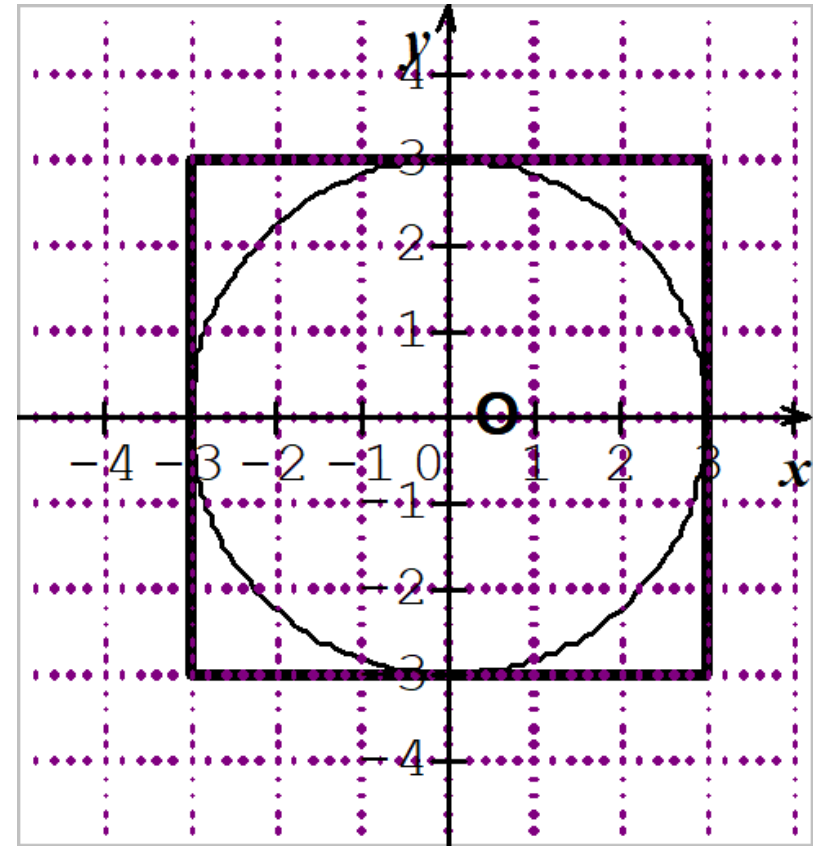
Quelle est l'aire du disque sachant que $\pi \approx 3,14$?

9 cm²

24 cm²

28,26 cm²

56 cm²



Application 1 :

Pour l'une de vos classes, écrire un énoncé de vrai/faux conduisant à la recherche d'un contre-exemple.

Exemple : « Théo affirme que pour tout réel a , le nombre $-a$ est négatif ». A-t-il raison ?

Application 2 :

Dans le Vrai/ Faux ci-dessous proposé au DNB, proposer une affirmation de votre choix en rapport avec l'énoncé.

EXERCICE 1

26 points

Pour chacune des six affirmations suivantes, indiquer sur la copie, si elle est vraie ou fausse.

On rappelle que chaque réponse doit être justifiée.

1. On considère la fonction f définie par $f(x) = 3x - 7$

Affirmation n° 1 :

2. On considère l'expression $E = (x - 5)(x + 1)$.

Affirmation n° 2 : « »

3. n est un nombre entier positif.

Affirmation n° 3 : « lorsque n est égal à 5, ».

4. On a lancé 15 fois un dé à six faces numérotées de 1 à 6 et on a noté les fréquences d'apparition dans le tableau ci-dessous :

Numéro de la face apparente	1	2	3	4	5	6
Fréquence d'apparition	$\frac{3}{15}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{5}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{15}$...

Affirmation n° 4 : .

5. On considère un triangle RAS rectangle en S.

Le côté [AS] mesure 80 cm et l'angle \widehat{ARS} mesure 26° .

Affirmation n° 5 :

6. Un rectangle ABCD a pour longueur 160 cm et pour largeur 95 cm.

Affirmation n° 6 :

Des documents

❑ Ressources de calcul mental sur *euler*

- Plus d'une centaine de ressources disponibles
- Un chronomètre indique l'avancement du temps (variable suivant les ressources)
- Les réponses doivent être validées avant la fin du temps imparti
- En cas d'erreur (ou dans le cas de réponses incomplètes), les réponses saisies sont conservées

❑ « **Activités mentales Automatismes au collège** »

Brochure 191 de septembre 2010 APMEP

- ❑ [Site :matoumatheux](#)
- ❑ Site jeduquet
- ❑ Site Mathsmentales

Les automatismes au collège (2022), eduscol
<https://eduscol.education.fr/document/33866/download>