

Bilan feuille 2

Sommes :

* Somme arithmétique: $\sum_{k=1}^n k = \frac{n \times (n+1)}{2}$

exemple : $\sum_{i=3}^{50} i = \underbrace{\sum_{i=1}^{50} i}_{1+2+3+\dots+50} - 1 - 2$

$$= \frac{50 \times 51}{2} - 3$$

* changement d'indice :

on part de $\sum_{k=1}^n (k+1)$

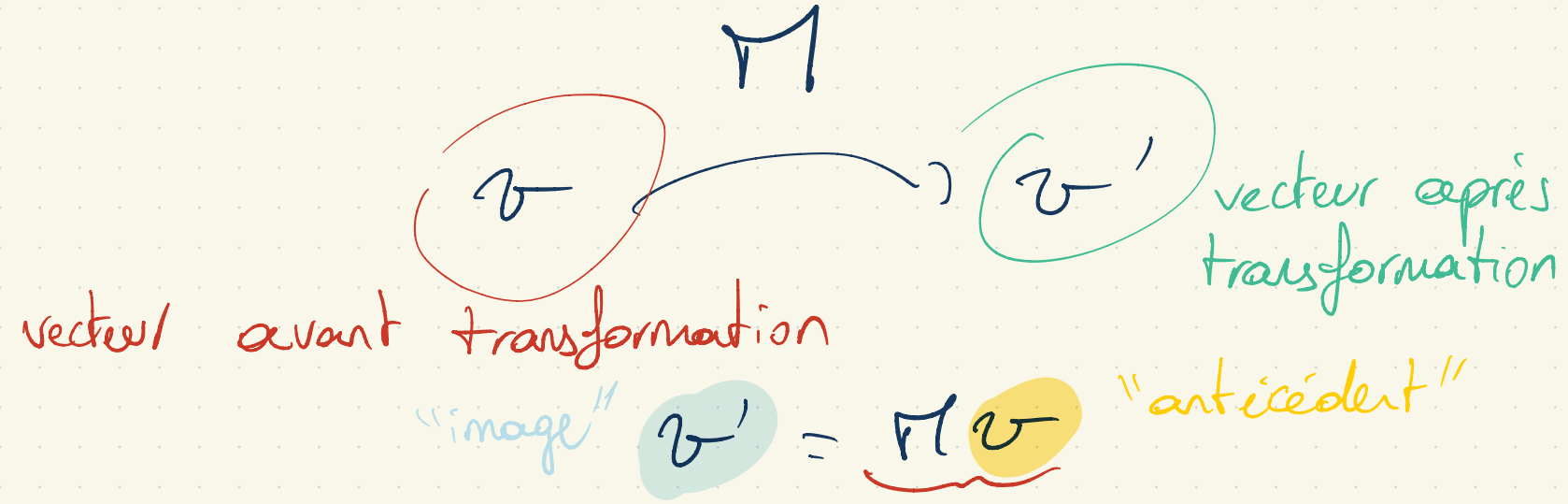
- on pose un nouvel indice : décalage
exemple : $j = k + 1$ ↑ nombres entiers
 (opérations possibles : $j = k \pm d$ d ↪ retournement
 $j = a - k$ ↪ retournement)

- on change les "bornes":
 $k = 1 \rightarrow j = 2$
 $k = n \rightarrow j = n + 1$

- on remplace les termes de la somme
 $k = j - 1$

$$\sum_{k=1}^n (k+1) = \sum_{j=2}^{n+1} (\overset{\text{"k"}}{j-1} + 1) = \sum_{j=2}^{n+1} j$$

Transformations / Matrices :



produit matrice x vecteur

exemple :

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = x \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$+ z \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' = x - y + 2z \\ y' = x + z \\ z' = x + y \end{pmatrix}$$

De manière générale :

$$\begin{pmatrix} c_1 & c_2 & \dots & c_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \sum_{k=1}^n x_k c_k$$

Systèmes linéaires

* opérations sur les systèmes

Pour passer d'un système S_1 à un système S_2 , on peut :

- échanger des lignes

- $L_i \leftarrow \overset{\neq 0}{\boxed{a}} L_i + b L_j$
ligne numéro i on la remplace

exemple :

$$\begin{cases} 2x + y + z = 1 \\ x - y + z = 0 \end{cases}$$

$$L_2 \leftarrow 2L_2 - L_1$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\left. \begin{array}{l} L_2 \leftarrow 2L_2 - L_1 \\ \Leftrightarrow \end{array} \right\} \begin{array}{l} x + y + z = 1 \\ -3y + z = -1 \end{array}$$

* Situation "classique" faisant apparaître un système :

"Est-ce que $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ est combinaison linéaire de $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$?"

Peut-on trouver a et b tels que :

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

on obtient

$$\begin{cases} a + b = 1 \\ b = 1 \\ -a + b = 0 \end{cases}$$

Ensembles :

$$\left\{ \underset{\substack{\text{"point de"} \\ \text{départ"}}}{\textcircled{\text{yellow}} v_1} + t \underset{\substack{\text{"direction possible"}}}{\textcircled{\text{red}} v_2} \mid t \in \mathbb{R} \right\}$$

$$\left\{ s v_1 + t v_2 \mid s, t \in \mathbb{R} \right\}$$

