Feuille 1 : savoir-faire associés et QCM de compréhension

Le QCM (à faire en dehors du cours !) est disponible ici :

https://www.mathmatize.com/c/1516?task=b2110146-854

Ce lien est également sur eCampus.

Exercice 1 ().

Savoir-Faire

- Passer de l'écriture symbolique à l'écriture éclatée

Exprimer sans le signe $\sum$ (avec des « … + … + …») les expressions suivantes en écrivant les deux premiers termes et les deux derniers termes.

1. $\sum_{j=1}^{10} 1+j$

2. $\sum_{n=0}^{50} 1$

3. $\sum_{n=1}^{p} \frac{1}{n}$

4. $\sum_{i=1}^{n} i^i$

5. $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k+1} - \frac{1}{k}$

6. $\sum_{k=3}^{50} (1+\frac{1}{k})^k$

7. $\sum_{l=0}^{n-1} a_l X^{l+1}$

8. $\sum_{k=0}^{n} a_{n-k} X^{n-k}$

Correction

1. $2+3+4+\cdots+10+11$

2. $1+1+1+\cdots+1+1$

3. $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{p-1}+\frac{1}{p}$

4. $1+2^2+3^3+\cdots+n^n$

5. $\frac{1}{2}-1+\frac{1}{3}-\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{n}-\frac{1}{n-1}+\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n}$

6. $(1+\frac{1}{3})^3+(1+\frac{1}{4})^4+\cdots+(1+\frac{1}{50})^{50}$

7. $a_0X+a_1X^2+\cdots+a_{n-2}X^{n-1}+a_{n-1}X^n$

8. $a_nX^n+a_{n-1}X^{n-1}+\cdots+a_1X+a_0.$

Exercice 2 ().

Savoir-Faire

- Passer de l'écriture éclatée à l'écriture symbolique

Exprimer avec le signe $\sum$ les sommes suivantes (lorsque le dernier terme n'est pas indiqué, on considèrera qu'il y a n termes)

1. $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{561} + \frac{1}{562}$
2. $2 + 4 + 6 + 8 + \ldots$
3. $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \ldots$
4. $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \cdots + \frac{98}{99} + \frac{99}{100}$
5. $3 + \frac{4}{2} + \frac{5}{3} + \frac{6}{4} + \cdots + \frac{n}{n-2} + \frac{n+1}{n-1}$
6. $a_0 + a_2X^2 + a_4X^4 + \cdots + a_{2q-2}X^{2q-2} + a_{2q}X^{2q}$
7. $a_0X + a_1X^2 + a_2X^3 + \cdots + a_{n-1}X^n + a_nX^{n+1}$

Correction

À chaque fois il faut réussir à trouver le lien entre les nombres, cela vient avec l'habitude...

1. *Ici on remarque que les nombres semblent aller*

de 1 en 1 au dénominateur : $\sum_{i=1}^{562} \frac{1}{i}$

2. *Ici on remarque qu'on a seulement les nombre pairs. La manière la plus pratique de décrire les nombres pairs est de les écrire de la forme 2k avec* $k \in \mathbb{N}$*. On peut donc écrire :* $\sum_{k=1}^{n} 2k$
3. *Ici deux choses : on remarque qu'il y a une alternance des signes "+" et "-". Une manière de traduire cela est d'écrire un* $(-1)^k$ *(*$(-1)^0 = 1, (-1)^1 = -1, (-1)^2 = 1, \ldots$*)). On remarque ensuite que les nombres au dénominateur semblent être les nombres impairs, que l'on peut décrire par* $2k+1$ *(si* $k=0$ *cela donne 1, si* $k=1$ *cela donne 3, puis 5 pour* $k=2$*, etc...). Finalement :* $\sum_{k=0}^{n-1} (-1)^k \frac{1}{2k+1}$
4. *Cela correspond à la somme :*

$$\sum_{k=2}^{99} \frac{k}{k+1}$$

5. *Cela correspond à la somme :*

$$\sum_{i=2}^{n} \frac{i+1}{i-1}$$

6. $\sum_{i=0}^{q} a_{2i} X^{2i}$

7. $\sum_{i=0}^{n} a_i X^{i+1}$

Exercice 3 ().

Savoir-Faire

- Calculer le nombre de termes d'une somme

Pour chacune des sommes suivantes, calculer le nombre de termes dans la somme (on ne demande pas de calculer ces sommes !)

1. $\sum_{j=1}^{10} j^2$
2. $\sum_{n=0}^{50} \frac{n^2+1}{3}$
3. $\sum_{n=1}^{p} \frac{1}{n}$
4. $\sum_{k=4}^{50} \frac{1}{k}$
5. $\sum_{i=m}^{n+1} i$ (avec $m \geq 0$ et $n+1 > m$)
6. $\sum_{k=2}^{n+3} (1+q)^{k-1}$

Solution sans rédaction

1. 10 termes
2. 51 termes
3. p termes
4. 47 termes
5. n – m + 2 termes
6. n + 2 termes

Exercice 4 ().

Savoir-Faire

- Utiliser la linéarité de la somme

Décomposer en plusieurs sommes les sommes suivantes (on ne demande pas de les calculer) :

1. $\sum_{n=0}^{50}(n^2+1)$
2. $\sum_{n=1}^{p}(1+2n)$
3. $\sum_{k=4}^{50}(-2k+6)$
4. $\sum_{j=1}^{10}(j-1)^2$
5. $\sum_{i=m}^{n+1}\frac{1+i}{3}$
6. $\sum_{k=2}^{n+3}\frac{1}{4}(3-k)$

Solution sans rédaction

1. $\sum_{n=0}^{50} n^2 + \sum_{n=0}^{50} 1$ $\qquad \sum_{k=4}^{50} 6$ $\qquad$ 5. $\frac{1}{3}\sum_{i=m}^{n+1} 1 \; +$

$\frac{1}{3}\sum_{i=m}^{n+1} i$

2. $\sum_{n=1}^{p} 1 + 2\sum_{n=1}^{p} n$

4. $\sum_{j=1}^{10} j^2 \; -$ $\qquad$ 6. $\frac{1}{4}\sum_{k=2}^{n+3} 3 \; -$

3. $-2\sum_{k=4}^{50} k \; +$ $\qquad 2\sum_{j=1}^{10} j + \sum_{j=1}^{10} 1$ $\qquad \frac{1}{4}\sum_{k=2}^{n+3} k$