CONCEPTION DE SYSTÈMES OPTIQUES

EXAMEN JANVIER 2025 – CORRECTION SUCCINCTE

PROBLÈME

A. Mise en place géométrique

1. $z'_0 = 375$ mm
2. $g_y = \frac{z'_0}{z_0} = -\frac{1}{4}$
3. $\sin \alpha'_m = \frac{\emptyset}{2 \times z'_0} = 0{,}10$ [i]
4. Profil d'une tache d'Airy, dont le diamètre (1er anneau noir, incluant 84% de l'énergie lumineuse) est $\emptyset_A = \frac{1{,}22\lambda_0}{\sin \alpha'_m} = 122$ µm.
5. L'image observée est la convolution de la RPI du système optique et de l'image géométrique du trou source, dont la dimension est $\emptyset'_t = \emptyset_{trou} \times |g_y|$. Il faut que cette valeur soit très inférieure à la dimension de la RPI pour ne pas modifier le profil : un facteur 4 est habituellement satisfaisant (cf. cours).

   En considérant l'optique en limite de diffraction, il faut donc $\emptyset'_t \leq \frac{\emptyset_A}{4} \Leftrightarrow \emptyset_{trou} \leq 122$ µm : compatible avec les trous accessibles.
6. La source d'éclairage doit couvrir largement le diamètre de la lentille pour ne pas réduire l'ouverture numérique réelle à laquelle travaillerait l'optique. Cela peut être obtenu en ajoutant un condenseur entre la source et le trou, par exemple (cf. TP).

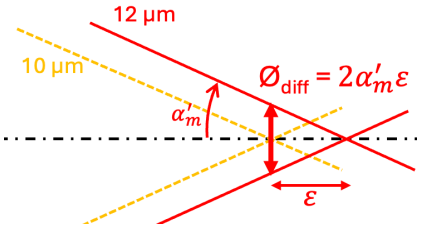
B. Chromatisme

1. En transposant la définition habituelle du visible à l'IR : $\nu = \frac{n(\lambda_0)-1}{n(\lambda_1)-n(\lambda_2)}$
2. (*Démonstration de cours)* En différentiant la définition de la focale d'une lentille mince :

$$\frac{df'}{f'^2} = -dn \times \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \Leftrightarrow \frac{df'}{f'^2} = -\frac{dn}{n-1} \times \frac{1}{f'} \Leftrightarrow df' = -\frac{dn}{n-1} \times f'$$

$$\Rightarrow \Delta f' = f'(\lambda_1) - f'(\lambda_2) \cong -\frac{f'(\lambda_0)}{\nu}$$

3. $\Delta f' = -387$ µm
4. À partir de la relation de conjugaison : $\frac{dz'}{z'^2} = \frac{df'}{f'^2} \Rightarrow \Delta z' = \frac{z'^2}{f'^2} \times \left(-\frac{f'(\lambda_0)}{\nu}\right)$
5. $\Delta z' = z'(\lambda_1) - z'(\lambda_2) = -604$ µm – compatible avec la figure (défaut de mise au point entre $z'(\lambda_2) \cong +230$ µm et $z'(\lambda_1) \cong -370$ µm)
6. Vérifier que la tache de diffusion associée reste sensiblement plus faible que la tache d'Airy : le défaut de mise au point ϵ le plus fort est à 8 µm, où $\emptyset_{diff} \cong 74$ µm soit $0{,}6 \times \emptyset_{Airy}$; c'est un peu fort et est donc visible, mais devrait rester acceptable.



C. Aberrations géométriques sur l'axe

1. *(Définition de cours)* L'écart normal aberrant $\Delta = \overline{S_{ref}S_{ab}}$ est la distance algébrique entre la surface d'onde de référence choisie et la surface d'onde réelle (aberrante), mesurée sur le rayon réel. Δ dépend du point d'impact considéré dans la pupille (u, φ).
2. Meilleur foyer = position pour laquelle l'écart-type de l'écart normal aberrant σ_Δ est minimal ; dans le cas d'aberrations faibles, cela est équivalent à maximiser l'éclairement au centre de la réponse percussionnelle.

---

[i] la relation $\tan \alpha'_m = \frac{\emptyset}{2 \times z'_0}$ est FAUSSE ! Cela tient au fait que le schéma de la lentille simple dont elle découle est une approximation et n'est rigoureusement pas stigmatique : le principe de Fermat n'y est pas vérifié. Il faut écrire $\sin \alpha'_m = \frac{\emptyset}{2 \times z'_0}$ ou $\alpha'_m \cong \frac{\emptyset}{2 \times z'_0}$.

3. La décomposition de Zernike est une base orthogonale sur une pupille circulaire ; elle fournit les différentes contributions aux aberrations, quel que soit l'ordre considéré, de manière indépendante pour chaque contribution. Elle est donc bien adaptée aux mesures expérimentales. De plus, la somme quadratique des coefficients de la décomposition $\sum C_i^2$ est égale à σ_Δ^2 par construction.
4. a. Les écarts normaux ne font apparaître qu'un seul coefficient, donc $\sigma_\Delta = C_8$ et ce terme est inférieur à 0,07 λ_0 : le critère de Maréchal est vérifié, la lentille est quasiment en limite de diffraction dans les deux configurations.

   b. Config A ($\infty \to F'$) : $\sin \alpha'_m = \frac{\emptyset}{2f'}$ = 0,125 > 0,10 : l'ouverture numérique dans l'espace image est bien inférieure dans la configuration étudiée (B) que dans la configuration A ($\infty \to F'$). Pourtant, l'écart normal d'aberration sphérique du 3ème ordre est proportionnel à ${\alpha'_m}^4$: il devrait être nettement plus faible en B qu'en A !

   c. La configuration B présente intrinsèquement plus d'aberrations, car l'aberration sphérique dépend des angles d'incidence des rayons sur la lentille, donc de la conjugaison dans laquelle elle travaille. La forme de la lentille est optimale pour une conjugaison $\infty \to F'$, mais pas dans la configuration B (une autre forme conduirait à des aberrations plus faibles).
5. a. *(Définition de cours)* Le rapport de Strehl est le rapport entre le maximum d'éclairement dans la RPI réelle et le maximum en limite de diffraction – dans les mêmes conditions (ouverture numérique, forme de pupille …).

   b. $R_S \cong \exp\left(-4\pi^2 \frac{C_8^2}{\lambda_0^2}\right) = 0{,}953$

   c. La RPI est très proche d'une tache d'Airy, avec un maximum d'éclairement un peu plus faible et donc un peu plus de lumière dans les premiers anneaux.
6. Courbe 2 : maximum d'éclairement de l'ordre de 0,95, et 1er zéro à un rayon d'environ 60 µm (compatible avec $\emptyset_{Airy}$).
7. a. $C_3 \neq 0$ est associé à un défaut de mise au point ($P_3 = Z_2^0$) : la position du meilleur foyer dépend de la longueur d'onde, c'est la mise en évidence du chromatisme longitudinal.

   b. Dans la base de Seidel, l'écart normal de défaut de mise au point s'écrit $\Delta(\alpha'_m) = -\delta z' \frac{\alpha'^2_m}{2}$, qui correspond au terme $C_3 \times 2\sqrt{3}$ dans la base de Zernike $\Rightarrow \delta z = -\frac{4\sqrt{3}}{\alpha'^2_m} C_3$.

   c. À λ_1 : $C_3 = 0{,}53$ µm $\Rightarrow \delta z'_1 \cong -367$ µm ; à λ_2 : $C_3 = -0{,}33$ µm $\Rightarrow \delta z'_2 \cong +229$ µm – compatible avec les valeurs issues de la figure G.2

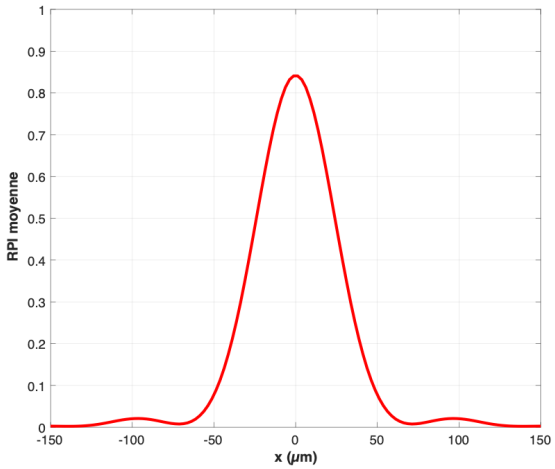
   d. C_8 est associé à l'aberration sphérique : les aberrations dépendent de l'indice de la lentille, donc de la longueur d'onde (sphérochromatisme).

   e. courbe 1 : RPI à $\lambda_1 = 8$ µm car 1er zéro vers 50 µm (correspondant à $0{,}61\frac{\lambda_1}{\sin \alpha'_m}$) et rapport de Strehl le plus faible autour de 0,70, ce qui est cohérent avec la valeur de $\sigma_\Delta(\lambda_1) = \sqrt{C_3^2 + C_8^2} \cong 0{,}09\lambda_1$

   courbe 3 : RPI à $\lambda_2 = 12$ µm, cohérent avec le 1er zéro proche de 70 µm et un rapport de Strehl de l'ordre de 0,90.

   Remarquons que les « zéros » de ces RPI ne correspondent pas strictement à une annulation de l'éclairement, contrairement au cas de la RPI, du fait du défaut de mise au point.

   f. En polychromatique, la réponse percussionnelle est la simple superposition des RPI aux longueurs d'onde couvrant le spectre : $RPI_{poly}(r) = \frac{1}{3}\sum_i RPI_{\lambda_i}(r)$: le rapport de Strehl polychromatique est la moyenne des trois R_S (⇒ de l'ordre de 0,84) ; le profil d'éclairement ne s'annule pas rigoureusement (minimum vers $r = 70$ µm – cf. figure ci-dessous).



Profil de la réponse percussionnelle en polychromatique

D. <u>Mesure de la fonction de transfert de modulation</u>

1. La fonction de transfert optique (FTO) est par définition la transformée de Fourier de la réponse percussionnelle incohérente ; la fonction de transfert de modulation est le module de la FTO.
2. $\sigma_0 = \frac{2\sin\alpha'_m}{\lambda_0} = 20\ \text{mm}^{-1}$; c'est la fréquence spatiale maximale que peut transmettre le système optique : $FTM(\sigma \geq \sigma_0) = 0$
3. Courbe 1 : le profil $FTM(\sigma)$ semble très proche d'une FTM d'un système à pupille circulaire en limite de diffraction, avec une fréquence de coupure à 20 mm^{-1}.
4. Courbe 2 : FTM à λ_1 car la fréquence de coupure est à $\sigma_1 = \frac{2\sin\alpha'_m}{\lambda_1} = 25\ \text{mm}^{-1}$ et le profil s'éloigne sensiblement de celui en limite de diffraction à cette longueur d'onde – cohérent avec le fait que le front d'onde ne respecte pas le critère de Maréchal.
   Courbe 3 : FTM à λ_2 avec une coupure à 17 mm^{-1} et une forme plus proche de celle en limite de diffraction à cette longueur d'onde.
5. a. La fréquence d'échantillonnage est $\frac{1}{p_e} = 50\ \text{mm}^{-1} \geq 2 \times \sigma_1$: le critère de Shannon-Nyquist est respecté, toutes les fréquences susceptibles d'être transmises par le système optique, sur toute la gamme spectrale d'intérêt, sont correctement restituées.
   b. La taille du capteur est un peu supérieure à $\frac{\emptyset_{Airy}}{4}$, et ne vérifie donc pas strictement le critère A.5 : la mesure sera la convolution du capteur et de la réponse percussionnelle.
   c. Du point de vue la mesure de la FTM, cela veut dire que l'on a accès au produit de la FTM théorique de l'optique et de celle du capteur : $FTM_{exp}(\sigma) = FTM_0(\sigma) \times \frac{\sin\pi c\sigma}{\pi c\sigma}$.
   d. On observe effectivement que la FTM expérimentale est inférieure à la FTM théorique : par exemple en $\sigma = 10\ mm^{-1}$, on mesure $FTM_{exp} = 0{,}30$ et $FTM_0 = 0{,}37$ ce qui est cohérent avec $\frac{\sin\pi c\sigma}{\pi c\sigma} = 0{,}81$.
6. a. Période de la pire dans le plan image $p'_M = |g_y| p_M \Rightarrow \sigma'_M = \frac{1}{p'_M} = 4\ \text{mm}^{-1}$
   b. Mire rectangulaire : uniquement des harmoniques impairs de la fréquence fondamentale : $\sigma'_M, 3\sigma'_M, 5\sigma'_M, 7\sigma'_M$… soit ici 4 mm^{-1} et 12 mm^{-1} : au-delà, les fréquences spatiales ne sont pas transmises.
   c. $FTM(\sigma'_M) = 0{,}70$ et $FTM(3\sigma'_M) = 0{,}27$
   d. mire 1 : $C \cong \frac{0{,}82-0{,}18}{0{,}82+0{,}18} = 0{,}64$; mire 2 : $C \cong \frac{0{,}78-0{,}22}{0{,}78+0{,}22} \cong 0{,}56$; mire 3 : $C \cong \frac{0{,}89-0{,}11}{0{,}89+0{,}11} \cong 0{,}78$; mire 4 : $C \cong \frac{0{,}94-0{,}06}{0{,}94+0{,}06} \cong 0{,}88$
   e. Mire 3 : le profil n'est clairement pas une sinusoïde (il y a plusieurs composantes fréquentielles), et son contraste est supérieur à $FTM(\sigma'_M)$.
   On peut vérifier plus précisément à partir de la définition de la mire : en $x = \frac{p_M}{4}$, $E_{max} \cong \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi}\left(FTM(\sigma'_M) - \frac{1}{3}FTM(3\sigma'_M)\right) \cong 0{,}89$ *et en* $x = \frac{3p_M}{4}$, $E_{max} \cong \frac{1}{2} - \frac{2}{\pi}\left(FTM(\sigma'_M) - \frac{1}{3}FTM(3\sigma'_M)\right) \cong 0{,}11 \Longrightarrow C \cong 0{,}78$ *en accord avec les analyses ci-dessus.*

E. Évaluation des aberrations dans le champ

1. Les rayons lumineux sont perpendiculaires à la surface d'onde aberrante (théorème de Malus) ; l'impact des rayons dans le plan-image en découle, et le lien est explicité de manière analytique par les relations de Nijboer.
2. a. $dy'_T(u)$: distance dans la direction verticale (y) de l'impact B' d'un rayon à la position de référence B'_0 (=centre de la sphère de référence), en fonction de la hauteur du rayon dans la pupille en unité normalisée ($u = \frac{\alpha'}{\alpha'_m}$) et pour un rayon dans le plan tangentiel ($\varphi = 0 - \pi$)

   $dx'_S(u)$: idem dans la direction horizontale (x) pour un rayon du plan sagittal (($\varphi = \frac{\pi}{2} - \frac{3\pi}{2}$) → cf. cours

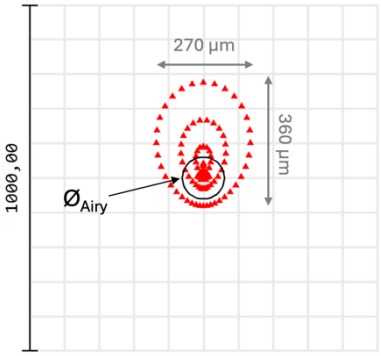
   b. $dx'_S(u)$: allure en u^3 à laquelle s'ajoute une pente à l'origine (u) : cela ressemble à de l'aberration sphérique du 3ème ordre avec un défaut de mise au point par rapport au foyer paraxial → cohérent avec les analyses précédentes

   $dy'_T(u)$: l'aberration sphérique semble cachée par une composante plus forte en u^2 : cela serait cohérent avec de la coma du 3ème ordre.

   Courbes G.7.b : existence d'astigmatisme et de courbure de champ.

   c,d. Dimensions de la tache image par lecture directe sur les courbes : $d_T \cong 400$ µm (direction verticale) et $d_S \cong 200$ µm (horizontale) ; notons toutefois que dans la direction sagittale, les rayons sont concentrés proches de l'origine pour $u \leq 0{,}8$: seuls les rayons marginaux dépassent le diamètre de la tache d'Airy, et la prise en compte de la diffraction serait sans doute encore utile. La tache ressemble vraisemblablement à une aigrette allongée dans la direction verticale.

   Remarquons que dans ce cas, la dimension latérale de la tache est supérieure à la valeur d_S simplement déduite du graphe $dx'_S(u)$, car les rayons hors des plans sagittal ou tangentiel contribuent à la dimension totale de la tache. Il faut tracer un spot-diagramme complet pour en avoir une estimation plus réaliste – cf. figure ci-contre).



3. a. Courbures de champ = inverse du rayon de courbure de la surface sur laquelle se forme la position de l'image des rayons qui impactent la pupille dans la direction respectivement tangentielle ou sagittale. (i)

   b. $R'_T = -92$ mm et $R'_S = -240$ mm à partir des formules analytiques

   c. $\delta z'_i = C'_i \frac{y'^2_m}{2}$ (approximation parabolique de la surface image) ⇒ $\delta z'_T = -915$ µm et $\delta z'_S = -351$ µm : en comparant aux analyses faites en B.6, on voit que la courbure tangentielle sera bien visible, tandis que la courbure sagittale reste faible.

   d. valeurs compatibles avec la figure ; défauts de mise au point indépendants de l'ouverture numérique (cf. expression)

   e. présence d'astigmatisme attestée par le fait que $C'_S \neq C'_T$ et visible d'après les valeurs précédentes.
4. Si la mire est orientée avec les traits verticaux, // au plan tangentiel (= fréquence dans la direction sagittale) : l'impact sur la FTM devrait être faible, la RPI n'est pas sensiblement dégradée. Par contre, si la mire est orientée avec les traits horizontaux, la dimension de la RPI ($\cong d_T$) est supérieure à la période de la mire, la valeur de la FTM chute ! *Cela est confirmé par les modélisations faites sous Zemax ci-dessous.*

F. Conclusion

1. L'aberration sphérique ne dépend pas de la position de la pupille. Par contre, du fait de la présence de l'aberration sphérique, la coma dépendra de la position de la pupille, et de même l'astigmatisme et la courbure de champ : selon la position de la pupille, on devrait pouvoir réduire l'effet des aberrations de champ, et probablement améliorer un peu la RPI au bord du champ.

[i] Ce ne sont pas les courbures de la surface d'onde elle-même – cf. cours.

Le chromatisme longitudinal ne dépend pas non plus de la position de la pupille, par contre on pourrait faire apparaître un chromatisme latéral (chromatisme de grandeur) en ne gardant pas la pupille sur la lentille.

2. Une lentille simple et mince ne peut être corrigée du chromatisme, mais celui-ci restait accceptable. Tout en maintenant la pupille sur la lentille, en corrigeant les rayons de courbure de la lentille et en asphérisant, on devrait corriger l'aberration sphérique et minimiser la coma. Par contre, il ne sera pas possible de corriger l'astigmatisme, qui est indépendant de la forme de la lentille.
   Pour supprimer toutes ces aberrations, il faudrait donc un système plus complexe, tel qu'un triplet de Cooke.

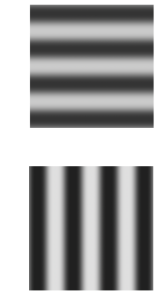
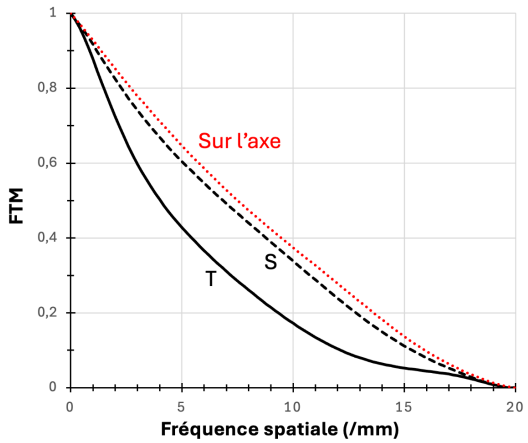


Image de la mire selon l'orientation des traits



Fonction de transfert de modulation calculée dans le champ, et images des mires associées