

## **PROBLÈME : CARACTÉRISATION D'UNE LENTILLE DANS L'INFRAROUGE**

Ce problème est constitué d'un ensemble de sections qui peuvent être traitées indépendamment les unes des autres, en utilisant les résultats donnés dans l'énoncé et les figures de l'annexe G.

Vous veillerez à justifier précisément vos réponses en vous appuyant au besoin sur des schémas clairs – une réponse non détaillée ne sera pas validée.

Quand elles ne sont pas précisées, les notations sont celles utilisées en cours et TD.

Dans le cadre d'une étude pour la Junior Entreprise, Aglaë et Bernard, élèves de l'Institut d'Optique, sont chargés de mettre en place un dispositif de caractérisation d'optiques travaillant dans la gamme spectrale  $\lambda \in [8 \mu\text{m} - 12 \mu\text{m}]$  (infrarouge « thermique »), inspiré d'un montage de travaux pratiques. Pour valider leur dispositif, les étudiants ont choisi de travailler avec une lentille mince commerciale en germanium (Ge), transparente dans la gamme spectrale d'intérêt. La lentille est dite 'de meilleure forme' pour la conjugaison infini-foyer ( $R_1 = 314 \text{ mm}, R_2 = 475 \text{ mm}$ ), elle est de focale  $f' = 300 \text{ mm}$  et de diamètre  $\varnothing = 75 \text{ mm}$ .

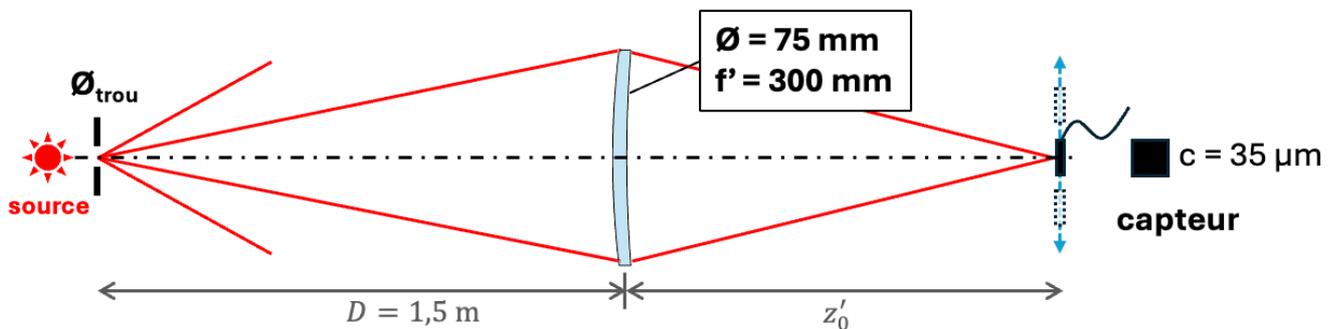


Figure 1 : Schéma du dispositif expérimental

Le dispositif expérimental de mesure consiste en :

- une source d'éclairage (bâton de graphite chauffé à une température de 1075 K) qui fournit un rayonnement proche de celui d'un corps noir dans la gamme spectrale d'intérêt ;
- un trou-source, dont on peut choisir le diamètre entre 50  $\mu\text{m}$  et 2000  $\mu\text{m}$  ;
- un capteur de section carré, de côté  $c = 35 \mu\text{m}$ , de sensibilité homogène dans la plage [8  $\mu\text{m}$ – 12  $\mu\text{m}$ ].

### A. Mise en place géométrique

Le système optique à caractériser est positionné à une distance  $|z_0| = D = 1,5 \text{ m}$  du trou-source (cf. Figure 1). Le positionnement géométrique sera réalisé à la longueur d'onde centrale  $\lambda_0 = 10 \mu\text{m}$ .

1. À quelle distance  $z'_0$  de l'optique, supposée mince, se situe l'image paraxiale du trou-source ?
2. Vérifiez que le grandissement transverse de cette conjugaison est  $|g_y| = \frac{1}{4}$ . Précisez son signe.
3. Vérifiez que l'ouverture numérique de travail  $\sin \alpha'_m$  dans l'espace-image est 0,10.
4. Quelles sont la forme et la dimension de la réponse percussionnelle en limite de diffraction à  $\lambda_0$  ?
5. On considère généralement que l'image géométrique du trou-source ne limite pas l'observation de la réponse percussionnelle (RPI) dans le plan-image si sa dimension est inférieure à 4 fois celle de la RPI en limite de diffraction.
  - a. Comment pouvez-vous expliquer cette condition ?
  - b. Quelle est la largeur maximale du trou-source pour respecter cette condition ? Cela vous semble-t-il accessible expérimentalement ?

On admettra par la suite que le trou est choisi de sorte à vérifier cette condition.

6. Quelle autre condition sur la source d'éclairage Aglaë et Bernard doivent-ils vérifier pour s'assurer que l'ouverture numérique est bien limitée par la lentille étudiée ? Pourquoi est-ce important ?

## B. Chromatisme

L'indice du germanium (Ge) est donné en annexe (*Figure G.1*) sur la gamme spectrale [ $8 \mu\text{m}$  -  $12 \mu\text{m}$ ], à température ambiante.

1. Proposez une définition de la constringence  $\nu_{IR}$  du Ge dans la gamme spectrale considérée, à partir des indices connus à  $\lambda_1$ ,  $\lambda_0$  et  $\lambda_2$ .
2. Montrez que la variation d'indice  $\Delta n$  induit une variation de la focale  $\Delta f'$  de la lentille approximativement égale à  $-\frac{f'}{\nu_{IR}}$  entre les deux longueurs d'onde extrêmes du spectre.
3. Quelle est la variation  $\Delta f'$  de la focale de la lentille en germanium entre  $8 \mu\text{m}$  et  $12 \mu\text{m}$  ?
4. Montrez que la position de l'image paraxiale du trou-source  $z'(\lambda)$  varie approximativement sur une distance  $\Delta z' = \frac{z'^2}{f'^2} \Delta f'$ .
5. Vérifiez que  $\Delta z' \cong 600 \mu\text{m}$  dans le cas de la configuration considérée. Comparez ce résultat à la simulation Zemax présentée en annexe (*Figure G.2*).
6. Comment pouvez-vous vous assurer que cette valeur reste acceptable, c'est-à-dire qu'elle ne dégrade pas sensiblement l'image du trou-source ?

## C. Aberrations géométriques sur l'axe

Les élèves ont simulé avec Zemax les performances de la lentille Ge choisie d'une part en configuration  $\infty \rightarrow F'$ , d'autre part dans la configuration  $z_0 \rightarrow z'_0$  correspondant à leur mise en œuvre expérimentale, dans les deux cas pour un point objet sur l'axe. Dans ces deux configurations, seules les aberrations du 3<sup>ème</sup> ordre sont significatives, et les analyses ont d'abord été faites en monochromatique à  $\lambda_0 = 10 \mu\text{m}$  pour une mise au point « au meilleur foyer ».

1. Rappelez la définition de l'écart normal aberrant.
2. Comment est définie la position du meilleur foyer, au sens de l'écart normal ? Précisez votre réponse.
3. Rappelez l'intérêt de la décomposition de l'écart normal sur la base des polynômes de Zernike.
4. Les écarts normaux correspondant aux deux conjugaisons sont reproduits en *Figure G.3*. L'écart normal A correspond à la lentille en conjugaison  $\infty \rightarrow F'$ , l'écart normal B à la conjugaison  $z_0 \rightarrow z'_0$  :
  - a. Ces écarts normaux vérifient-ils le critère de Maréchal ?
  - b. La réduction de l'ouverture numérique image de travail entre les configurations A et B peut-elle justifier la différence entre les coefficients  $C_8$  obtenus ?
  - c. Quelle autre explication pourriez-vous proposer ?
5. Rapport de Strehl
  - a. Rappelez ce que représente cette grandeur.
  - b. Donnez-en une estimation dans la configuration étudiée (objet à distance finie, front d'onde B).
  - c. Que pouvez-vous en conclure quant à la forme et la dimension de la réponse percussionnelle ?
6. Aglaë a perdu les légendes de ses simulations... Parmi les réponses percussionnelles reproduites en *Figure G.4*, quelle est celle qui pourrait correspondre à la configuration étudiée à  $\lambda_0$  ? Justifiez votre réponse.

7. Évolution des aberrations avec la longueur d’onde

La décomposition des écarts normaux simulés dans la conjugaison  $z_0 \rightarrow z'_0$  à différentes longueurs d’onde sur la gamme spectrale d’intérêt est donnée dans le tableau ci-dessous, pour une mise au point au meilleur foyer à  $\lambda_0$ . Notez que pour éviter toute ambiguïté sur la longueur d’onde, les valeurs des coefficients sont données en  $\mu\text{m}$ .

Longueur d’onde	$\lambda_1 = 8 \mu\text{m}$	$\lambda_0 = 10 \mu\text{m}$	$\lambda_2 = 12 \mu\text{m}$
Décomposition de Zernike ( $\mu\text{m}$ )	$C_3 = 0,53$	$C_3 = 0$	$C_3 = -0,33$
	$C_8 = 0,48$	$C_8 = 0,35$	$C_8 = 0,54$

*Coefficients de Zernike pour la lentille simple Ge étudiée en configuration B (objet à  $D = 1,5 \text{ m}$ ) sur la gamme spectrale d’intérêt – coefficients  $C_i$  en  $\mu\text{m}$*

- Comment pouvez-vous expliquer l’existence de termes  $C_3 \neq 0$  pour les longueurs d’onde  $\lambda_i \neq \lambda_0$  ?
- Montrez que ces coefficients  $C_3$  peuvent être associés à un défaut de mise au point  $\delta z' = -\frac{4\sqrt{3}}{\alpha'_m{}^2} C_3$ .
- Ces coefficients  $C_3$  sont-ils compatibles avec les résultats présentés en *figure G.2* ?
- Comment pouvez-vous expliquer physiquement l’évolution des coefficients  $C_8$  avec  $\lambda$  ?
- Pouvez-vous associer, parmi les différentes réponses percussionnelles reproduites en *figure G.4*, celle correspondant à chaque longueur d’onde ? Expliquez votre réponse.
- Que pouvez-vous prévoir de la forme et de la dimension de la réponse percussionnelle en polychromatique, sur toute la gamme spectrale  $[8 \mu\text{m} ; 12 \mu\text{m}]$  ? Faites un schéma du profil d’éclairement attendu et commentez ses principales caractéristiques.

D. Mesure de la fonction de transfert de modulation

La mesure de la fonction de transfert de modulation sera réalisée de manière indirecte, à partir de celle de la réponse percussionnelle de l’optique étudiée, étudiée en conjugaison  $z_0 \rightarrow z'_0$ . Un filtre spectral est placé devant le capteur, pour réaliser la mesure en monochromatique à la longueur d’onde  $\lambda_0$ .

- Rappelez la définition de la fonction de transfert de modulation d’un système optique, et son lien avec la réponse percussionnelle.
- Vérifiez que la fréquence spatiale de coupure du système optique étudié est  $\sigma_0 = 20 \text{ mm}^{-1}$  à  $\lambda_0$ . Que représente cette grandeur ?
- Parmi les fonctions de transfert de modulation simulées reproduites en *Figure G.5.a*, justifiez que celle correspondant à la configuration étudiée à  $\lambda_0$  est la courbe 1.
- Expliquez l’allure des courbes 2 et 3 de la *Figure G.5.a* ; à quelles longueurs d’onde correspondent-elles ?
- Analyse de la FTM expérimentale

La mesure du profil de la réponse percussionnelle est réalisée à l’aide d’un capteur dont la zone sensible est carrée, de côté  $c = 35 \mu\text{m}$ . Le capteur est déplacé transversalement au plan de mise au point pas à pas (cf. schéma du dispositif - *Figure 1*).

- Le pas d’échantillonnage choisi est  $p_e = 20 \mu\text{m}$  : cela vous semble-t-il un choix judicieux ? Précisez votre réponse.
- Justifiez que la dimension finie du capteur impacte la mesure de la réponse percussionnelle.
- Quelle est la conséquence de cette dimension finie sur la mesure de la FTM expérimentale à  $\lambda_0$  ? Détaillez votre réponse.

- d. Commentez la courbe expérimentale reproduite en *Figure G.5.b* et comparez à la courbe attendue pour la lentille seule (FTM 1).
6. Imagerie d'un objet étendu : mesure directe de la fonction de transfert  
 Pour vérifier les résultats précédents, la lentille est utilisée dans la même conjugaison ( $D = 1,5$  m) pour réaliser l'image d'une mire thermique, constituée d'une série de bandes parallèles respectivement à  $T = 300$  K et  $T = 350$  K. La période de la mire objet est  $p_M = 1$  mm, on admettra que les zones à température ambiante sont 'noires' à  $\lambda_0$  et les zones à  $T = 350$  K sont lumineuses.
- Quelle est la fréquence spatiale fondamentale de la mire  $\sigma'_M$  dans le plan de l'image ?
  - Justifiez que seules deux composantes fréquentielles de la mire sont susceptibles d'être transmises par la lentille dans la conjugaison dans laquelle elle travaille. Précisez lesquelles.
  - Donnez pour chacune d'elles la valeur de la FTM associée, à partir des données de la courbe 1.
  - Pour chacune des images de mire reproduites en *figure G.6.b*, donnez une estimation de son taux de modulation, défini par  $C = \frac{E_{max} - E_{min}}{E_{max} + E_{min}}$ .
  - Déduisez-en quelle est celle qui pourrait correspondre à l'image de la mire obtenue avec la lentille. Expliquez votre raisonnement.

### E. Évaluation des aberrations dans le champ

Les étudiants s'intéressent à présent à l'évaluation des aberrations de la lentille lorsque celle-ci est tournée d'un angle de  $2^\circ$ , ce qui revient à considérer une image dans le champ à  $y' = 13$  mm. L'analyse est réalisée en monochromatique à  $\lambda_0 = 10$   $\mu$ m, la pupille étant toujours sur la lentille. Les courbes de tracés de rayons et celles de la courbure de champ sont reproduites en *Figures G.7.a&b*.

- Quel est le lien physique entre l'écart normal et l'impact des rayons dans le plan-image considéré ?
- Analyse des courbes de tracés de rayons
  - Rappelez ce que représentent les courbes  $dy'_T(u)$  et  $dx'_S(u)$  reproduites en *Figure G.7.a*.
  - Quelles sont les aberrations du 3<sup>ème</sup> ordre mises en évidence sur ces courbes ? Détaillez votre réponse.
  - Une description purement géométrique suffit-elle pour décrire la tache-image dans ces conditions ?
  - À partir des courbes des *figures G.7.a et G.7.b*, pouvez-vous donner une estimation de la forme et de la dimension de la réponse percussionnelle ? Expliquez votre démarche.
- Courbures de champ

On rappelle les expressions des courbures de champ pour une lentille mince portant la pupille, indépendamment de la conjugaison considérée et de la forme de la lentille :

$$C'_S = -\frac{1}{f'} \left(1 + \frac{1}{n}\right) \text{ et } C'_T = -\frac{1}{f'} \left(3 + \frac{1}{n}\right)$$

- Rappelez ce que représentent les courbures de champ sagittale et tangentielle.
- Déterminez les rayons de courbure  $R_i' = \frac{1}{C_i'}$  des champs respectivement sagittal et tangential.
- Quantifiez l'amplitude des défauts de mise au point associés  $\delta z'_{S,T}$ , pour un point au bord du champ. Détaillez votre méthode.
- Vérifiez vos résultats en les comparant aux simulations de la *figure G.7.b*. Ces résultats dépendent-ils de l'ouverture numérique à laquelle travaille la lentille ?
- La lentille présente-t-elle de l'astigmatisme dans ces conditions de fonctionnement ?

4. Pouvez-vous prévoir qualitativement ce que deviendrait l'image de la mire utilisée en section D.6, si elle était placée au bord du champ image et non plus sur l'axe optique ?

## F. Conclusion

1. Bernard suggère de déplacer la position de la pupille, tout en maintenant l'ouverture numérique à laquelle travaille cette lentille : quelles sont les aberrations qui sont susceptibles d'évoluer ?
2. Serait-il possible de concevoir une lentille corrigée des différentes aberrations mises en évidence précédemment ? Quelle autre solution pourriez-vous proposer à Aglaë et Bernard pour supprimer les aberrations mises en évidence ?

### G. Données complémentaires

#### 1. Indice du germanium

Longueur d'onde ( $\mu\text{m}$ )	Indice de réfraction
$\lambda_1 = 8 \mu\text{m}$	4,0289
$\lambda_0 = 10 \mu\text{m}$	4,0264
$\lambda_2 = 12 \mu\text{m}$	4,0250

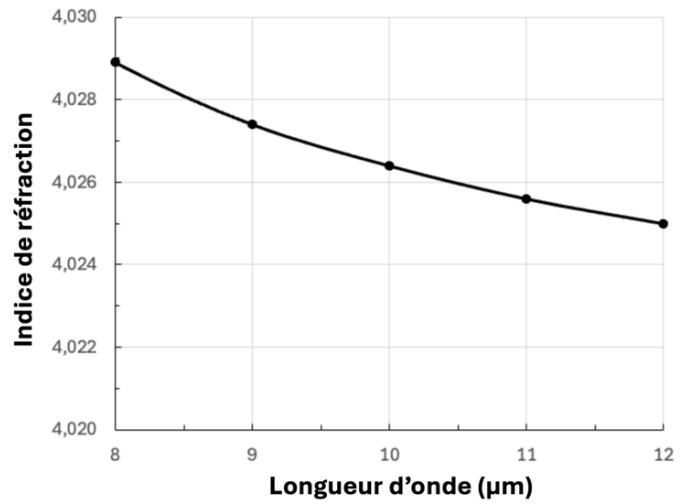


Figure G.1 : Évolution de l'indice du germanium sur la place spectrale d'intérêt

#### 2. Chromatisme de la lentille en Ge dans la configuration étudiée

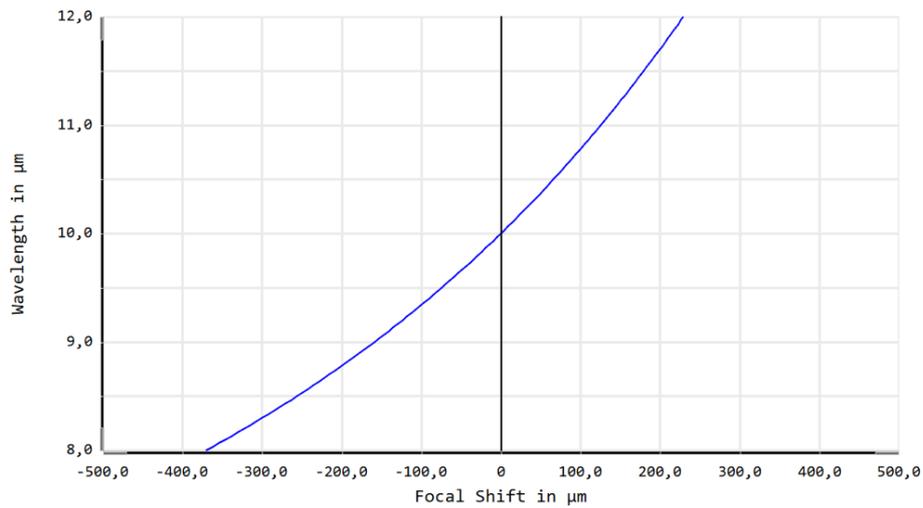
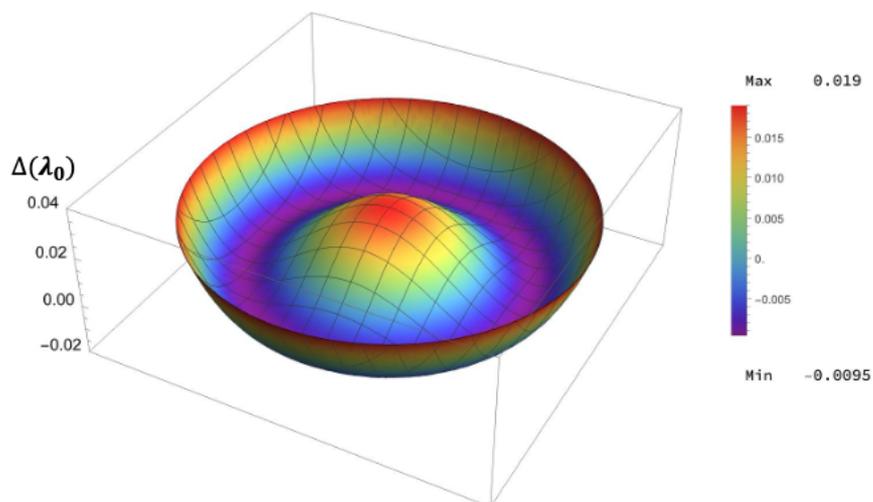


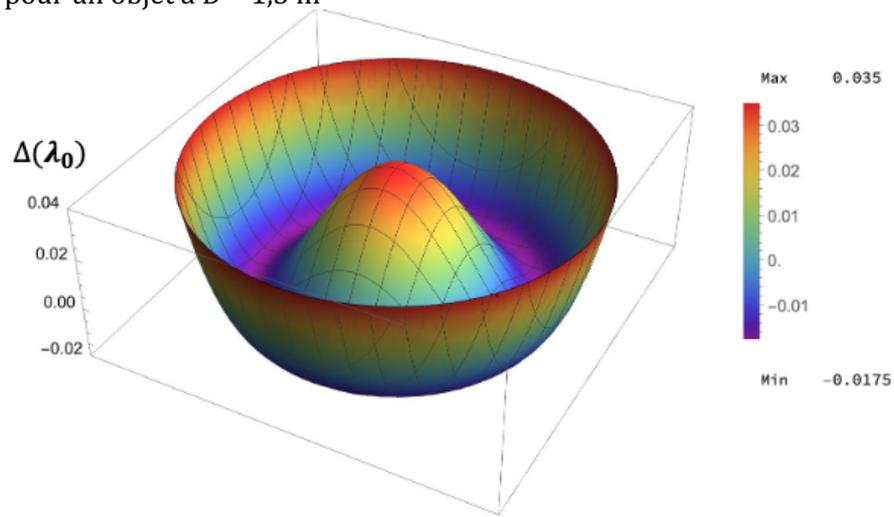
Figure G.2 : Position de l'image paraxiale en fonction de la longueur d'onde [simulation Zemax]

#### 3. Fronts d'onde

Cas A : lentille en  $\infty \rightarrow F'$



Cas B : lentille pour un objet à  $D = 1,5$  m



Cas A	Cas B
$C_8 = 0,019 \lambda_0$	$C_8 = 0,035 \lambda_0$

Figure G.3 : Écart normal de la lentille en Ge à  $\lambda_0$  dans les configurations A et B exprimés en unités de  $\lambda_0$ , pour une mise au point au meilleur foyer ; coefficients  $C_i$  de la décomposition de Zernike (cf. liste en annexe)

4. Réponse percussionnelle en monochromatique – point-objet sur l’axe à  $D = 1,5$  m

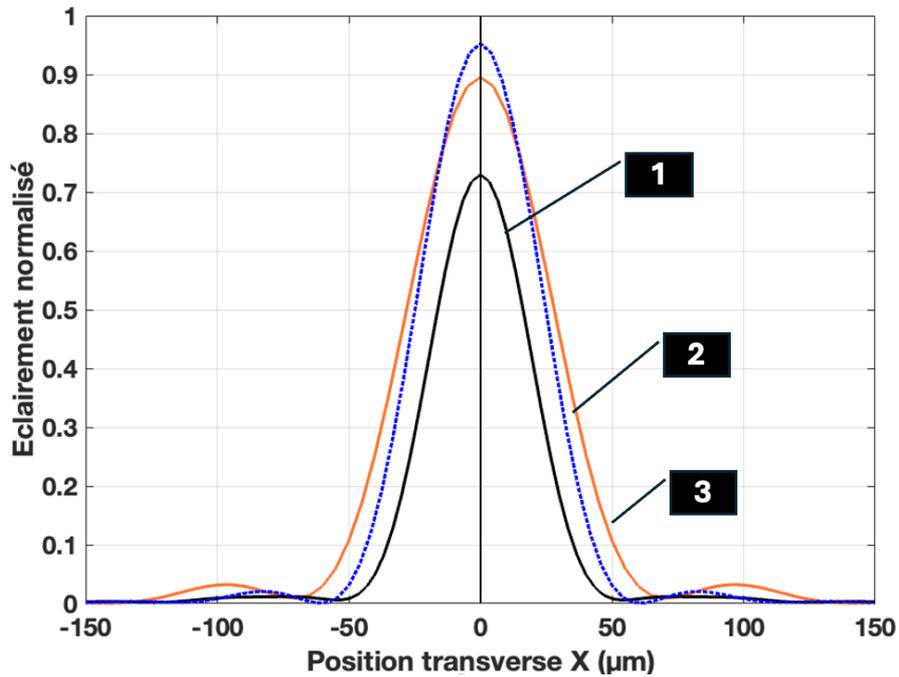


Figure G.4 : Profils des réponses percussionnelles aux trois longueurs d’onde d’intérêt (légende perdue...)

### 5. Fonction de transfert de modulation

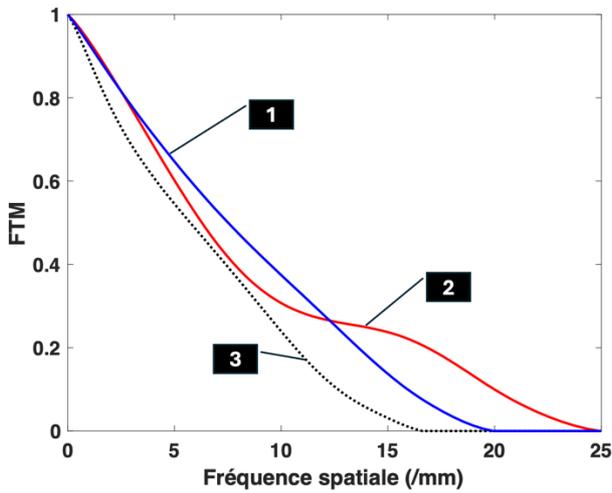


Figure G.5.a : Profils des FTM aux trois longueurs d'onde d'intérêt (légende arbitraire)

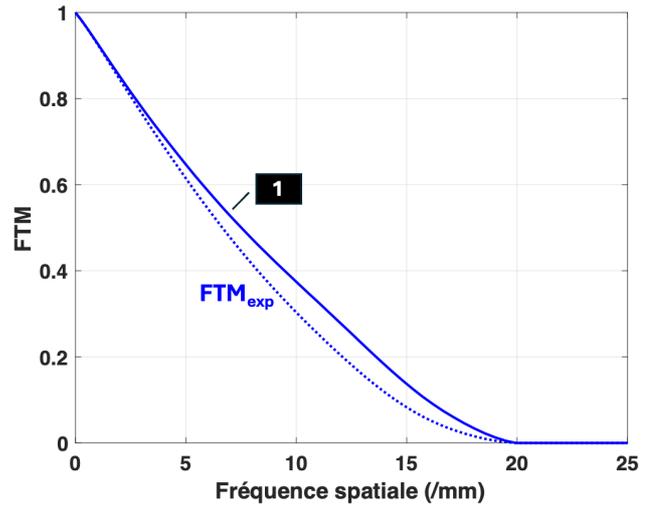
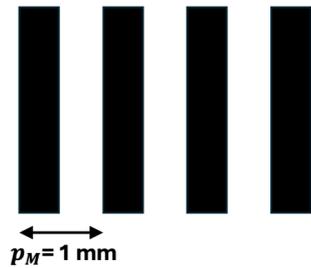


Figure G.5.b : Profils des FTM théorique et expérimentale à  $\lambda_0$

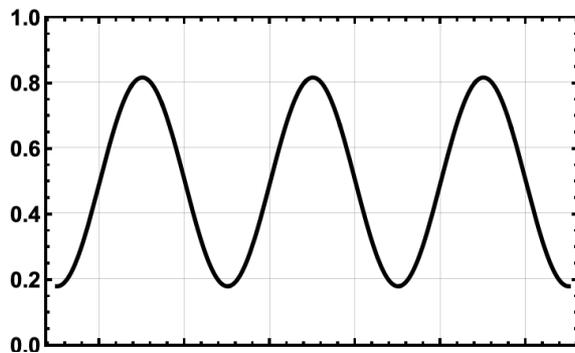
### 6. Image d'une mire



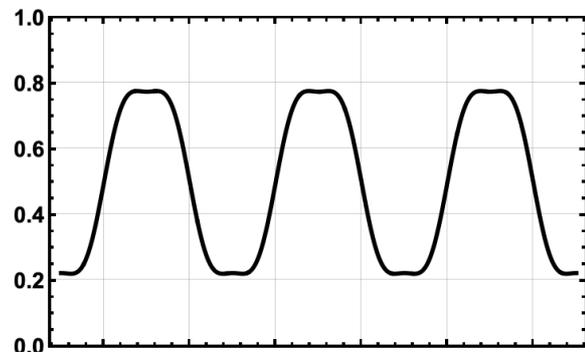
Expression du profil d'une mire rectangulaire

$$E_{mire}(x) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{2k+1} \sin \left[ (2k+1) 2\pi \frac{x}{p_M} \right]$$

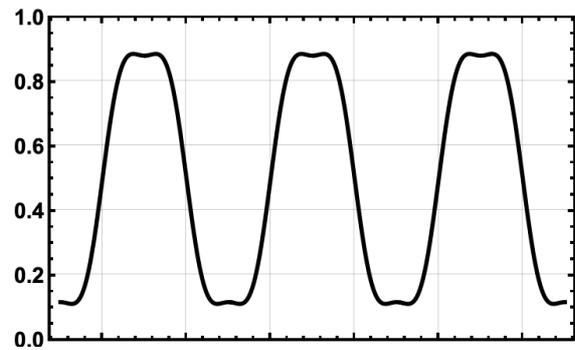
Figure G.6.a : Mire objet rectangulaire



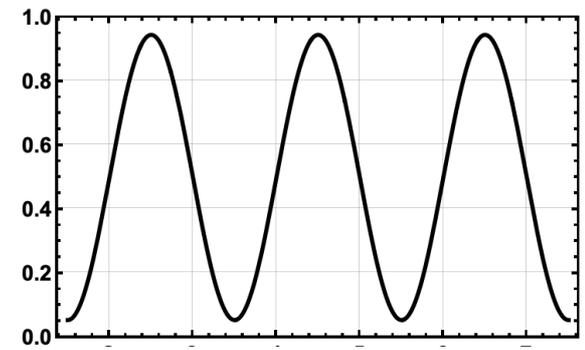
Mire 1



Mire 2



Mire 3



Mire 4

Figure G.6.b : Différents profils d'images de mire, de même période fondamentale

7. Courbes de tracés de rayons et d'aberrations

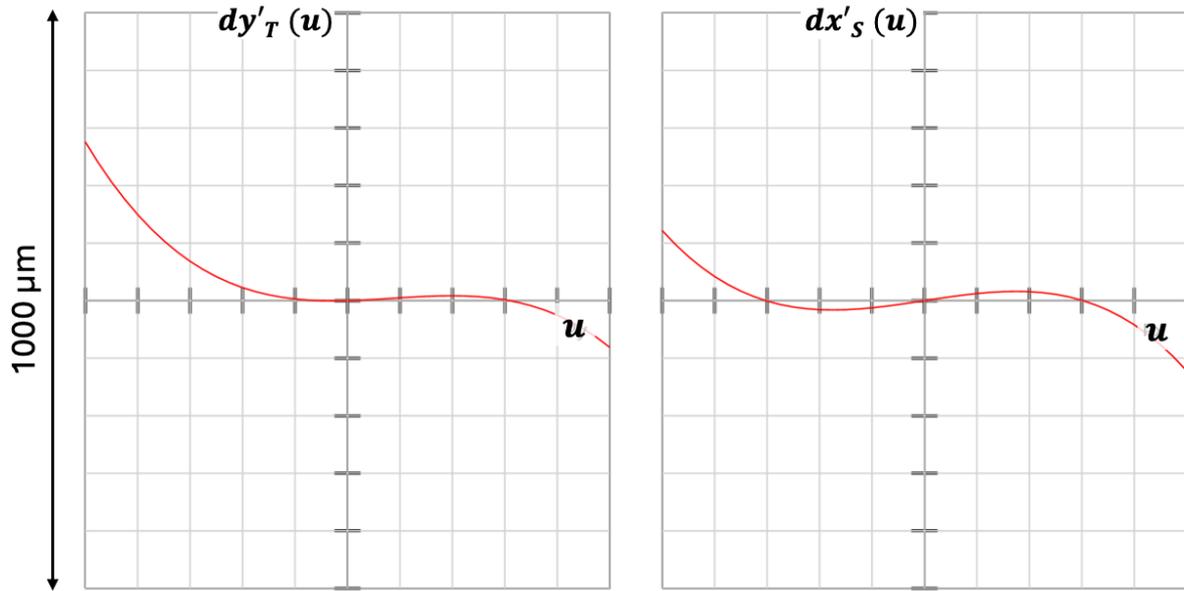


Figure G.7.a : Courbes de tracés de rayons  $dy'_T(u)$  et  $dx'_S(u)$  en fonction de l'ouverture numérique normalisée  $u$

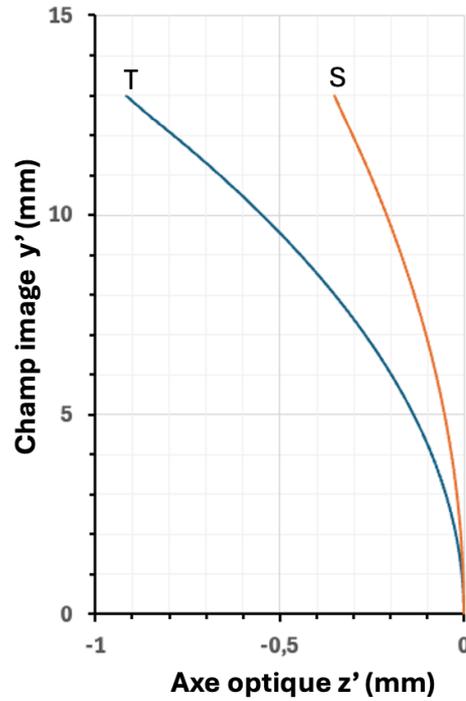


Figure G.7.b : Courbures de champ sagittale et tangentielle

## H. Annexes

### 1. Quelques relations d'optique géométrique

Relations de conjugaison par rapport aux plans principaux  $H, H'$

$$\frac{1}{z'} - \frac{1}{z} = \frac{1}{f'} \text{ avec } z = \overline{HA}, z' = \overline{H'A'} \text{ et } A, A' : \text{points objet et image conjugué}$$

$$g_y = \frac{z'}{z} \text{ le grandissement transverse}$$

Focale d'une lentille mince

$$\frac{1}{f'} = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

### 2. Polynômes de Zernike normalisés

$P_1(u, \varphi) = Z_1^1(u, \varphi) = 2u \cos \varphi$	Basculement à $0^\circ$
$P_2(u, \varphi) = Z_1^{-1}(u, \varphi) = 2u \sin \varphi$	Basculement à $90^\circ$
$P_3(u, \varphi) = Z_2^0(u, \varphi) = \sqrt{3} \times (2u^2 - 1)$	Défaut de mise au point
$P_4(u, \varphi) = Z_2^2(u, \varphi) = \sqrt{6} u^2 \cos 2\varphi$	Astigmatisme à $0^\circ$
$P_5(u, \varphi) = Z_2^{-2}(u, \varphi) = \sqrt{6} u^2 \sin 2\varphi$	Astigmatisme à $45^\circ$
$P_6(u, \varphi) = Z_3^1(u, \varphi) = 2\sqrt{2} (3u^3 - 2u) \cos \varphi$	Coma à $0^\circ$
$P_7(u, \varphi) = Z_3^{-1}(u, \varphi) = 2\sqrt{2} (3u^3 - 2u) \sin \varphi$	Coma à $90^\circ$
$P_8(u, \varphi) = Z_4^0(u, \varphi) = \sqrt{5} (6u^4 - 6u^2 + 1)$	Aberration sphérique

$u$  est l'ouverture numérique normalisée,  $\varphi$  est l'angle d'azimuth.

### 3. Relations de Nijboër

Au 3<sup>ème</sup> ordre, les aberrations transverses  $dy'$  et  $dx'$  sont liées à l'écart normal aberrant  $\Delta(\alpha', \varphi)$  par les relations de Nijboër :

$$dx' = \frac{\partial \Delta}{\partial \alpha'} \cos \varphi - \frac{1}{\alpha'} \frac{\partial \Delta}{\partial \varphi} \sin \varphi$$

$$dy' = \frac{\partial \Delta}{\partial \alpha'} \sin \varphi + \frac{1}{\alpha'} \frac{\partial \Delta}{\partial \varphi} \cos \varphi$$

avec  $\alpha'$  l'angle d'ouverture et  $\varphi$  l'angle d'azimuth.

### 4. Transformées de Fourier particulières

La transformée de Fourier 1D d'une fonction porte de largeur  $a$  est  $\frac{\sin \pi a \sigma}{\pi a \sigma}$ .