

Correction TD3 Travail – Calorimétrie

Exercice 1 : Travail échangé par un gaz parfait

Deux moles de gaz parfait subissent une transformation réversible de l'état A ($P_A; V_A; T_A$) à un état final B ($P_B = 3P_A; V_B; T_B = T_A$), par deux chemins distincts :

- chemin (i) : AB est une isotherme.

- chemin (ii) : le système passe par un état intermédiaire C ($P_C = P_B; V_C = V_A; T_C$).

1. Représenter les états A, B et C, et ces deux chemins sur un diagramme (P; V).

2. Exprimer le travail échangé par le gaz lors des deux chemins, en fonction de R et T_A .

Conclure.

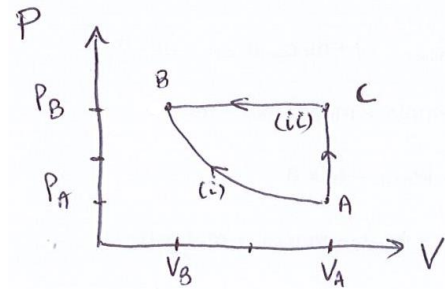
1. A $\rightarrow$ B isotherme $\Rightarrow T_A = T_B \Rightarrow P_A V_A = P_B V_B \Rightarrow$

$$P_A V_A = 3P_A V_B \Rightarrow V_B = V_A/3$$

Le chemin (i) est donc représenté par une branche d'hyperbole.

Chemin (ii) : A $\rightarrow$ C isochore : droite verticale

C $\rightarrow$ B isobare : droite horizontale



2. La transformation étant réversible, la pression du gaz $P = P_{\text{ext}}$ d'où :

$$W = \int -P_{\text{ext}} dV = \int -P dV$$

$$W_i = \int_A^B -P dV = - \int_A^B \frac{nRT}{V} dV = -nRT_A \int_{V_A}^{V_B} \frac{dV}{V} = -2RT_A \ln \frac{V_B}{V_A} = -2RT_A \ln \frac{V_A}{3V_A} = 2 \ln 3 \cdot RT_A \text{ car } \ln \frac{1}{3} = -\ln 3$$

$$W_{ii} = \int_A^B -P dV = \int_A^C -P dV + \int_C^B -P dV$$

$$A \rightarrow C \text{ isochore donc } dV = 0 \Rightarrow \int_A^C -P dV = 0$$

$$C \rightarrow B \text{ isobare } \Rightarrow \int_C^B -P dV = -P_B \int_C^B dV = -P_B (V_B - V_C) = -3P_A (V_B - V_A) = -3P_A (V_A/3 - V_A)$$

$$W_{ii} = -3P_A V_A (1/3 - 1) = -3P_A V_A (-2/3) = 2P_A V_A = 2nRT_A = 4RT_A > 2 \ln 3 \cdot RT_A = W_i$$

Conclusion : $W_i \neq W_{ii}$: le travail dépend du chemin suivi.

Exercice 2 : Calorimétrie de l'eau tiède

On veut remplir une baignoire de 100 litres d'eau à 32 °C. On dispose pour cela de deux sources, l'une d'eau froide à 18 °C, l'autre d'eau chaude à 60 °C.

Si on néglige la capacité thermique de la baignoire et les diverses pertes thermiques, quel volume doit-on prélever à chacune des deux sources ?

Donnée : la masse volumique de l'eau est censée connue...

Eau chaude : c ; eau froide : f Températures : $t_c = 60^\circ\text{C}$; $t_f = 18^\circ\text{C}$; $t_{\text{finale}} = 32^\circ\text{C}$

Volumes : $V_c + V_f = 100 \text{ L}$ Masses : $m_c + m_f = 100 \text{ kg} = m_{\text{tot}}$ (1)

Capacité thermique massique de l'eau : c_{eau}

On néglige la capacité thermique de la baignoire et les diverses pertes thermiques :

$$\Rightarrow Q_c + Q_f = 0 \Rightarrow m_c \cdot c_{\text{eau}}(t_{\text{finale}} - t_c) + m_f \cdot c_{\text{eau}}(t_{\text{finale}} - t_f) = 0 \quad (2)$$

On simplifie par c_{eau} et grâce à (1) on remplace m_f par $m_{\text{tot}} - m_c$ dans (2) :

$$\Rightarrow m_c(t_{\text{finale}} - t_c) + (m_{\text{tot}} - m_c)(t_{\text{finale}} - t_f) = 0$$

$$\Rightarrow m_c t_{\text{finale}} - m_c t_c + m_{\text{tot}} t_{\text{finale}} - m_{\text{tot}} t_f - m_c t_{\text{finale}} + m_c t_f = 0$$

$$\Rightarrow -m_c t_c + m_{\text{tot}} t_{\text{finale}} - m_{\text{tot}} t_f + m_c t_f = 0$$

$$\Rightarrow m_c(t_f - t_c) + m_{\text{tot}}(t_{\text{finale}} - t_f) = 0$$

$$\Rightarrow m_c(t_f - t_c) = -m_{\text{tot}}(t_{\text{finale}} - t_f)$$

$$\Rightarrow m_c = -m_{\text{tot}} \frac{t_{\text{finale}} - t_f}{t_f - t_c}$$

$$\text{A.N. } m_c = -100 \frac{32 - 18}{18 - 60} = -100 \times 14 / (-42) = 100/3$$

$$m_c = 33,3 \text{ kg donc } V_c = 33,3 \text{ L donc } V_f = 66,7 \text{ L}$$

Exercice 3 : Température finale

Un récipient en aluminium pèse 500 g et contient 117,5 g d'eau à 20 °C. Un bloc de 200 g de fer à 75 °C est placé dans le récipient. Si aucune perte n'est observée, quelle est la température finale ?

Données : $c_p(\text{Al}) = 0,217 \text{ cal.g}^{-1}.\text{K}^{-1}$; $c_p(\text{H}_2\text{O}) = 1 \text{ cal.g}^{-1}.\text{K}^{-1}$; $c_p(\text{Fe}) = 0,113 \text{ cal.g}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

Aucune perte n'est observée donc $Q_{\text{Al}} + Q_{\text{eau}} + Q_{\text{Fe}} = 0$

Ce n'est pas dit dans l'énoncé, mais on suppose que le récipient est à 20 °C, comme l'eau.

$$m_{\text{Al}}c_{\text{Al}}(T_f - T_i) + m_{\text{eau}}c_{\text{eau}}(T_f - T_i) + m_{\text{Fe}}c_{\text{Fe}}(T_f - T_i') = 0$$

$$(m_{\text{Al}}c_{\text{Al}} + m_{\text{eau}}c_{\text{eau}} + m_{\text{Fe}}c_{\text{Fe}})T_f = (m_{\text{Al}}c_{\text{Al}} + m_{\text{eau}}c_{\text{eau}})T_i + m_{\text{Fe}}c_{\text{Fe}}T_i'$$

$$T_f = \frac{(m_{\text{Al}}c_{\text{Al}} + m_{\text{eau}}c_{\text{eau}})T_i + m_{\text{Fe}}c_{\text{Fe}}T_i'}{m_{\text{Al}}c_{\text{Al}} + m_{\text{eau}}c_{\text{eau}} + m_{\text{Fe}}c_{\text{Fe}}}$$

$$\text{A.N. } T_f = \frac{(500 \times 0,217 + 117,5 \times 1) \times 20 + 200 \times 0,113 \times 75}{500 \times 0,217 + 117,5 \times 1 + 200 \times 0,113}$$

$$T_f = 25 \text{ °C}$$

Exercice 4 : Fonte de la glace

Un bloc de glace de 2 kg, initialement à -10 °C, est chauffé jusqu'à la température de 80 °C.

1. Calculer l'énergie nécessaire sous forme de chaleur, à pression constante, pour réaliser cette opération.

2. On réalise cette opération avec une plaque électrique de puissance 2500 W et de rendement $\eta = 0,6$.

Calculer le temps nécessaire.

Données : $c_p(\text{glace}) = 2,1 \text{ J.g}^{-1}.\text{K}^{-1}$; $c_p(\text{eau liq}) = 4,18 \text{ J.g}^{-1}.\text{K}^{-1}$; $\Delta H_f(\text{eau}) = 334 \text{ J.g}^{-1}$.

$$1. Q = m. c_p(\text{glace}) (T_0 - T_{-10}) + m. \Delta H_f + m. c_p(\text{eau liq}) (T_{80} - T_0)$$

$$= 2000 \times 2,1 \times (0 - (-10)) + 2000 \times 334 + 2000 \times 4,18 \times (80 - 0) = \mathbf{1\,378\,800\,J}$$

$$2. Q = E_{\text{elec}} = P \times \eta \times \Delta t \Rightarrow \Delta t = Q / (P \times \eta) = 1\,378\,800 / (2500 \times 0,6) = 919,2 \text{ s} = \mathbf{15\,mn\,19\,s}$$

Exercice 5 : Capacité thermique et enthalpie de changement d'état

a) On considère un calorimètre contenant 1 L d'eau à 15 °C et on y plonge un corps de masse 200 g à une température de 50 °C. La température finale étant de 16,4 °C, calculer la capacité thermique massique de ce corps, sachant que le calorimètre participe aux échanges calorifiques, mais permet de négliger les pertes thermiques.

Données : Capacité thermique massique de l'eau : $c_{\text{eau}} = 1 \text{ cal.g}^{-1}.\text{K}^{-1}$; capacité thermique du calorimètre : $C_{\text{cal}} = 250 \text{ cal.K}^{-1}$.

Le calorimètre est aussi à 15 °C.

$$m_{\text{eau}} \cdot c_{\text{eau}}(t_f - t_{\text{eau}}) + m_{\text{corps}} \cdot C_{\text{corps}}(t_f - t_{\text{corps}}) + C_{\text{cal}}(t_f - t_{\text{eau}}) = 0$$

$$C_{\text{corps}} = \frac{(m_{\text{eau}} \cdot c_{\text{eau}} + C_{\text{cal}})(t_{\text{eau}} - t_f)}{m_{\text{corps}} \cdot (t_f - t_{\text{corps}})}$$

$$\text{A.N. } C_{\text{corps}} = \frac{(1000 \times 1 + 250) \times (15 - 16,4)}{200 \times (16,4 - 50)}$$

$$C_{\text{corps}} = 0,26 \text{ cal.g}^{-1}.\text{K}^{-1}$$

b) On reprend le calorimètre contenant 1 L d'eau à 15 °C et on y plonge 50 g de glace à 0 °C. On mesure la température finale à 11,35 °C. Calculer l'enthalpie de fusion de la glace.

$$m_{\text{eau}} \cdot c_{\text{eau}}(t_f - t_{\text{eau}}) + C_{\text{cal}}(t_f - t_{\text{eau}}) + m_{\text{gl}} \cdot \Delta H_{\text{fus}} + m_{\text{gl}} \cdot c_{\text{eau}}(t_f - t_{\text{fusion}}) = 0$$

$$\Delta H_{\text{fus}} = \frac{(m_{\text{eau}} \cdot c_{\text{eau}} + C_{\text{cal}})(t_f - t_{\text{eau}}) + m_{\text{gl}} \cdot c_{\text{eau}}(t_{\text{fusion}} - t_f)}{m_{\text{gl}}}$$

$$\text{A.N. } \Delta H_{\text{fus}} = \frac{(1000 \times 1 + 250) \times (15 - 11,35) + 50 \times 1 \times (0 - 11,35)}{50}$$

$$\Delta H_{\text{fus}} = 80 \text{ cal.g}^{-1}$$